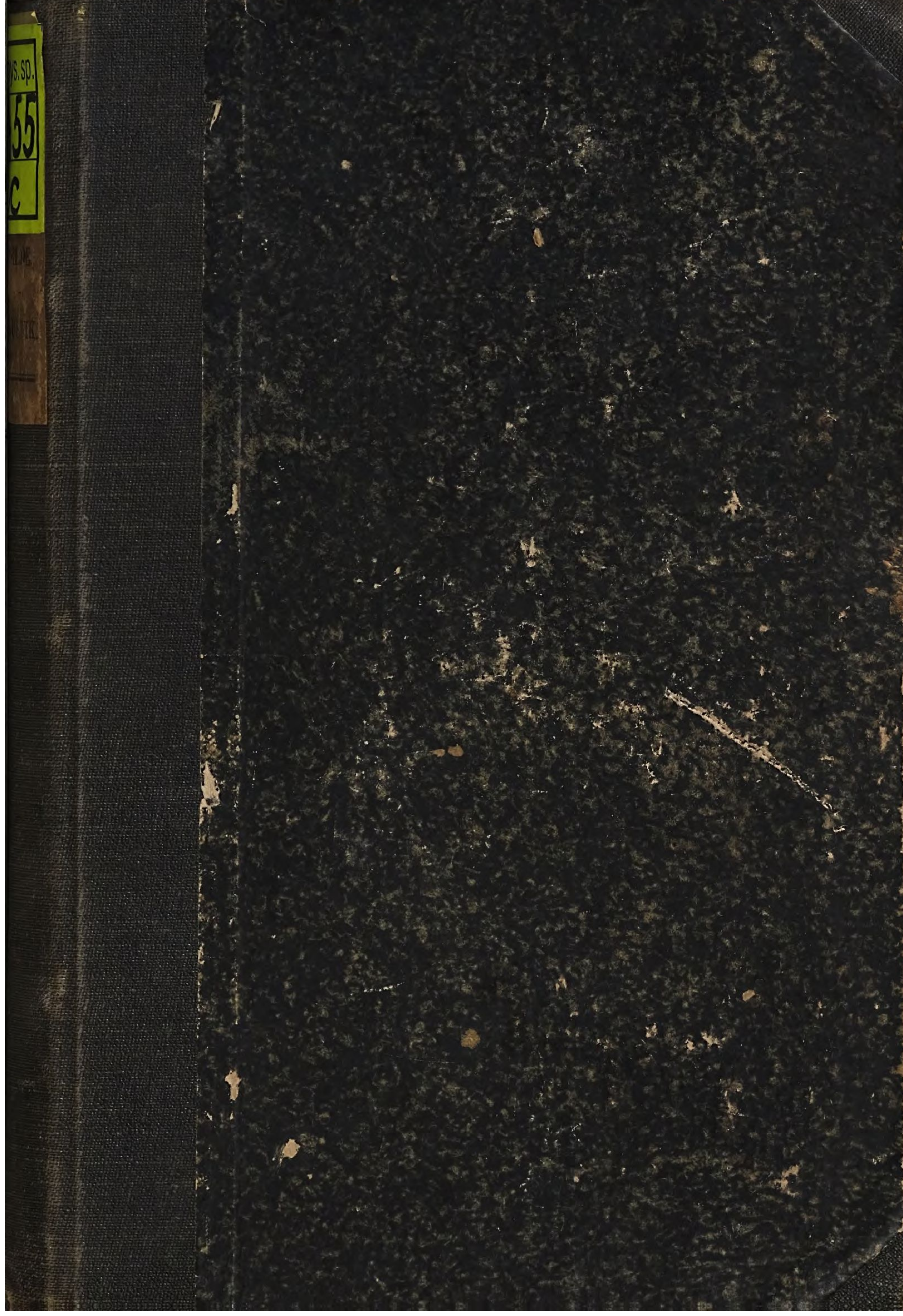




MS. SP.

55

C

PLATE

PLATE

Phys. sp. 455 € Melde

INTERNATIONALE
WISSENSCHAFTLICHE BIBLIOTHEK.

LVI. BAND.

AKUSTIK.

FUNDAMENTALERSCHEINUNGEN UND GESETZE
EINFACH TÖNENDER KÖRPER.

DARGESTELLT

VON

DR. FRANZ MELDE,

O. Ö. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZU MARBURG.

MIT 87 ABBILDUNGEN IN HOLZSCHNITT.



LEIPZIG:

F. A. BROCKHAUS.

1883.

4/483

259 H

Handwritten notes and signatures in the bottom right corner.

INTERNATIONALE
WISSENSCHAFTLICHE BIBLIOTHEK.

LVI. BAND.

INTERNATIONALE WISSENSCHAFTLICHE BIBLIOTHEK.

1. TYNDALL, J. Das Wasser in seinen Formen als Wolken und Flüsse, Eis und Gletscher. Mit 26 Abbildungen. 2. verbesserte Auflage. 8. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
2. SCHMIDT, O. Descendenzlehre und Darwinismus. Mit 26 Abbildungen. 2. verbesserte Auflage. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
3. BAIN, A. Geist und Körper. Die Theorien über ihre gegenseitigen Beziehungen. 2. verbesserte Auflage. Mit 4 Abbildungen. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
4. BAGEHOT, W. Der Ursprung der Nationen. Betrachtungen über den Einfluss der natürlichen Zuchtwahl und der Vererbung auf die Bildung politischer Gemeinwesen. 2. verbesserte Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
5. VOGEL, H. Die chemischen Wirkungen des Lichts und die Photographie in ihrer Anwendung in Kunst, Wissenschaft und Industrie. Mit 96 Abbildungen in Holzschnitt und 6 Tafeln in Lichtpausprocess, Reliefdruck, Lichtdruck, Heliographie und Photolithographie. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
6. 7. SMITH, E. Die Nahrungsmittel. 2 Theile. I. Feste Nahrungsmittel aus dem Thier- und Pflanzenreich. II. Flüssige und gasige Nahrungsmittel. Mit 19 Abbildungen. Jeder Theil geh. 4 M.; geb. 5 M.
8. LOMMEL, E. Das Wesen des Lichts. Gemeinfassliche Darstellung der physikalischen Optik. Mit 188 Abbildungen und einer Spectraltafel. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
9. STEWART, B. Die Erhaltung der Energie, das Grundgesetz der heutigen Naturlehre, gemeinfasslich dargestellt. Mit 14 Abbildungen. 2. Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
10. PETTIGREW, J. B. Die Ortsbewegung der Thiere. Nebst Bemerkungen über die Luftschifffahrt. Mit 131 Abbildungen. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
11. MADESLEY, H. Die Zurechnungsfähigkeit der Geisteskranken. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
12. BERNSTEIN, J. Die fünf Sinne des Menschen. Mit 91 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
13. DRAPER, J. W. Geschichte der Conflicte zwischen Religion und Wissenschaft. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
14. 15. SPENCER, H. Einleitung in das Studium der Sociologie. Herausgegeben von Dr. Heinrich Marquardsen. 2 Theile. Geh. 8 M. Geb. 10 M.
16. COOKE, J. Die Chemie der Gegenwart. Mit 31 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
17. FUCHS, K. Vulkane und Erdbeben. Mit 36 Abbildungen und einer lithographischen Karte. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
18. VAN BENEDEN, P. J. Die Schmarotzer des Thierreichs. Mit 83 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
19. PETERS, K. F. Die Donau und ihr Gebiet. Eine geologische Skizze. Mit 71 Abbildungen. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
20. WHITNEY, W. D. Leben und Wachsthum der Sprache. Uebersetzt von Prof. A. Leskien. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
21. JEVONS, W. S. Geld und Geldverkehr. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
22. DUMONT, L. Vergnügen und Schmerz. Zur Lehre von den Gefühlen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
23. SCHÜTZENBERGER, P. Die Gärungserscheinungen. Mit 28 Abbild. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
24. BLASERNA, P. Die Theorie des Schalls in Beziehung zur Musik. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
25. BERTHELOT, M. Die chemische Synthese. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
26. LUYS, J. Das Gehirn, sein Bau und seine Verrichtungen. Mit 6 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
27. ROSENTHAL, J. Allgemeine Physiologie der Muskeln und Nerven. Mit 75 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
28. BRÜCKE, E. Bruchstücke aus der Theorie der bildenden Künste. Mit 39 Abbildungen. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
29. MEYER, H. Grundzüge des Strafrechts nach der deutschen Gesetzgebung unter Berücksichtigung ausländischer Rechte. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
30. 31. DE QUATREFAGES, A. Das Menschengeschlecht. 2 Theile. Geh. 9 M. Geb. 11 M.
32. 33. BÖHMERT, V. Die Gewinnbetheiligung. Untersuchungen über Arbeitslohn und Unternehmergewinn. 2 Theile. Geh. 11 M. Geb. 13 M.
34. SECCHI, A. Die Sterne. Grundzüge der Astronomie der Fixsterne. Mit 78 Abbildungen und 9 Tafeln in Farbendruck, Lithographie und Stahlstich. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
35. LOCKYER, J. N. Studien zur Spectralanalyse. Mit 51 Abbildungen und 8 Tafeln in Photographie, Farbendruck und Holzschnitt. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
36. VIGNOLI, T. Ueber das Fundamentalgesez der Intelligenz im Thierreiche. Versuch einer vergleichenden Psychologie. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
37. WURTZ, A. Die atomistische Theorie. Mit 1 lithogr. Tafel. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
38. HARTMANN, R. Die Völker Afrikas. Mit 94 Abbildungen. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
39. 40. SEMPER, C. Die natürlichen Existenzbedingungen der Thiere. 2 Theile. Mit 106 Abbildungen und 2 lithogr. Karten. Geh. 11 M. Geb. 13 M.
41. ROOD, O. N. Die moderne Farbenlehre mit Hinweisung auf ihre Benutzungen in Malerei und Kunstgewerbe. Mit 131 Abbildungen und 1 Farbentafel. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
42. VON MEYER, G. H. Unsere Sprachwerkzeuge und ihre Verwendung zur Bildung der Sprachlaute. Mit 47 Abbildungen. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
43. 44. THURSTON, R. H. Die Dampfmaschine. Geschichte ihrer Entwicklung. Bearbeitet von W. H. Uhlend. 2 Theile. Mit 188 Abbildungen. Geh. 10 M. Geb. 11 M.
45. BAIN, A. Erziehung als Wissenschaft. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
46. JOLY, N. Der Mensch vor der Zeit der Metalle. Mit 136 Abbildgn. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
47. VIGNOLI, T. Mythos und Wissenschaft. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
48. HUXLEY, T. H. Der Krebs. Eine Einleitung in das Studium der Zoologie. Mit 82 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
49. FRITZ, H. Das Polarlicht. Mit 2 Abbildungen, 1 Karte u. 4 Tafeln. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
50. MORSELLI, H. Der Selbstmord. Ein Kapitel aus der Moralstatistik. Mit 1 Karte. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
51. FICK, A. Mechanische Arbeit und Wärmeentwicklung bei der Muskelthätigkeit. Mit 33 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
52. 53. BASTIAN, C. H. Das Gehirn als Organ des Geistes. 2 Theile. Mit 184 Abbildungen. Geh. 12 M. Geb. 14 M.
54. DE SAPORTA, G., und A. F. MARION. Die paläontologische Entwicklung des Pflanzenreichs. Die Kryptogamen. Mit 85 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
55. LE CONTE, J. Die Lehre vom Sehen. Mit 131 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.

AKUSTIK.

FUNDAMENTALERSCHEINUNGEN UND GESETZE
EINFACH TÖNENDER KÖRPER.

DARGESTELLT

VON

DR. FRANZ MELDE,

O. Ö. PROFESSOR AN DER UNIVERSITÄT ZU MARBURG.

MIT 87 ABBILDUNGEN IN HOLZSCHNITT.



LEIPZIG:

F. A. BROCKHAUS.

—
1883.



Das Recht der Uebersetzung ist vorbehalten.

VORWORT.

Wenn man die mannichfach schwingenden und tönenden Körper betrachtet, und hierbei vor allem nur dasjenige näher berücksichtigt, was ihre, als einfache Schwingungen anzusehenden Bewegungen uns verrathen, so ist es zunächst die Art der Erregung solcher Schwingungen, welche unsere Aufmerksamkeit in Anspruch nimmt. Sodann sind es weiterhin die mechanischen Gesetze der Schwingungszahlen, die unser Interesse erregen, ferner die Fragen nach den Abtheilungsarten der Körper bei der Ausführung ihrer Theilschwingungen, und namentlich noch die wunderbar verschiedenartigen Erscheinungen bei der Sichtbarmachung der Schwingungen auf den Körpern selbst, sowie bei der Uebertragung der schwingenden Bewegung auf die Umgebung.

Diese, in aller Kürze bezeichneten, Summen von Erscheinungen sehe ich als die Fundamentalerscheinungen der Akustik an, und es schien mir ein würdiger Gegenstand der literarischen Thätigkeit zu sein, diese Erscheinungen und die hiermit in Verbindung stehenden Gesetze in einem Bande der „Internationalen wissenschaftlichen Bibliothek“ zur Darstellung zu bringen, welche ich hiermit der Oeffentlichkeit übergebe.

Ist ihr Inhalt in den wenigen vorstehenden Worten und auch durch den Titel des vorliegenden Buches bezeichnet, so wird man sofort erkennen, dass es nicht in meiner Absicht lag, auch noch die grosse Menge anderer

Gegenstände der Akustik zu berücksichtigen. Denn, wenn man auf die Erscheinungen des Zusammenklangs von Tönen, auf das Gebiet der Toninterferenzen, ferner auf die optisch-akustischen Phänomene eingehen wollte, so würde, selbst wenn bloß die rein physikalischen Fragen zur Erörterung kämen, der Raum eines weitem Bandes dieser Sammlung kaum zu weit bemessen sein. Wollte man aber diese zuletzt genannten Lehren in ihrer Beziehung zur Musik, der theoretischen und praktischen, schildern, so würde eine solche Darstellung wiederum einen Band ausfüllen können, den wir aber in dieser Sammlung in der vortrefflichen Bearbeitung Blaserna's als XXIV. Band unter dem Titel „Die Theorie des Schalls in Beziehung zur Musik“ bereits besitzen.

Mit den drei ersten Kapiteln des folgenden Buches bildet sein Inhalt etwas in sich völlig Abgeschlossenes, und ich habe mich bemüht, allen HAUPTERSCHEINUNGEN Rechnung zu tragen und diese in Wort und Bild zur Darstellung zu bringen, zugleich unter Angabe derjenigen Literatur, welche mich vorzugsweise leitete. Dass ich mehrfach auch meine eigenen Arbeiten berücksichtigte, wird man begreiflich finden.

Die Verlagshandlung hat auch diesem Bande, namentlich durch Herstellung einer grossen Menge neuer Figuren, sowie durch die gesammte übrige Ausstattung alle und jede Sorgfalt zutheil werden lassen, und so wünsche ich denn diesem Buche bei Fachgenossen und allen Freunden wissenschaftlicher Forschung eine wohlwollende Aufnahme und möglichste Verbreitung.

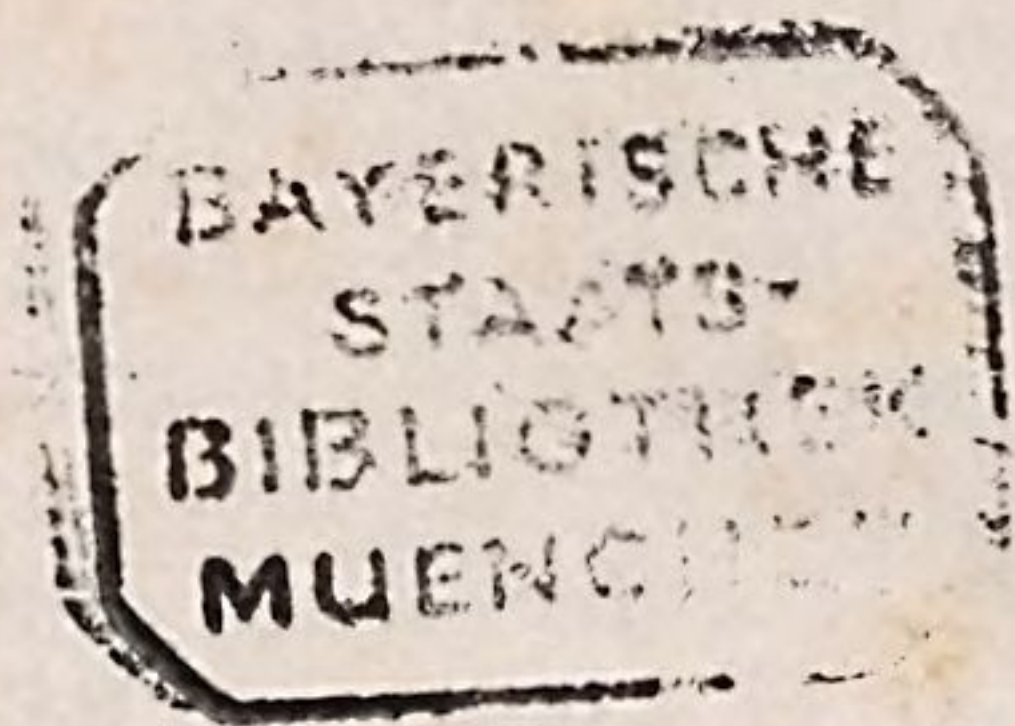
MARBURG, im Februar 1883.

F. MELDE.

INHALT.

	Seite
Vorwort	v
ERSTES KAPITEL.	
Die Pendelbewegungen	1
ZWEITES KAPITEL.	
Die Wellenbewegungen	14
DRITTES KAPITEL.	
Die Aufgaben der Akustik	38
VIERTES KAPITEL.	
Transversalschwingungen der Saiten	47
FÜNFTES KAPITEL.	
Die Schwingungen von Fäden und dünnen Drähten unter dem Einfluss von Stimmgabeln	74
SECHSTES KAPITEL.	
Die Longitudinalschwingungen der Saiten	93
SIEBENTES KAPITEL.	
Die Schwingungen der Membranen	105
ACHTES KAPITEL.	
Die Schwingungen der Stäbe	134

	Seite
NEUNTES KAPITEL.	
Schwingungen ebenflächiger Scheiben	188
ZEHNTE KAPITEL.	
Schwingungen krummer Flächen	219
ELFTES KAPITEL.	
Schwingungen der Luftsäulen	235
ZWÖLFTE KAPITEL.	
Zungenpfeifen und Sirenen	312
Sachregister	352



ERSTES KAPITEL.

Die Pendelbewegungen.

1. Unter den unzählig vielfachen Bewegungsarten, welche wir beobachten können, gibt es eine, die auch für die Akustik von ganz besonderer Bedeutung ist, indem alles das, was wir hören, im Grunde auf dieser Bewegung beruht, einer Bewegung, die einfach mit dem Namen Pendelbewegung oder im allgemeineren Sinne Vibrationsbewegung bezeichnet wird. Der Fundamentalversuch, den wir uns zur Erläuterung dieser merkwürdigen Bewegung vorstellen müssen, ist uns allen bekannt. Denn wer wüsste nicht, dass dabei ein an einem Faden aufgehängtes Kügelchen, wenn es aus der Ruhelage herausgebracht wird, nun mit dem Faden eine hin- und hergehende Bewegung zeigt, die in derselben Weise sich in einem bestimmten Tempo wiederholt und uns auffordert, sie näher zu betrachten, um ihr Wesen zu erkennen. Bei allen Bewegungen in der Natur setzt der menschliche Geist Kraft voraus, obwol das, was wir Kraft nennen, dem innern Wesen nach uns völlig unbekannt ist und es nur seine äussere Wirkung ist, die wir verfolgen können. Diese Kraft nun, welche die Pendelbewegung einleitet und erhält, ist vor allem die Schwerkraft, d. h. die Zugkraft, mit der das Pendelkugelchen zur Erde herabgezogen wird und die sich sichtbar äussert, wenn es aus seiner tiefsten Lage in eine höhere hinaufgebracht und sich dann selbst überlassen wird. Die Richtung dieser Zugkraft ist die, welche

vom ruhenden Pendel angegeben wird — die Verticalrichtung —, und diese Richtung müssen wir an allen Stellen, welche das Pendelkugelchen bei der Bewegung einnimmt, als dieselbe betrachten, d. h. also: die Pendelbewegung, wie wir sie hier uns vorstellen, erfolgt unter dem Einfluss einer Kraft, die stets mit derselben Stärke und in derselben Richtung parallel zur Richtung des ruhenden Pendels das Kugelchen nach unten zieht. Eine solche Kraft nennen wir eine *continuirliche*. Sie wirkt nämlich fort und fort, solange das Pendel hin- und hergeht, und hört auch nicht den kleinsten Moment auf zu wirken, ja sie wirkt auch dann fort, wenn wir den Faden durchschneiden. Denn im selben Moment fällt die Kugel vertical nach unten, bis sie, auf einer Unterlage angelangt, fest in Ruhe verharrt: eine Ruhe, die erhalten wird durch die noch immer wirkende Zugkraft der Schwere, und die wieder gestört werden kann, wenn wir letztere durch eine Kraft bekämpfen. Unsere Kraft wirkt aber auch, wie schon gesagt, immer mit derselben Stärke. Denn was sollte diese Stärke wol ändern, solange das Körperchen unten am Faden dasselbe bleibt? Vielleicht das bischen Höher- und Tieferliegen desselben über dem Mittelpunkt der Erde in den verschiedenen Punkten der Bahn? Es ist nicht der Fall bei diesen kleinen Niveaudifferenzen: Der Zug nach unten ist stets derselbe, und dies ist der Grund, weshalb wir eine solche Kraft zugleich auch eine *constante* nennen.

2. Man sollte meinen, dass unter dem Einfluss einer solchen Kraft eine Bewegung zu Stande käme, die immer dieselbe Geschwindigkeit zeigte. Dies würde der Fall sein, wenn die Kraft keine *continuirliche* wäre, wenn sie nur einen kurzen Moment wirkte. Denn dann würde ohne Zweifel das Kugelchen immer mit ein und derselben Geschwindigkeit in einem Kreise herumfliegen, ähnlich wie ein Billardball nach einem momentanen Stosse in gerader Linie gleichförmig fortrollt. Da die Schwere aber dauernd wirkt, so wird die Bewegung eine

ganz andere, nämlich abwechselnd eine schneller werdende vom Moment, wo das Pendelkugelchen zuerst vom höchsten Punkte seiner Bahn bis zum tiefsten gelangt, und eine langsamer werdende, wenn es von diesem tiefsten Punkte wiederum bis zu einem andern höchsten sich erhebt, um von hier aus den Rückweg in umgekehrter Richtung anzutreten. Die beiden Umkehrstellen sind offenbar Stellen der momentanen Ruhe. Denn eine Umkehr ist nur möglich, wenn vorher eine Ruhe eintritt, die in unserm Falle allerdings nur einen kaum zu bestimmenden Zeitmoment anhält. Diesen beiden Stellen gegenüber gibt es eine andere, welche vom Pendel mit einem Maximum der Geschwindigkeit bald in der einen, bald in der entgegengesetzten Richtung durchheilt wird. Diese Stelle ist die, welche wir als die ursprüngliche Ruhelage annahmen; in ihr erreicht das Kugelchen den tiefsten Punkt seiner Bahn, und da, um ihn zu erreichen, die Schwerkraft durch viele Momente hindurch wirkte, und das, was sie in einem vorausgehenden Moment an Geschwindigkeit erzielte, durch die neue Wirkung im nächsten Moment vermehrt wird, so muss die Geschwindigkeit in dem tiefsten Punkte der Bahn eine maximale werden. Hörte die Schwerkraft in diesem Momente plötzlich auf, so würde das Pendelkugelchen mit seiner erlangten Maximalgeschwindigkeit über die tiefste Stelle hinaufsteigen und fort und fort im Kreise herumfliegen. Aber sie hört nicht auf und lässt infolge dessen ein solches Aufsteigen mit der Maximalgeschwindigkeit nicht zu: In derselben Weise, wie vorher ihr continuirlicher Zug nach unten beim Fall nach unten eine Geschwindigkeitsvermehrung erzielte, wird sie beim Aufsteigen der Kugel durch ihren Zug nach unten eine Verzögerung bedingen und endlich das weitere Aufsteigen unmöglich machen, d. h. die Kugel zur Rückkehr in ihrer Bahn auffordern, um in der entgegengesetzten Richtung das Spiel der Bewegung zu wiederholen und somit das hervorzubringen, was wir eine periodische Bewegung nennen. Die Pendelbewegung ist also eine solche.

3. Bei einer periodischen Bewegung fragen wir zunächst nach der Dauer der Periode. Man versteht darunter die messbare Zeit von einem bestimmten Moment der Bewegung an gerechnet bis zu einem nächsten Moment, in welchem die Bewegung der Schnelligkeit und Richtung nach genau dieselbe ist. Stellt demnach unsere Fig. 1 die Pendelbewegung vor, so können wir die Kugel z. B. im Moment P auffassen, wenn sie vom höchsten Punkte B heruntergekommen ist und P

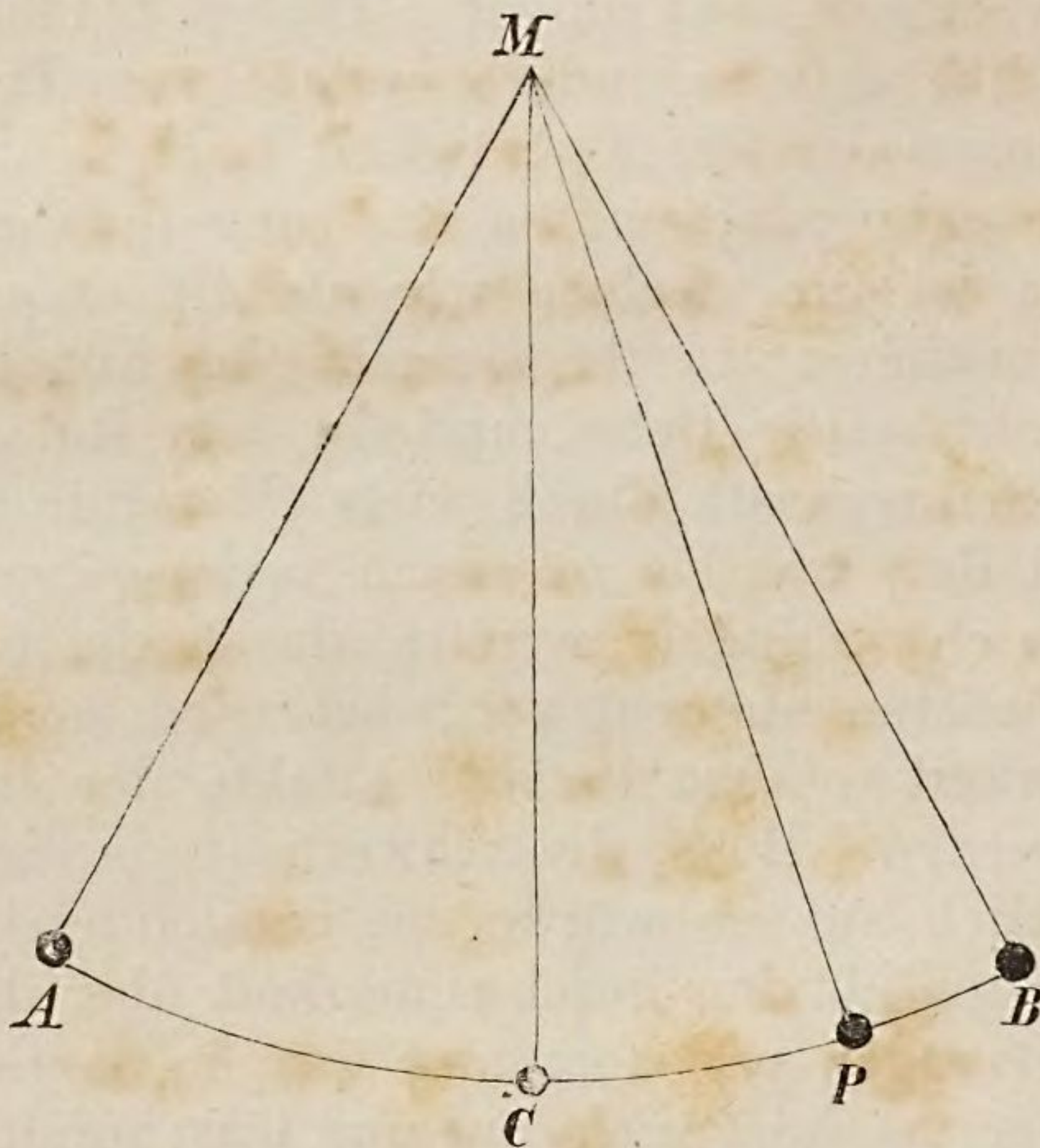


Fig. 1.

mit einer bestimmten Geschwindigkeit von rechts nach links durchheilen will. Zählen wir in diesem Moment „Null“, so verfließt eine gewisse Zeit, bis die Kugel nach C , dann nach A , wieder zurück nach C und wiederum nach P kommt. Dieser Zeitmoment ist aber noch nicht die andere Grenze der Periode. Denn die Kugel soll den Punkt P auch in gleicher Richtung wie im Anfangsmoment durchlaufen, und um dies zu können, muss sie offenbar noch über P hinaus nach B und wieder zurück

nach P laufen. Jetzt wird sie diesen Punkt wiederum von rechts nach links und zweifelsohne auch mit derselben Geschwindigkeit wie im Anfangsmoment durch-eilen. Es ist gleichgültig, an welcher Stelle der Bahn wir den Punkt P annehmen; offenbar aber eignen sich für die augenscheinliche Markirung von Zeitmomenten die Punkte A und B am meisten. Denn sie sind es, in denen momentane Ruhe herrscht und wobei es uns am leichtesten gemacht wird, mit Hülfe des Auges die Zeitgrenzen zu erfassen. Man gebraucht, um ein bestimmtes Verhalten des bewegten Punktes in irgendeinem Punkte P zu bezeichnen, den Ausdruck Phase. Besondere Phasen sind also die Lagen A oder B , und nennt man diese Phasen auch die Elongationsgrenzen oder Vibrationsgrenzen, im Gegensatz namentlich zur Lage C , die man die Phase der Ruhelage nennt, weil in ihr ja das Pendel vor seiner Bewegung verharrte und schliesslich in ihr auch wieder zur Ruhe kommt. Die Elongationsgrenzen sind es also, von denen aus man gern die Periode der Schwingungen zählt, und wäre diese also die Zeit, die das Pendel gebraucht, um von einer solchen Grenze auszugehen und zu derselben Grenze zurückzugelangen. Es hat hierbei jeden Punkt der Bahn zweimal durchlaufen; es hat insbesondere aber auch, um von A nach B zu gelangen, genau dieselbe Zeit gebraucht, die es nöthig hat, um von B wieder nach A zu kommen. Ist dies geschehen, so sagt man, das Pendel habe eine ganze Schwingung vollendet, und nennt man das, was wir bisher als Periode auffassten, auch Schwingungsdauer und zwar ganze Schwingungsdauer, im Gegensatz zur halben, oder der Zeit, die das Pendel nöthig hat, um nur einen Hin- oder nur einen Hergang von einer Elongationsgrenze zur nächsten zu vollenden. Stellen wir uns ein Pendel vor, wie es bei einer gewöhnlichen Pendeluhr zur Anwendung kommt, so wissen wir, dass man für gewöhnlich unter einer Schwingung nur einen Hin- oder Hergang versteht und demgemäss

auch unter Schwingungsdauer nur die halbe Zeit einer vollständigen Schwingung begreift. Wenn im Folgenden dagegen von Schwingungsdauer die Rede ist, wollen wir nicht diese Auffassung des praktischen Lebens festhalten, sondern unter Schwingungsdauer ein für allemal die Zeit einer ganzen Schwingung verstehen. Gebrauchen wir zu ihrer Bezeichnung einen bestimmten Buchstaben, so möge dies ein t sein.

4. Wenn wir von Schwingungsdauer sprechen und uns vornehmen, sie zu bestimmen, so müssen wir vor allem das Maass kennen, nach welchem wir diese Bestimmung ausführen wollen. Dieses Zeitmaass ist die Secunde, eine Zeitstrecke, welche in der Stunde 3600 mal, im Tage 86400 mal enthalten ist, eine Zeitstrecke, welche durch ein Pendel der obigen Art — ein Secundenpendel — in seinem Hin- oder Hergang, also bei einer halben Schwingung abgegrenzt wird, falls wir die Länge des Fadens in einem mittlern Werthe zu 994 mm annehmen. Die Zeitgrösse der Secunde ist es, die in der Physik überhaupt und insbesondere auch in der Akustik eine Rolle spielt; sie ist zwar klein, aber dennoch, wie wir sehen werden, oft sehr gross gegenüber den sehr kleinen Zeitgrössen einer Schwingung bei einem tönenden Körper. Denn ein solcher vollendet in einer Secunde, wenn er z. B. den Ton des eingestrichenen c liefert, 256 ganze Schwingungen und braucht zu einer Schwingung nur $\frac{1}{256}$ Secunde. Doch bleiben wir vorerst bei unserm einfachen Pendel stehen und fragen, wovon hängt die Schwingungsdauer ab? Das einfachste Experiment belehrt uns, dass es die Länge des Fadens, die sogenannte Pendellänge ist, welche unser t bestimmt. Ein einfaches Experiment wird uns ferner zeigen, dass ein Pendel, welches 4 mal 994 mm lang ist, zu einer Schwingung 2, ein solches, das 9 mal 994 mm lang ist, 3 Secunden gebraucht, dass ein ebensolches Pendel von $\frac{1}{4} \cdot 994$ mm Länge seine Schwingung in $\frac{1}{2}$ Secunde, ein solches von $\frac{1}{9} \cdot 994$ mm Länge in $\frac{1}{3}$ Secunde vollendet. Nach die-

sem einfachen Experiment ergibt sich demnach das wichtige Gesetz: Dass wenn die Schwingungsdauern wie die natürlichen Zahlen wachsen oder abnehmen sollen, dann die Pendellängen im Quadrate dieser Zahlen wachsen oder abnehmen müssen. Nach diesem Gesetz müsste unser Pendel, wenn es eine Schwingungsdauer gleich einer Minute zeigen sollte, eine Länge von $60 \cdot 60 \cdot 994$ mm oder 3578 m besitzen, und wenn es eine Schwingungsdauer von $\frac{1}{15}$ Secunde zeigen sollte, eine Länge von $\frac{1}{15} \cdot \frac{1}{15} \cdot 994$ oder 4,4 mm erhalten.

Neben dem Begriff der Schwingungsdauer müssen wir den der Schwingungszahl auffassen, da die letztere es ist, welche in der Akustik meistens directer zur Bestimmung kommt.

Man versteht darunter diejenige ganze, beziehungsweise auch gebrochene Zahl n , welche angibt, wie viel Schwingungen ein Pendel in der Zeiteinheit einer Secunde vollendet, und begreift sofort, dass diese Zahl n erhalten wird, wenn man mit t in 1 dividirt. Es ist also $n = 1 : t$ und offenbar auch $t = 1 : n$. Gesetzt demnach, ein Pendel habe eine Schwingungsdauer gleich $\frac{1}{2}$ Secunde, so leuchtet ein, dass seine Schwingungszahl gleich 2 sein muss; gesetzt, ein Pendel habe ein $t = 2$, so leuchtet ein, dass $n = \frac{1}{2}$ ist. Diese einfache Beziehung ist von grosser Wichtigkeit, da sie beweist, dass, um t zu erhalten, es genügt, n zu bestimmen, und dass hierbei auch ein einfacher Kunstgriff zu wesentlich genauern Werthen des t führt. Es leuchtet nämlich ein, dass man anstatt einer Schwingung mehrere hintereinander verfolgen kann und in einem gegebenen Falle z. B. herausbringt, dass in 1 Minute 47 Schwingungen sich vollziehen. Dies zugegeben, wird offenbar $n = 47 : 60 = 0,783$ und $t = 60 : 47 = 1,277$ Secunden sein, wobei es sofort klar wird, dass, wenn wir uns auf die Bestimmung von n nach der directen Beobachtung von einer Schwingung eingelassen hätten, wir unmöglich zu einem so genauen Resultat gelangt wären.

5. Noch dürfen wir fragen, ob denn das t oder n ausser von der Länge auch von andern Dingen abhängen, insbesondere vielleicht von dem specifischen Gewicht oder der Grösse der Kugel, die wir unten am Faden anbringen? Bei derselben Grösse, d. h. demselben Volumen der Pendelkugel ist die Schwingungsdauer gänzlich unabhängig von der Masse der Kugel. Hätten wir anstatt einer Holzkugel eine gleiche Bleikugel von etwa 10 mal grösserm specifischen Gewicht genommen, so wäre der Zug, den die Schwere nach unten ausübt, ohne Zweifel 10 mal stärker, aber die zu bewegendende Masse ist auch eine 10 mal grössere, und es verhält sich hierbei genau so, wie mit Folgendem: Ein Pferd zieht mit einer gewissen Schnelligkeit 8 Centner fort; wir spannen 10 dem ersten gleiche Pferde vor, laden aber anstatt 8 auch 80 Centner auf; wird sich die Geschwindigkeit der Fortbewegung der Massen ändern? Keineswegs.

Ebenso wird die Grösse, das Volumen, der Pendelkugel, falls wir derselben nur einen Durchmesser bis zu 3 cm oder auch wol noch mehr geben, für die Schwingungsdauer ohne Einfluss sein. Denn auch hier wird eine ihrem Volumen nach doppelt so grosse Kugel zwar mit doppelter Gewalt von der Schwere zu bewegen gesucht, aber diese doppelte Gewalt findet auch zur Fortbewegung die doppelte Masse vor sich. Auf einen geringen Einfluss, den die umgebende Luft auf die bewegendende Kugel ausübt, nehmen wir hier keine Rücksicht.

Noch auf ein anderes Element muss hingewiesen werden, von dem zunächst die Schwingungsdauer unabhängig ist, das aber bei einer grössern Zunahme auch mit einer geringen Vergrösserung des t verbunden ist. Dies Element ist die sogenannte Elongations- oder Schwingungsweite, und versteht man darunter den Winkel, den der Faden des Pendels in einer der äussersten Lagen mit der Ruhelage bildet. Das sehr merkwürdige Gesetz, welches nun

hier hervorgehoben werden muss, sagt aus, dass die Schwingungsdauer, solange der Elongationswinkel nicht zu gross wird, von einer Aenderung dieses Winkels innerhalb seiner Grenzen unabhängig ist. Die genaue Berechnung der Schwingungsdauer nach einer strengen, mathematischen Formel ergibt z. B., dass bei einem Elongationswinkel von 6° die Schwingungsdauer um $\frac{7}{10000}$, bei einem Elongationswinkel von 12° um $\frac{27}{10000}$ von der Schwingungsdauer bei 1° grösser ist, dass also ein Pendel, welches bei einem Ausschlag von 1° etwa ein $t = 1$ Secunde hat, bei einem Ausschlag von 6° ein $t = 1,0007$, bei einem Ausschlag von 12° ein solches von $1,0027$ bekommt. Aenderte man bei einem solchen Pendel die Schwingungsbögen innerhalb der Grenzen von $\frac{1}{2}^\circ$ bis zu 6° , so würde diese Aenderung also kaum eine beachtenswerthe Aenderung von t zur Folge haben.

6. Wir haben uns unter einem Pendel bis daher einen Apparat von der Einfachheit vorgestellt, in der er sonst wol auch ein Loth genannt wird, weil er dazu dient, die Richtung der Schwerewirkung — die Verticale — anzudeuten. Wir müssen unsere Auffassung jedoch erweitern. Schon die gewöhnlichen Uhrpendel weichen von der Form eines solchen Lothes zu bedeutend ab, um eine Identität anzunehmen. Der Leser mache einen recht instructiven Versuch: Er nehme einen Stuhl und hänge ihn an einem, über einen Tisch gelegten und festgehaltenen Stock an der Lehne so auf, dass er sich frei bewegen kann. Der Stuhl wird eine Ruhelage einnehmen; aber er wird auch, aus dieser Ruhelage herausgebracht, sofort eine hin- und hergehende Bewegung zeigen, der man ohne Schwierigkeit anmerkt, dass sie eine genau periodische, dass sie eine Pendelbewegung ist. Was mit einem Stuhl gelingt, gelingt mit irgendeinem andern Körper, und können wir die merkwürdige Thatsache bestätigt finden: dass jeder unter dem Einflusse der Schwerkraft stehende Körper, der um einen Punkt oder um eine Achse

sich frei drehen kann — falls nur Sorge getragen wird, dass der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt wie jener Punkt oder jene Achse — Pendelschwingungen um eine Ruhelage ausführt, deren Tempo ebenso regelmässig ist wie bei einem Pendel der einfachen Art mit Faden und Kügelchen. Diese Thatsache ist nicht nur merkwürdig, sie ist auch für uns eine höchst vortheilhafte, was wir sofort erkennen, wenn wir die Anwendung des Pendels bei den Uhren ins Auge fassen. Wir wissen: das Pendel übernimmt hierbei die Rolle eines Regulators, eines Apparates, der in Verbindung mit einem Zwischenapparate ruckweise in ein Zahnrad eingreift und so eine ruckweis gleichförmige Bewegung des Räderwerkes und der Zeiger unterhält. Mit einem blossen Fädchen und einem Kügelchen können solche Verbindungen und solche Eingriffe fester Massen ineinander nicht erzielt werden, man bedarf hierzu vielmehr fester, unbiegsamer Körper und muss das Pendel in Form einer soliden Holz- oder Metallstange zur Anwendung kommen, welche Stange unten in der Regel noch eine schwerere Metallmasse trägt und am oberen Ende gestattet, mechanische Verbindungen zu ermöglichen.

Noch einen andern Vortheil gewähren die Pendel der letztern Art. Man kennt hinreichend jene Apparate, die unter dem Namen Metronome insbesondere bei Musikern Anwendung finden, um in einer fürs Ohr deutlichen Manier den starren Takt anzugeben. Es wird hierbei ein Pendel benutzt, das auch noch über der Aufhängungsachse mit einem Gewicht, und zwar einem verschiebbaren, versehen ist. Je weiter dies von der Aufhängeachse sich nach oben entfernt, desto langsamer schwingt das Pendel, und es gelingt so sehr leicht und rasch Tempi zu erhalten, wobei auf die Minute 40 bis 180 Schwingungen kommen.

7. Nicht immer ist es die Schwerkraft, welche Pendelbewegungen hervorruft, vielmehr kennen wir eine ganze Reihe anderer Kräfte, die dasselbe thun, aber allen muss

Eins eigen sein: nämlich die Continuität der Wirkung. Wir begegnen hierbei zunächst der magnetischen Kraft, deren Trägerin ja auch vorzugsweise die Erde ist, wenn sie einen Magneten, der in seiner Mitte so an einem Faden aufgehängt ist, dass er horizontal frei schwebt, in Schwingungen versetzt, die genau als Pendelbewegungen sich erkennen lassen. Auch die Elektrizität kann ähnliche Bewegungen bei einem elektrischen Körper unterhalten, wie schon der Name „elektrisches Pendel“ beweist, ein Apparatchen, wobei ein kleiner horizontaler Arm mit einer am Ende angebrachten und elektrisch gemachten Kugel vor einer andern elektrischen Kugel Pendelschwingungen ausführt. Man pflegt diese Kräfte: Schwerkraft, magnetische und elektrische Kraft, auch fernwirkende Kräfte zu nennen, weil ihre Wirkungen auf einen Körper schon deutlich eintreten, wenn dieser in messbarer Ferne dem Körper, der den Hauptzug ausübt, entgegentritt, ja der, wie wir wissen, meilenweit entfernt sein kann, ohne dass z. B. die Schwere aufhört, auf ihn einzuwirken. Aber es gibt auch im Reiche der Natur eine Summe von anders wirkenden Kräften, für welche angenommen werden muss, dass die gegenseitigen Wirkungen nur auf die allerkleinsten Entfernungen hin den Charakter behalten, dem sie den Namen verdanken: nämlich den Namen Molekularkräfte. Es sind dies die Kräfte, welche insbesondere den Bestand eines Körpers erhalten in der Weise, dass die kleinsten Theilchen — die Moleküle — desselben sich gegenseitig aneinander fesseln, dass nur ein äusserst geringer Spielraum für jedes Theilchen übrigbleibt, innerhalb dessen es seine Bewegungen ausführen kann, und über den hinausgebracht, die Theilchen aufhören, die alte Anhänglichkeit zu bewahren. Diese Kräfte sind im Stande, der Schwerkraft und andern Kräften einen Widerstand entgegenzusetzen, der oft die Wirkung der letztern als ohnmächtig erscheinen lässt. Man denke sich einen Eisenstab mit seinem obern Ende festgemacht und der Länge nach vertical herabhängen; man

denke sich ferner an seinem obern Ende unmittelbar unter der Aufhängestelle einen Querschnitt des Stabes: Ober- und unterhalb dieses Querschnittes stossen zwei Molekülebenen zusammen und jedes Molekül der obern Ebene zieht die nächsten untern Moleküle an, und wenn wir uns vorstellen, dass die Schwere an jedem Theilchen nach unten zieht und jedes Theilchen von seinem obern Nachbar abreissen möchte, so erkennen wir sofort, dass die gegenseitige Anziehung der Moleküle stärker sein muss als die gesammte Schwere des an jenem Querschnitt hängenden übrigen Theils des Eisenstabes. Noch auffälliger wird die Verschiedenheit der beiden Stärken, wenn wir versuchen, durch angehängte Gewichte der Schwerkraft zu Hülfe zu kommen. Hält der Stab z. B. 1 qcm im Querschnitt, so müssen wir etwa 6100 kg unten anhängen, um ihn zum Zerreißen zu bringen.

8. Diese Molekularkräfte sind nun in der verschiedensten Weise thätig; sie treten uns entgegen, wenn wir einen Körper seiner Länge nach ausdehnen, und ebenso, wenn wir ihn seiner Länge nach verkürzen, zusammendrücken wollen; sie verursachen zweitens jenen Widerstand, der uns entgegentritt, wenn wir einen Körper, z. B. einen Stab, biegen, und auch dann, wenn wir einen solchen Stab oder einen Draht um seine Längsachse drehen wollen. Die grosse Menge der Erscheinungen, denen wir hier begegnen, pflegt man im allgemeinen mit dem Namen Elasticitätserscheinungen zu bezeichnen, indem man unter Elasticität eines Körpers die Fähigkeit versteht, mit seinen Molekularkräften einen Kampf mit andern Kräften aufzunehmen und in diesem Kampfe häufig Sieger zu bleiben. Seiner Elasticität verdankt es daher ein Körper, der gebogen wurde, wenn er nach Aufhören der biegenden Kraft wieder seine alte Gestalt einnehmen kann, d. h. dass die Kraft, die ihm gegenübertrat, nicht im Stande war, die ursprüngliche Lagerung seiner kleinsten Theile zu ändern. Ihrer Elasticität verdankt es die Saite, wenn sie nach

einer Ausbiegung wieder in ihre alte Ruhelage zurückkehrt u. s. w.

Diese letztere Erscheinung lässt uns eine bedeutungsvolle Wirkung der Molekularkräfte deutlich erkennen, welche darin besteht, dass diese auch Pendelbewegungen erzeugen. Eine recht lange Saite sei vor uns zwischen zwei festen Punkten ausgespannt; wir fassen sie in der Mitte und biegen sie aus, wir lassen los; was geschieht? Die Saite schwingt zurück in ihre Ruhelage; aber dort angelangt, verbleibt sie nicht in Ruhe, sondern schwingt wegen des Beharrungsvermögens über diese Lage hinaus bis zu einer andern Elongationsgrenze, um von hier den Rückweg anzutreten und das Spiel dieser Bewegung noch vielmal zu wiederholen. Ist die Saite nur lang genug, so können wir die einzelnen Hin- und Herbewegungen deutlich unterscheiden; wir erkennen eine genaue gleichförmige Periodicität, und keinen Augenblick sind wir zweifelhaft, dass wir es hier mit einer Pendelbewegung zu thun haben; bei welcher es die Molekularkräfte sind, die die Bewegung unterhielten. Wir nehmen eine Stahllamelle und klemmen sie mit dem einen Ende fest; wir biegen das andere Ende aus der Ruhelage heraus und lassen los; was geschieht? Die Lamelle schwingt zurück und macht ebenfalls um die ursprüngliche Ruhelage Pendelbewegungen, deren Tempo zu verfolgen uns gelingt, wenn die Lamelle nur lang genug ist.

Wir sind an dem Punkte angelangt, wo wir unsere Eingangsworte, dass alles, was wir hören, im Grunde auf Pendelschwingungen beruhe, noch näher bestätigen können, und möge dazu das nächste Kapitel dienen.

ZWEITES KAPITEL.

Die Wellenbewegungen.

9. Wenn wir uns an einem Flusse oder einem Teiche befinden, so beobachten wir häufig ein eigenthümliches Spiel — ein Wellenspiel — das, in der mannigfachsten Weise erzeugt, auf der Oberfläche sich vollzieht und insbesondere darin besteht, dass Erhöhungen, die wir Wellen nennen, über die Fläche hinziehen und jenes Leben hervorrufen, das uns bei einem Flusse, einem Teiche schon lebhaft unterhält, das aber unsere Sinne stundenlang fest zu bannen im Stande ist, wenn wir am Ufer des Meeres verweilen und seinen Wellen in ihrer Grossartigkeit gegenübertreten. In unserer Jugend gefielen wir uns namentlich darin, eine besondere Art von Wellen hervorzurufen, die uns wegen der Regelmässigkeit ihres Verlaufs interessirten, und die auch jetzt vorzüglich geeignet sind, unsere Aufmerksamkeit in Anspruch zu nehmen. Wir warfen häufig Steine ins Wasser und verfolgten mit freudigen Blicken die Wellenkreise, die um die Stelle, wo der Stein hineinfiel, sich bildeten, sich erweiterten und schliesslich verschwanden oder auch, am Ufer angelangt, zurückkehrten. Dieses Spiel der Jugend hat aber auch ernste Männer der Wissenschaft aufgefordert, seine Erklärung zu geben, und gelang dies dem Physiker W. Weber und seinem Bruder, dem Physiologen E. H. Weber, welche Männer in gemeinsamer Arbeit ein Gebiet der Erscheinungen erforschten, das vorher noch vielfach dunkel und räthselhaft dalag. Die grosse Summe der Resultate, welche

diese gemeinsame Arbeit förderte, wurde im Jahre 1825 in einem Werke veröffentlicht, das unter dem Titel: „Die Wellenlehre auf Experimente gegründet“, erschien und das heutzutage noch in erster Linie studirt werden muss, wenn man die Erscheinungen der Wellenbewegungen genau verfolgen will, das heutzutage noch eine Fundgrube bildet für den, der den verschiedensten Erscheinungen sowol auf dem Gebiete der allgemeinen Wellenlehre, wie speciell auf dem der Akustik näher treten will.

Um das Zustandekommen der Wasserwellen zu erklären, erregten diese Forscher in einer schmalen Wasserrinne Wellen, und warfen vorher kleine Bernsteinstückchen hinein, deren Bewegungen den Zusammenhang übersehen liessen. Es ergab sich hierbei das interessante Resultat, dass diese Körperchen sich in Curven bewegten, die mitunter regelmässige Kreise bildeten, meistens aber mehr in unregelmässigen Schlingen bestanden, und dass namentlich die Theile sich nicht progressiv von einem Ende der Rinne zum andern fortbewegten, sondern immer um die Stelle, die sie ursprünglich einnahmen, ihre krummen Bahnen vollendeten. Es lässt sich hiernach nun weiter nachweisen, dass das, was wir eine Welle, zunächst also eine Erhöhung des Wassers über das ursprüngliche Niveau, nennen, seine Entstehung bestimmten Primitivbewegungen der Wasserpartikelchen verdankt, welche Bewegungen, wie eben erwähnt, in mehr oder weniger grossen, in mehr oder weniger regelmässigen Curven erfolgen. Wie dieser Zusammenhang existirt, lässt sich durch die Fig. 2 erläutern, die zugleich die Idee abgegeben hat zur Construction eines Apparats, der vielfach in physikalischen Cabineten angetroffen wird. Es bedeuten 0, 1, 2 u. s. w. Wassertheilchen der zunächst als ruhig gedachten Wasserfläche AB ; ferner die durch 0, 1, 2 . . . hindurchlaufenden Kreise die Bahnen der Primitivbewegung, von denen wir soeben sprachen. Das Theilchen 0 soll seine Bahn schon einmal völlig durch-

laufen haben, d. h. es soll in der einen Hälfte der Zeit, die hierzu nöthig ist, unter, in der zweiten Hälfte

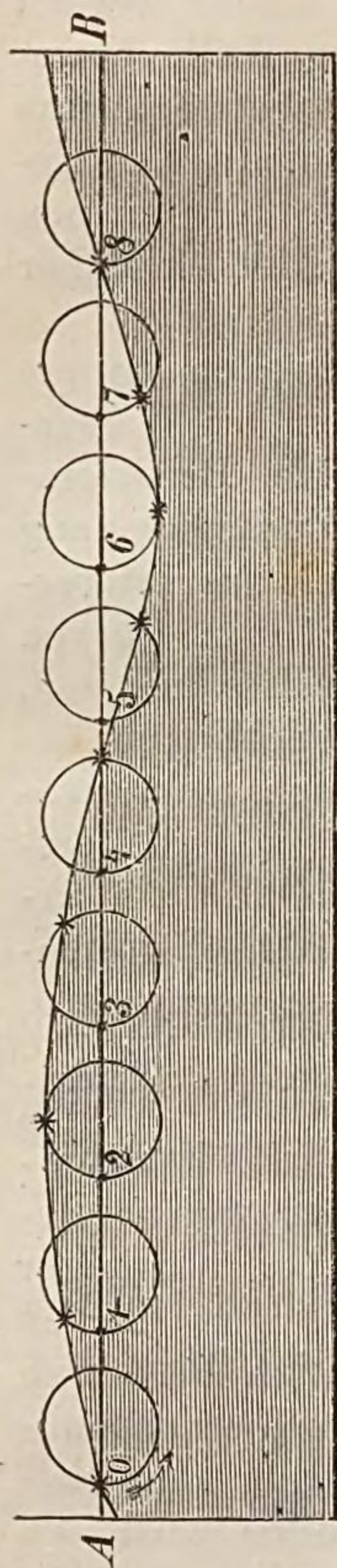


Fig. 2.

über dem Niveau der Ruhelage gewesen sein. Es leuchtet ein, wie ein folgendes Theilchen 1 seine Bahn noch nicht völlig zurückgelegt hat und ihm z. B. noch $\frac{1}{8}$ davon fehlt, demgemäss es den Ort des Sternchens einnimmt; es leuchtet ein, wie das Theilchen 2 um $\frac{2}{8}$, das Theilchen 3 um $\frac{3}{8}$ u. s. w. zurück sein kann, und wie diese Theilchen sich je an den Stellen der Sternchen befinden. Was ist die Folge hiervon? Die Wasserlinie, die ursprünglich horizontal war, hat die Horizontale verlassen und sich in einen Theil über das Niveau erhoben, um einen Wellenberg zu bilden, im andern aber sich unter das Niveau gesenkt, um auch ein Wellenthäl zu erzeugen. Noch deutlicher erkennen wir dies, wenn wir die einzelnen Sternchen durch Gerade verbinden und bedenken, dass hierdurch eine eigentliche Curve vollständiger erhalten wird, wenn wir nicht 8, sondern 16 oder mehr, oder gar alle Theilchen, die zwischen 0 und 8 noch sonst liegen, auch an der Bewegung theilnehmen lassen, bei der jedes Theilchen in einem Kreise sich bewegt und jedes folgende Theilchen ein winziges Bischen gegen ein vorausgegangenes in seiner Bahn zurück ist.

10. Wiederholt sich die Primitivbewegung zur Hälfte, so leuchtet ein, dass an der Stelle zwischen 0 und 4, wo eben ein Berg war, ein Thal sich bildet und umgekehrt, dass das jetzige Thal zwischen 4 und 8 einem

Berg Platz macht, und dass insbesondere, wenn wir uns die Wasserstrecke länger denken, auch über 8 hinaus zwischen 8 und 12 ein zweites Thal sich gebildet hat. Man begreift leicht, wie auf einer grössern Wasserfläche der Vorgang, der soeben nur mit Rücksicht auf eine Molekülreihe erläutert wurde, an ganzen Flächen der Moleküle und nicht blos auf der Oberfläche, sondern auch bis zu einer gewissen Tiefe nach unten hin sich zeigen kann. Der Stein, der ins Wasser fällt, wird um sich herum eine bergartige Erhöhung erzeugen; wenige Augenblicke später ist dieser Berg vorgeschritten und zeigt sich in einem weitem Kreise, während an der Stelle um den Stein herum ein Thal entsteht u. s. w. Denken wir durch das Erregungscentrum senkrecht zur Oberfläche des Wassers eine Ebene gelegt, so entspricht das, was in dieser Ebene vor sich geht, offenbar genau dem einfachen Fall, der durch unsere Fig. 2 erläutert wurde.

Wir lernen aus dieser Betrachtung mancherlei. Zunächst zeigt sich, dass bei der Bewegung, die wir Wellenbewegung nennen, zwei Dinge genau auseinandergehalten werden müssen: Die Bewegung der Moleküle für sich, die wir im Vorausgehenden Primitivbewegung nannten, und die Bewegung, die der Körper im ganzen zeigt, und die wir die resultirende Bewegung, die Wellenbewegung nennen. Dort hatten wir Kreisbahnen vor uns, hier ist es eine eigenthümliche Curve, eine Schlangenlinie, oder wie wir sie besser nennen können, eine Wellenlinie, welche die augenblickliche Form der Oberfläche des Wassers in bestimmten Durchschnitten zeigt. Unter gewöhnlichen Umständen erkennen wir die Primitivbewegungen des Wassers gar nicht und nur die resultirende Bewegung lässt sich leicht verfolgen. Das Auf- und Niederwogen, die Wellen, die fortziehen oder zurückkommen und in jedem Augenblick etwas Neues bieten, das ist es ja, was wir gern das Leben des Wassers zu nennen pflegen.

Der Name Wellenbewegung ist unstreitig zunächst mit Rücksicht auf die Bewegungen des Wassers acceptirt worden. Aber solche Bewegungen finden sich auch sonst häufig. Ist nicht das Wogen eines Kornfeldes auch eine Wellenbewegung? Sicherlich. Nur bestehen die Primitivbewegungen hier in der hin- und hergehenden Bewegung der Halme, also in Pendelbewegungen derselben, während die Resultante, ähnlich wie beim Wasser, in Bergen und Thälern besteht, nach denen sich die Aehren der einzelnen Halme in bestimmten Momenten gruppieren. Ja, was wir hier Primitivbewegung nennen, ist eigentlich selbst schon wieder eine Resultante von primitiveren Bewegungen, da der ganze Halm eine hin- und hergehende Linie bildet, während seine Moleküle selbst sich in grössern und kleinern Bahnen bewegen, die annähernd als horizontale Geraden angesehen werden dürfen. Ein drittes Beispiel passt daher wol noch besser. Man nehme ein langes, schlaff gespanntes Seil und schlage in der Nähe des einen Anknüpfungspunktes mit der Hand rasch auf dasselbe. Sofort wird man sehen, wie eine eigenthümliche Ausbiegung, eine Welle, über die Länge des Seils hin- und herzulaufen scheint, um uns das Bild der resultirenden Bewegung zu zeigen, während die Primitivbewegungen in nahezu geradlinigen Bewegungen der einzelnen Seiltheilchen bestehen, die diese senkrecht zur Ruhelage des Seils in der Weise ausführen, dass ferner und ferner liegende Theilchen später und später an die Reihe kommen.

Diese Beispiele werden uns auch vor einem grossen Irrthum bewahren. Es könnte nämlich scheinen, als wäre z. B. ein Wellenberg, der erst an einer Stelle und später an einer andern erscheint, dasselbe Individuum, d. h. es wäre z. B. beim Wasser dieselbe Masse, welche einmal hier erschiene und sich dann fortbewegte, um an einer andern Stelle ihre Erhöhung zu zeigen. Dem ist nicht so. Das, was fortschreitet, ist nicht die Masse des Wassers, sondern der Modus der Bewegung.

Die Bewegung ist es, der das Wasser einmal hier, einmal dort folgt, und könnten wir hundert Beispiele anderer Art anführen, bei denen ein ähnlicher Vorgang zu denken ist. Gefielen wir uns nicht in unserer Kindheit, eine recht lange Reihe Kartenhäuschen aufzubauen und, nachdem der Bau vollendet war, von einem Ende aus seine Zerstörung herbeizuführen? Das äusserste Häuschen der Reihe erhielt einen Stoss zum Umsturz; es fiel, und im Fallen traf es das zweite und dieses das dritte, bis zuletzt in kurzer Zeit durch den Fortschritt der Bewegung das zerstört war, was wir mühsam aufgebaut hatten.

11. Noch einen andern bemerkenswerthen Zusammenhang zeigt uns die Fig. 2. Wir sahen, dass in der Zeit, in welcher das Theilchen O seine Kreisbahn ganz zurücklegte, die resultirende Bewegung auf die Strecke der Länge eines Wellenthals und Wellenbergs zusammengekommen fortschritt. Für die Länge eines Wellenthals und Berges zusammengekommen pflegt man den Namen Wellenlänge zu gebrauchen und werden wir im folgenden diese lineare Strecke mit λ bezeichnen. Bezeichnen wir auch die Dauer einer Primitivbewegung mit τ , so sagt also unser eben mitgetheilte Satz der Wellenlehre nichts weiter aus, als dass in der Zeit τ die Bewegung um die Strecke λ vorwärts kommt. Da wir zugeben, dass der Fortschritt der Bewegung gleichmässig erfolgen soll, so wird offenbar, wenn der Dauer τ der Weg λ entspricht, der Zeitdauer 1, d. h. der Secunde, eine Weglänge v entsprechen, und es muss ohne Zweifel λ zu τ sich verhalten wie v zu 1, oder, in einer andern Form ausgedrückt, es muss

$$\frac{v}{1} = \frac{\lambda}{\tau}$$

sein. Wir pflegen bekanntermaassen den Weg, den ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich fortbewegender Körper in der Zeiteinheit, der Secunde, zurücklegt, seine Geschwindigkeit zu nennen. Dasselbe

gilt auch von dem Fortschritt einer Bewegung, und gebrauchen wir hierfür gern den Ausdruck Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Da $\frac{v}{1} = v$ ist, so haben wir in

$$v = \frac{\lambda}{\tau} \dots \dots \dots (1)$$

eine der wichtigsten Fundamental-Gleichungen der Wellenlehre und Akustik. Diese Gleichung wie alle Gleichungen und Formeln sind nichts anderes als die Symbole für Gedanken. Sind die Gedanken der Wirklichkeit entsprechend, so sind es auch die Symbole; wo nicht, so ist das Umwandeln der letztern, das Rechnen, ein eitles Treiben, das dann etwas Bestrickendes enthält, weil die mathematischen Umwandlungen, die blossen Rechnungen, richtig sind, ohne dass die Sache selbst, wie sie hier nach zu denken wäre, so existirte. Denn alle Umwandlungen beruhen ja, nach solcher Annahme, auf irrigen Fundamentalbegriffen, auf trügerischem Fundamente.

Die Benutzung richtiger Symbole bietet auch bei der Darstellung physikalischer Erscheinungen und somit auch in der Akustik ausserordentliche Vorthelle, und auch in dieser Schrift werden viele derartige Gleichungen und Formeln auftreten. Sollte deren Sprache, mit der sie zu einem Vertrauten sofort vernehmlich sprechen, der eine oder andere Leser vielleicht nicht so leicht verstehen, so schrecke er vor ihnen nicht zurück. Die Worte, zwischen denen sie stehen, werden Klarheit verschaffen, und noch mehr werden dies oft die speciellen Zahlen thun, welche aus der Benutzung der Gleichungen und Formeln resultiren. Denn was Zahlen sagen, verstehen wir ja alle.

Diese einfache Gleichung (1) fordert uns jetzt schon auf, einige Fundamentalgesetze der Wellenbewegung näher ins Auge zu fassen. Solche sind:

Erster Satz: Die Dauer τ einer Primitivbewegung ist dieselbe wie die Zeit, welche nöthig ist, damit die Wellenbewegung auch

progressiv um die Strecke λ einer Wellenlänge vorwärts komme.

Wiederholt sich daher in einer bestimmten Zeit T die Primitivbewegung N mal, so sind auch progressiv hintereinander N Wellenlängen gebildet worden, welche zusammen eine Strecke W einnehmen, sodass nothwendig auch $T = N \cdot \tau$ und $W = N \cdot \lambda$, und somit auch $v = W/T$ ist.

Zweiter Satz: Solange die Wellenbewegung in demselben Medium vor sich geht, ist erfahrungsgemäss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieselbe und unabhängig sowohl von der Dauer der Primitivbewegung wie auch von der Grösse der Wellenlänge.

Dieser sehr merkwürdige Satz hat bedeutungsvolle Folgen. Soll er überhaupt gelten, so folgt zunächst, dass, wenn λ wächst oder abnimmt, auch τ in demselben Maasse zu- oder abnehmen muss, denn sonst könnte ja gemäss der Gleichung (1) v nicht dasselbe bleiben. Wird also die Primitivbewegung rascher, d. h. τ kleiner, so wird demgemäss auch die Wellenlänge kürzer.

Es wird demgemäss, z. B. wenn τ zu $\frac{\tau}{2}$ wird, auch λ zu $\frac{\lambda}{2}$. Denken wir in diesem Falle die Strecke W als dieselbe und achten darauf, dass v auch gleich W/T ist, so folgt, dass auch T unveränderlich bleiben muss, d. h. es muss im bezeichneten Falle nothwendig $T = 2 N \cdot \frac{\tau}{2}$ und $W = 2 N \cdot \frac{\lambda}{2}$ sein. Daher gehen bei einer doppelt so rasch sich wiederholenden Bewegung auf dieselbe Strecke auch doppelt so viele Wellen, in einem Falle also vielleicht 50, im andern 100. Die erste von den 50 Wellen erreicht demnach das Ende der Strecke W genau in demselben Moment, in dem die erste der 100 Wellen anlangt. Geben wir einmal zu, dass mit der Zahl der Wellen, die in einer gewissen Zeit erfolgen, das zusammenhängt, was wir

die Tonhöhe zu nennen pflegen, und dass höhern Tönen kürzere Wellen, tiefern längere Wellen entsprechen, so besteht der wichtige, specielle

Dritte Satz: Hohe und tiefe Töne pflanzen sich mit derselben Geschwindigkeit fort; sie schlagen alle in demselben Moment an unser Ohr, das eine beliebige Strecke von dem gemeinsamen Orte der Tonquelle entfernt ist, an; eine Verspätung des einen oder andern Tons tritt nicht ein.

Setzen wir in zwei Fällen verschiedene Medien voraus, so ändern sich die Dinge wesentlich. Denn es ergibt sich eine Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der materiellen Beschaffenheit des Mediums. Ist hierbei nun aber die Dauer der Primitivbewegung dieselbe, so folgt nothwendig, dass die Verschiedenheit von v nur von λ herrührt. Daher

Vierter Satz: Wenn in zwei verschiedenen Medien die Schwingungsdauer dieselbe ist, so gehören zu dem Medium mit grösserer Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch längere Wellen und umgekehrt. Demselben Ton, der sich durch das besser leitende Medium fortpflanzt, entsprechen also grössere Wellenlängen. Das besser leitende Medium führt denselben Ton schneller zum Ohr.

Die Sache kann auch so liegen, dass bei zwei verschieden gut leitenden Medien die Wellenlängen dieselben sind; die Verschiedenheit von v hängt somit nur von τ ab. Daher

Fünfter Satz: Wenn in zwei verschieden leitenden Medien die Wellenlängen dieselben sind, so leitet dasjenige Medium die Bewegung schneller fort, welchem die raschere Primitivbewegung entspricht. Zwei ungleich hohe Töne, aber mit derselben

Wellenlänge in zwei Medien, pflanzen sich mit ungleicher Geschwindigkeit fort. Der höhere Ton kommt im besser leitenden Medium schneller zum Ohre wie der tiefere im schlechter leitenden.

Im allgemeinen haben wir es mit so schnellen Bewegungen zu thun, dass es dem Auge nicht möglich wird, die einzelnen Primitivbewegungen getrennt wahrzunehmen, dass mithin auch das Fortrücken der Wellen von Wellenlänge zu Wellenlänge so rasch verläuft, dass es uns unmöglich wird, an irgendeiner Stelle die Wellen etwas genauer anzusehen. Die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der verschiedenen Wellenbewegungen ist verhältnissmässig ohne sehr grosse Schwierigkeiten nach verschiedenen Methoden direct möglich geworden, und auch die Bestimmung der Wellenlängen selbst ist in mehrfacher Weise direct gelungen. Dies zugegeben, lehrt die obige Gleichung (1), dass wir auch mit ihr im Stande sind, die Grösse τ zu finden, indem $\tau = \lambda/v$ ist. Um die Bedeutung hiervon an einem eclatanten Beispiele kennen zu lernen, beachte man Folgendes. Die Bewegung, welche wir Wellenbewegung nennen, ist nicht auf feste und flüssige Körper allein beschränkt, sondern auch bei gasförmigen, also in erster Linie bei der Luft begegnen wir ihr. Ja, nicht blos auf unserm Gebiete des Schalles, sondern auch auf dem Gebiete des Lichtes treffen wir sie an. Licht ist für uns nach einer allgemein acceptirten Hypothese nichts anderes, als eine Wellenbewegung, wobei das Medium, das der Bewegung folgt, der sogenannte Aether ist, und wobei die Primitivbewegungen in unendlich schnellen Schwingungen der Aethertheilchen bestehen. Es war im höchsten Maasse von Interesse, diese Schnelligkeit zu erfahren, und galt als ein Triumph der Wissenschaft die Bestimmung von λ , eine Grösse, die wir uns nicht vorstellen können und auch mit allen uns zu Gebote stehenden Mitteln nicht so

weit für unser Auge vergrössern können, dass sie wahrnehmbar wäre, indem sie in Wirklichkeit im Mittel z. B. nur $\frac{527}{1\,000\,000}$ eines Millimeters betragen kann. In einer Secunde pflanzt sich die Lichtbewegung auf 40000 Meilen, oder 296 800 000 m, oder 296 800 000 000 mm fort, welche Zahl in die Grösse λ dividirt, gemäss der Gleichung (1) die mittlere Schwingungsdauer τ eines Aethertheilchens in runder Zahl gleich $\frac{1}{563\,000\,000\,000\,000}$ Sec. liefert. Beachten wir ferner den unter 4 besprochenen Zusammenhang zwischen der Schwingungsdauer und Schwingungszahl, so müssen wir mit τ in 1 dividiren, um die Schwingungszahl des Lichtes gleich 563 000 000 000 000 zu erhalten, d. h. in einer Secunde schwingt ein Aethertheilchen 563 Billionen mal hin und her.

12. Wenn man die grosse Menge der verschiedenen Wellenbewegungen bei festen, flüssigen und gasförmigen Körpern näher betrachtet, so zeigt es sich, dass hierbei insbesondere zwei Hauptgruppen sich unterscheiden lassen, nämlich

A. fortlaufende,

B. stehende

Wellenbewegungen, deren Wesen und Verschiedenheit von uns noch näher aufgefasst werden muss. Die Wasserwellen geben ein vorzügliches erstes Beispiel ab, um das Wesen einer fortlaufenden Welle zu erkennen. Die ruhende Wasserfläche liegt vor uns; ein Stein wird hineingeworfen, die Ruhe ist gestört, und um den Stein erhebt sich ein Wellenberg; aber dieser bleibt nicht, sondern schreitet vom Erregungscentrum progressiv weiter fort und im Laufe der Zeit sehen wir ihn an fernern Stellen des Wassers. Eine jede dieser Stellen kommt also einmal ins Maximum der Erhebung über ihr Niveau. Es ist dies ein Vorgang, der sich sehr gut mit der durch Fig. 3 versinnlichten Einrichtung klar machen lässt. *AB* stellt einen etwa 1 dm breiten und 2 m langen Tuchstreifen vor, der einfach, wie er ist, der Länge nach auf eine Tischplatte gelegt und nur mit ein paar

Stiftchen bei A an dieselbe befestigt wird. Unter diesem Tuchstreifen lässt man einen Cylinder R von Holz, Pappe oder Glas in der Richtung von A nach B rollen, oder parallel mit sich selbst sich progressiv verschieben. Es kommt hierbei jede Stelle des Tuchstreifens einmal in dieselbe Lage, wie jede vorausgehende: die Welle schreitet, wie sie ist, progressiv weiter.

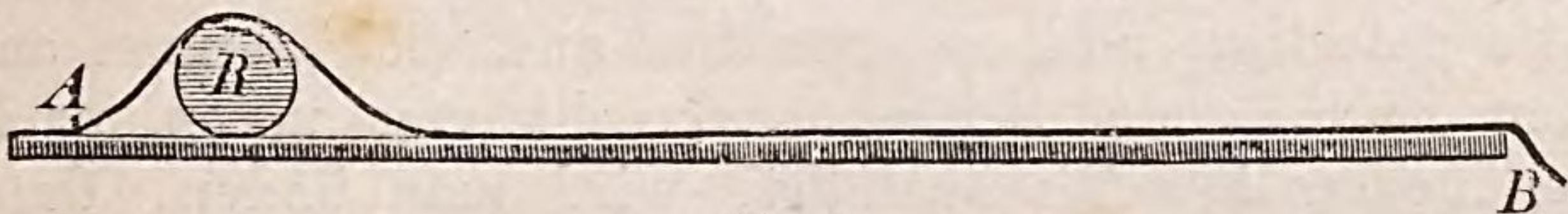


Fig. 3.

Man pflegt nun einen fortschreitenden Wellenberg sowohl wie ein Wellenthal je in Hälften getheilt zu betrachten und nennt die Hälften, welche bei der Progressivbewegung vorausgehen, die Vordertheile, die, welche nachfolgen, die Hintertheile des Berges beziehungsweise des Thales. In Fig. 4 würde also, wenn die Progressivbewegung in der Richtung des Pfeils stattfindet, ad den Vordertheil, bd den Hinter-

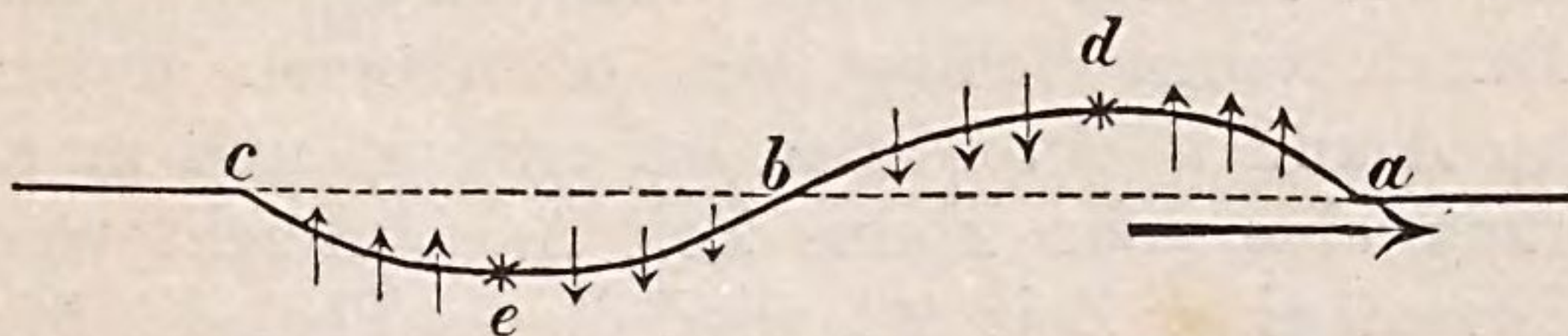


Fig. 4.

theil eines Berges, und eb den Vordertheil, ce den Hintertheil eines Thales bedeuten. Die kleinen Pfeile deuten den wirklichen Zusammenhang der Primitivbewegungen an. Das Molekül d ist in seiner grössten Höhe, der Punkt e in seiner grössten Tiefe angelangt; die Punkte der Vordertheile zwischen a und d , sowie zwischen b und e wollen die höchste beziehungsweise tiefste Stufe erst in den nächsten Momenten erreichen; die Punkte zwischen b und d , sowie zwischen e und c sind

schon auf der höchsten, beziehungsweise tiefsten Stufe gewesen und wollen also jene herunter, diese hinauf. Das heisst aber einfach Folgendes: Bei der fortlaufenden Wellenbewegung sind die Vordertheile in einem zur Ruhelage entgegengesetzten Bewegungszustande wie die Hintertheile.

Wollen wir ein weiteres Beispiel einer fortlaufenden Wellenbewegung beachten, so nehmen wir wiederum ein langes und etwa 1 cm dickes Seil, am besten aus Baumwolle gefertigt, und spannen dies aus. Sobald man am einen Ende einen Schlag senkrecht von unten nach oben gegen dasselbe ausführt, wird man finden, dass ein Wellenberg über die Länge des Seils hinzuckt, während ein Thal sich fortbewegte, falls wir den Schlag von oben nach unten ausgeführt hätten.

13. Dieser letztere Versuch, in geschickter Weise verändert, zeigt nun aber auch, wie fortlaufende Wellen zu stehenden werden können, eine Thatsache, die auch zuerst von den Gebrüdern Weber erkannt und in ihren wichtigen Consequenzen verfolgt worden ist. Unsere Fig. 5 wird den Zusammenhang an einem Beispiel erläutern. AB stelle einen Faden oder ein Seil vor, das bei A und B seine Endbefestigung gefunden hat. Durch einen Schlag von oben nach unten sei zwischen A und a ein Wellenthal erzeugt und zu seiner Erzeugung eine sehr kleine Zeit Δ gebraucht worden; nach Verlauf einer Zeit 2Δ wird dieses Thal die Strecke ab bei (β) einnehmen, und das Seil auf der Strecke Aa vielleicht wieder seine Ruhe erlangt haben; am Ende der Zeit 3Δ nimmt das Thal die Strecke bB wie bei (γ) ein; aber, wenn während des dritten Zeittheilchens ein zweiter Schlag von gleicher Dauer und Stärke wie der erste erfolgt ist, so wird auch gleichzeitig ein zweites Thal die Strecke Aa einnehmen und bestrebt sein, in der Richtung des Pfeils fortzuschreiten. Am Ende von 4Δ zeigt in (δ) sich zwischen bB eine wesentlich andere Erscheinung, wie sie eingetreten wäre wenn wir das Seil nicht bei B , sondern erst in einem

über B hinausliegenden Punkte festgemacht hätten und die Welle sich ruhig über B um ihre eigene Strecke hätte fortpflanzen können. Bei B tritt nämlich im vierten Zeittheilchen eine sogenannte Reflexion der Welle ein, die zur Folge hat, einmal, dass die Bewegung wieder rückwärts von B aus nach A erfolgt, und ausserdem, dass hierbei ein Gebilde, das im drit-

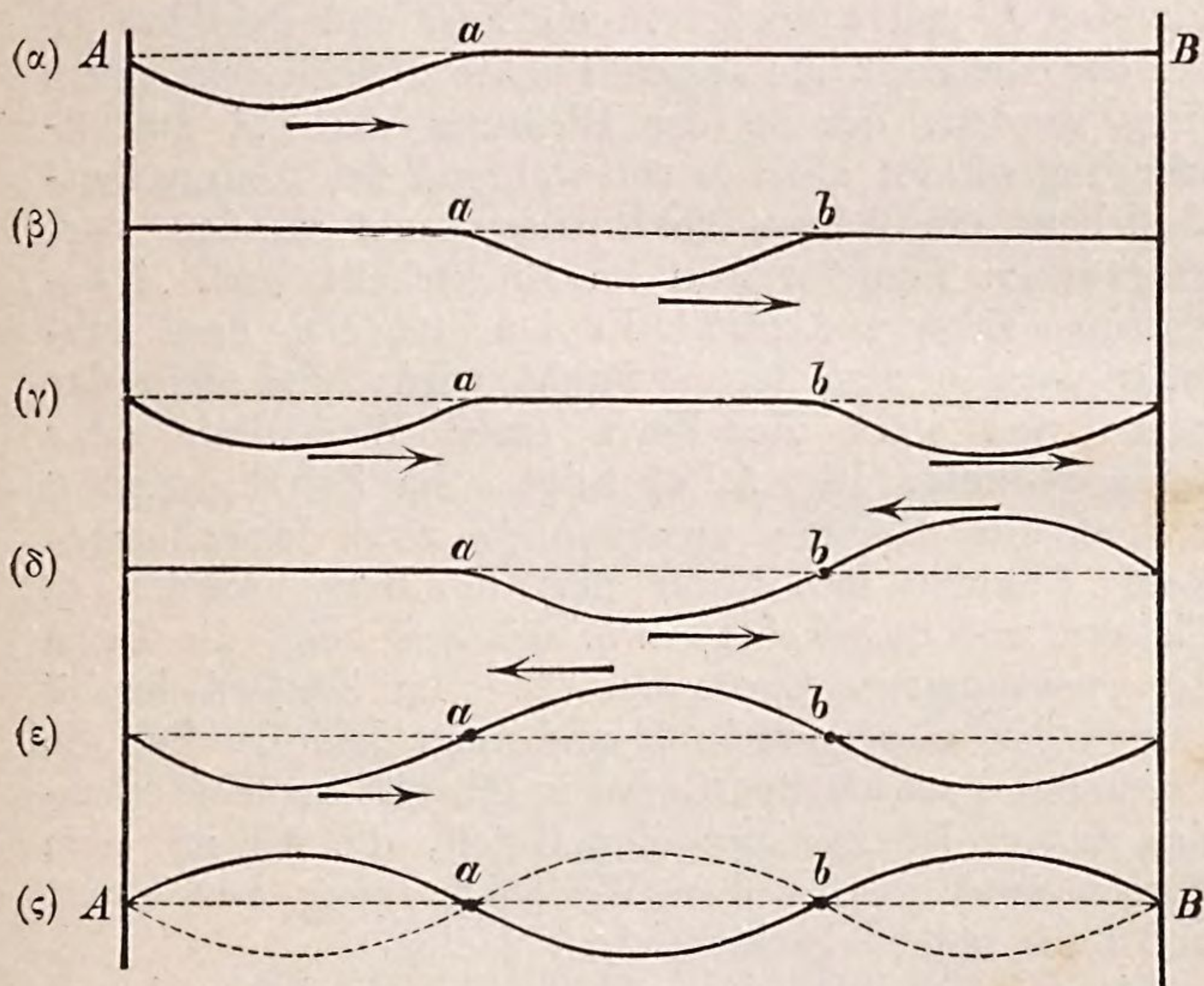


Fig. 5.

ten Moment noch Thal war, im vierten Moment zu einem Berg wird und als solcher zurückläuft. Wäre nun kein zweites Thal nachgesandt worden, so würde der reflectirte Berg ruhig bis nach A laufen, hier wieder in ein Thal verwandelt werden, dann wieder nach B laufen u. s. w. So aber ändert sich die Sache wesentlich: Im Punkte b begegnen sich das Vordertheil des Berges Bb und das Vordertheil des Thales ab ; der

zurückschreitende Berg möchte demnach im nächsten Augenblicke der Begegnung den Punkt b heben, das fortschreitende Thal aber ihn senken, und folgt hieraus nothwendig, dass b ein Punkt der Ruhe wird, wonach die Sache so anzusehen ist, als hätten wir in diesem Moment der Begegnung in b einen dritten Befestigungspunkt des Seils geschaffen. Am Ende der Zeit 5Δ muss demnach der Berg Bb zwischen den beiden festen Punkten B und b wieder in ein Thal und das Thal ab bei der Reflexion am festen Punkte b wieder zu einem Berg werden, der in der Richtung nach A zurückschreiten würde; aber es soll während des fünften Zeittheilchens ein drittes Thal nachgesandt worden sein, welches im Punkt a dem im Rückschritt nach A begriffenen Berg begegnet. Es leuchtet ein, dass nunmehr auch a zum festen Punkt wird, und dass das ganze Seil jetzt die Form einer Wellenlinie oder Schlangenlinie, Fig. 5 (ϵ) zeigt. Im Zeittheilchen 6 kehren alle Gebilde zwischen je zwei benachbarten festen Punkten ihre Natur um; die Berge werden zu Thälern und umgekehrt, d. h. das Seil zeigt die Form der ausgezogenen Curve bei (ζ). Im Zeittheilchen 7 hat wieder alles gewechselt und zeigt dann das Seil die Form der gestrichelten Curve in (ζ). Es ist eine gänzlich andere Erscheinung eingetreten, die wir mit dem Namen einer stehenden Wellenbewegung bezeichnen und noch näher charakterisiren wollen.

14. Es gibt nämlich noch eine zweite Art, stehende Seilwellen zu erzeugen, und da voraussichtlich unsere soeben nach einer ersten Manier erzeugten Wellen mit den auf dem zweiten Wege erhaltenen identisch sein müssen, so können wir die Kenntniss des Charakters derselben auch an letztern nachweisen. Man denke sich das Seil Fig. 5 in a und b festgehalten, ferner die Strecken zwischen A und a , b und B in der Mitte herab-, dagegen zwischen a und b hinaufgebogen, sodass es die Form Fig. 5 (ϵ) annimmt und nun gleichzeitig an diesen Biegungsstellen losgelassen, so werden offenbar

die beiden äussern Theile hinauf-, der mittelste herunterschwingen, d. h. es wird aus der Form Fig. 5 (ε) die ausgezogene Form von (ζ), wonach dann dasselbe Spiel der Bewegung beginnt, wie wir es am Schlusse von 13. kennen lernten. Das Wesen der stehenden Wellenbewegung lässt sich daher wieder sehr gut durch Pfeile, ähnlich wie bei der fortlaufenden, näher andeuten. Sobald die stehende Wellenbewegung beginnen soll, muss das Seil eine ganze Zahl Abtheilungen bilden, die zwischen je zwei Ruhepunkten abgegrenzt, hin- und herschwingen. Sämmtliche Punkte desselben Theils treten zu gleicher Zeit den Rückweg an und durchheilen gleichzeitig die Ruhelage. Die Fig. 6, gegen die Fig. 4 gehalten, zeigt demgemäss die grellen Verschiedenheiten zwischen der fortlaufenden und stehenden Wellenbewegung: Bei der

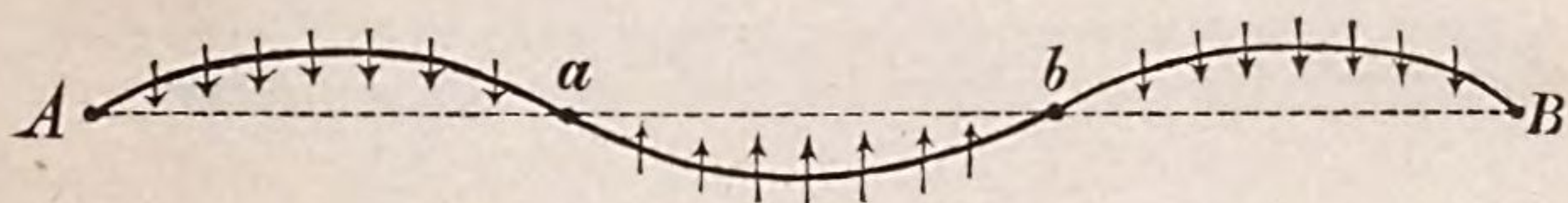


Fig. 6.

stehenden Wellenbewegung kann man füglich nicht von Vorder- und Hintertheil eines Berges oder Thales reden, denn diese Theile unterscheiden sich in ihren Bewegungen nicht. Bei der fortlaufenden Wellenbewegung gab es ausser den festen Endpunkten *A* und *B* keine weiteren Punkte, die sich nur der Ruhe erfreuten, denn jeder Punkt musste einmal den höchsten, beziehungsweise auch tiefsten Stand einnehmen; bei der stehenden Bewegung ist es anders: Wenn ein Seil zwei, drei oder mehr Halbwellen zeigt, gibt es ausser den festen Endpunkten noch ein, zwei oder mehr Ruhepunkte, die man auch gern mit dem Namen Knotenpunkte bezeichnet. Die Primitivbewegungen der einzelnen Seiltheilchen bei der stehenden Bewegung sind Schwingungen der Moleküle senkrecht zur Ruhelage, jedoch mit den verschiedensten Elongationsweiten; bei der fort-

laufenden dagegen erreichen alle Theilchen einmal dieselbe Elongationsgrenze.

15. Die fortlaufende und stehende Wellenbewegung können beide noch einen doppelten Charakter annehmen, nämlich sowol transversal wie longitudinal sein. Bei der transversalen Wellenbewegung erfolgen die Primitivbewegungen der kleinsten Theilchen in einer Ebene senkrecht zur Längsrichtung oder zur Flächenausdehnung des schwingenden Körpers. Ein vortreffliches Beispiel lieferte die Bewegung eines Seils, wie wir sie im Vorausgehenden betrachtet haben. Denn die Bewegung der einzelnen Seiltheilchen erfolgte in Geraden, die senkrecht zur Länge des Seils zu denken waren. Ein weiteres Beispiel bilden die Wasserwellen, die wir insbesondere unter 9. betrachteten. Die Primitivbewegungen erfolgten dort in Kreisbahnen, deren ge-

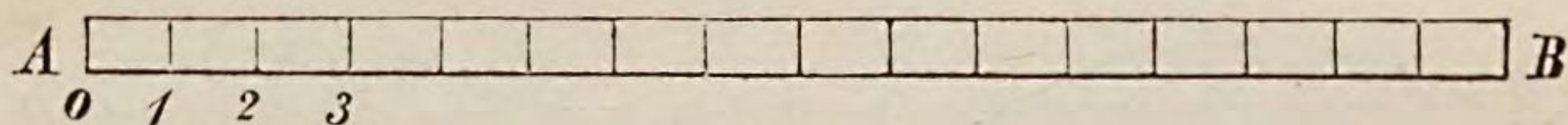


Fig. 7.

meinsame Ebene senkrecht zur ruhenden Fläche des Wassers zu denken war. Eine Tischplatte, die durch einen Schlag senkrecht zu ihrer Fläche erschüttert wird, wird von einer Transversalwellenbewegung durchheilt, wobei die einzelnen Theilchen senkrecht zur Fläche auf- und niederfahren.

Dieser Transversalbewegung gegenüber steht die Longitudinalbewegung, welche wir bisjetzt noch nicht betrachtet haben, und welche zum Theil gänzlich andere Erscheinungen im Gefolge hat wie die Transversalbewegung. Fig. 7 stellt einen Stab vor, den wir uns aus einzelnen Molekülschichten, 0, 1, 2 , bestehend denken können. Jede dieser Schichten steht mit ihren Nachbarn durch das Band der Molekularkräfte in Verbindung, und können wir uns recht gut die Wirkung der letztern einmal so vorstellen, als wären zwischen den starren Schichten elastische Federn ausgespannt,

die sowol einer Verlängerung als auch einer Verkürzung des Stabes jenen Widerstand entgegensetzen, dem wir unter 8. schon unsere Aufmerksamkeit schenkten. Was wird nun geschehen, wenn wir z. B. die Schicht 0 gewaltsam nach der Schicht 1 hindrängen, vielleicht so, dass wir mit einem Hammer auf 0 aufschlagen? Unzweifelhaft wird 0 dem 1 ein wenig genähert, und da hierdurch der ursprüngliche Abstand dieser beiden Schichten geändert ist, so wird die abstossende Wirkung zwischen 0 und 1 bestrebt sein, 0 und 1 voneinander zu trennen. Dies wird aber so geschehen können, dass 1 sich der Schicht 2 nähert, welche Annäherung begreiflicherweise wiederum bewirkt, dass nach kürzester Zeit auch 2 sich dem 3 nähert. Der Schlag des Hammers wird demnach bewirken, dass an dem nach *A* hin liegenden Theile des Stabes ein dichteres Zusammenstellen der Molekulschichten eintritt, das von *A* bis zu einer gewissen Strecke nach *B* hin erfolgt, deren Länge einmal von der Dauer des Schlages, sodann aber auch von der molekularen Beschaffenheit des Stabes abhängt. Eine solche Dichterstellung der Moleküle pflegt man nun eine Verdichtung oder auch Wellenverdichtung zu nennen. Denn unzweifelhaft wird auch jetzt ein Fortschreiten der Verdichtung, die in dem ersten Moment vielleicht nur bis Schicht 5 lief, nachher die folgenden Schichten erfassen und bis zum Ende *B* fortlaufen, sodass auch jetzt von einer Progressivbewegung geredet werden kann, die zwar dem Aeussern nach nicht so auffällig wie eine Wasserwelle sich erkennen lässt, die aber doch dem Grundwesen nach sowol eine Primitiv- wie eine resultirende Bewegung voraussetzt und somit auch hier den Namen Wellenbewegung verdient. Die Primitivbewegungen bestehen bei ihr in sehr kleinen Schwingungen, die die Molekulschichten um ihre ursprünglichen Gleichgewichtslagen ausführen, und wobei die einzelnen Theilchen im allgemeinen gerade Linien beschreiben, die nicht senkrecht zu *AB*, sondern in der Richtung von *AB* er-

folgen. Das resultirende Gebilde ist ebenso vorhanden; aber es ist kein Berg und kein Thal, sondern eine Verdichtung und eine Verdünnung. Denn dass die letztere auch eintreten kann, werden wir sofort zugeben müssen, wenn wir daran denken, dass die Schicht 0 — um nur von dieser zu reden — nicht in ihrer Annäherung an 1 verharret, dass sie wieder zurückschwingt und hierbei über die ursprüngliche Ruhelage bei A gelangt, wodurch eine grössere Entfernung von 1 eintreten kann als bei dem ursprünglich gedachten Zustande.

16. Dass die longitudinale Wellenbewegung sowohl eine fortlaufende als auch eine stehende werden kann, leuchtet wol ein. Das Wesen der erstern ist schon im eben Vorausgegangenen deutlich genug hervorgetreten, und wird man also auch eine Longitudinalbewegung, wobei eine Wellenverdichtung von einem Ende zum andern fortschreitet und jede Stelle des Stabes einmal in das Maximum der Verdichtung zu liegen kommt, eine fortlaufende nennen. Wir können uns aber auch vorstellen, dass durch Wiederholung von zwei, drei u. s. w. Stössen, z. B. in einem Stabe, stehende Wellen eintreten, wobei aber nicht jede Stelle dem Wechsel von Verdichtung und Verdünnung anheimfällt, sondern wo es nur ganz bestimmte Stellen sind, in denen dieser Wechsel erfolgt, wie wir später noch näher erkennen werden.

Wir hätten somit zunächst vier Hauptarten der Wellenbewegung kennen gelernt, und wollen wir sie jetzt noch einmal überblicken, zugleich mit Beispielen, die als Repräsentanten derselben gelten können. Die Wellenbewegungen sind

A. Fortlaufende.

- 1) Transversale. Wasserwellen; Wellenbewegung über ein Seil.
- 2) Longitudinale. Ein einmaliger Stoss auf das Ende eines Stabes ausgeübt; besonders eine Explosionswelle in der Luft,

die von einem Centrum nach jeder Richtung hin fortschreitet.

B. Stehende.

- 3) Transversale. Schwingungen einer Saite, die ihren Grundton gibt oder sich mit zwei oder drei u. s. w. Abtheilungen zeigt.
- 4) Longitudinale. Die Schwingungen einer in einer Orgelpfeife eingeschlossenen Luftmasse.

Noch müssen wir ein vortreffliches Hilfsmittel beachten, welches Mach geschaffen hat¹, und das den Zweck hat, die genannten vier Arten der Wellenbewegung in der deutlichsten Weise mit besonderer Einfachheit ihrem Wesen, ihrem Zustandekommen und Zusammenhänge nach zu charakterisiren. Fig. 8 stellt die wesentlichen Theile des Apparats dar. M und N sind zwei circa 2 m lange Leisten, von denen die eine, M , festgemacht ist, während N durch die Charniere pp parallel vor M verschoben werden kann, sodass die Fadenebenen $\alpha_0 \beta_0, \alpha_1 \beta_1 \dots$, die in der Figur als in die Ebene des Papiere fallend zu denken sind, nun alle zu einander parallel werden und insbesondere auch bei 90° Drehung alle senkrecht zur ersten Ebene eingestellt werden können.

Diese letztere Stellung wird offenbar hergerichtet werden müssen, wenn man Longitudinalschwingungen der Moleküle 0, 1, 2 ... in der Richtung AB versinnlichen will, während die erstere für Transversalbewegungen dient, indem die Bleikugeln 0, 1, 2 ... sämtlich senkrecht zur horizontalen Geraden AB , welche die Mittelpunkte der Kugeln in der Ruhelage verbindet, schwingen. Sollen nun

- 1) fortschreitende Transversalwellen erzeugt

¹ Mach, Phoronomische Wellenmaschine. Carl's Repertorium für Experimentalphysik u. s. w., VI, 8.

werden, so kann dies einmal so geschehen, dass man mit einem Finger senkrecht zu AB zuerst die Kugel 0, dann rasch hintereinander 1, 2 anstösst und hierbei Sorge trägt, dass die Stösse in möglichst gleichen Intervallen erfolgen und mit möglichst gleicher Stärke ausgeführt werden. Sicherer und schöner gelingt aber der Versuch, wenn man sämtliche Kugeln parallel mit sich selbst

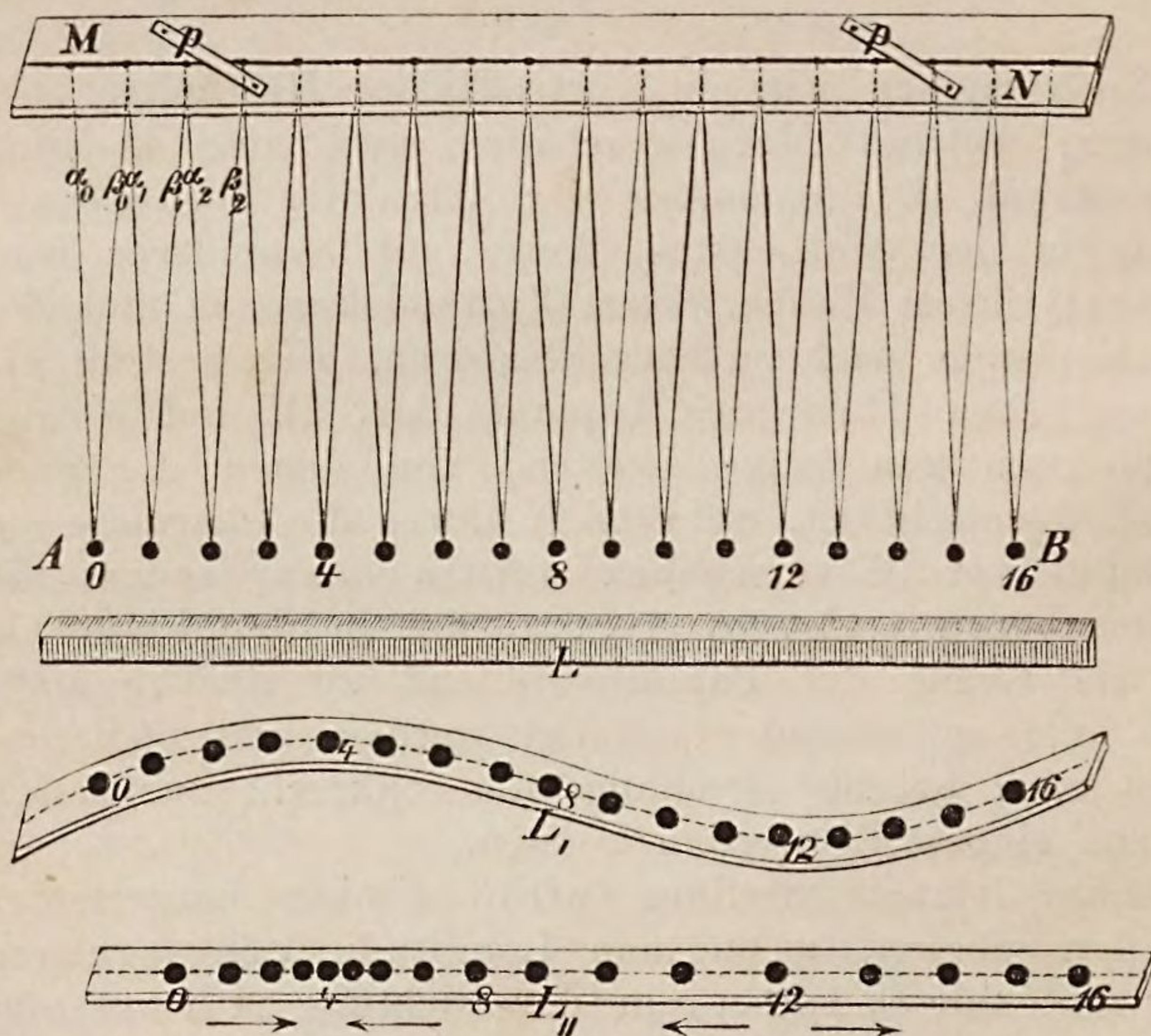


Fig. 8.

vor eine oben abgeschrägte gerade Leiste L legt, die etwas seitlich von der Längsmittlebene des Apparates unten in ein passendes Lager gelegt werden und in diesem in der Richtung von A nach B hin weggezogen werden kann. Es fängt hierbei zuerst die Kugel 0, dann 1, 2 an, aus dem Maximum der Elongationsweite ihre Schwingungen zu beginnen. Das Tempo derselben

hängt ab von der Länge der Fäden und soll als unveränderlich angesehen werden. Dies vorausgesetzt, leuchtet ein, dass, je schneller man die Leiste wegzieht, um so rascher die folgenden Theilchen ihre Bewegung beginnen, d. h. um so grösser die Wellenlänge wird, die bei der betreffenden Transversalbewegung in Betracht kommt. Ist die Leiste ganz weggezogen, so wiederholen die Kugeln ihre Schwingungen, und hat man hinreichend Musse, um sich zu überzeugen, wie ein Wellenberg, der bei O z. B. seinen Anfang nahm, nach und nach bei allen folgenden Kugeln sich zeigt. Soll

2) eine stehende Transversalbewegung versinnlicht werden, so wendet man unten eine Schablone L , an, bestehend in einer ebenen schmalen Leiste, worin so viel Löcher gebohrt, wie Kugeln vorhanden sind. Legt man diese Kugeln in die Löcher, welche, wie die Figur zeigt, nach einer Wellenlinie geordnet sind, und bewegt die Leiste senkrecht und parallel mit sich selbst nach unten, so treten die Kugeln sehr nahe gleichzeitig ihre Schwingungsbewegungen an, die in diesem Falle insbesondere einer stehenden Saitenschwingung entspricht mit einem Knotenpunkt in der Mitte beim Theilchen „8“. Soll

3) eine fortlaufende Longitudinalbewegung erzeugt werden, so muss zuerst die oben bezeichnete Verstellung der Fäden um 90° vorgenommen werden. Sodann verschiebt man unter den Kugeln her auf passender horizontaler Unterlage ein Klötzchen (in der Figur nicht weiter gezeichnet), welches jede Kugel eine kleine Strecke in der Richtung von A nach B hin mitnimmt und sie dann ihrer Eigenschwingung überlässt. Man wird hier sehr deutlich die fortschreitenden Wellenverdichtungen und Verdünnungen verfolgen können. Insbesondere aber wird noch folgender Versuch lehrreich werden. Man führe nämlich, wenn die Longitudinalbewegung der Kugeln im Gange ist, die Leiste N aus der zweiten Lage langsam in die erste zurück, und sofort wird man erkennen, wie die Verdichtungen und Verdünnungen der Longitudinalbewegung sich nach und nach in Wellen-

berge und Wellenthäler der Transversalbewegung umsetzen. Soll endlich

4) eine stehende Longitudinalbewegung eingeleitet werden, so bedarf es einer Leiste L , worin in einer geraden Linie liegende Löcher in solchen Abständen gebohrt sind, dass wenn sämtliche Kugeln in dieselben eingelegt sind, und die Leiste wiederum plötzlich parallel mit sich selbst nach unten gerückt wird, die Kugeln 4 und 12 in Ruhe bleiben, während beiderseits um 4 und 12 solche symmetrische Bewegungen eingeleitet wurden, dass im selben Moment bei 4 eine Verdichtung und bei 12 eine Verdünnung eintritt. Auch diese Bewegung setzt sich in eine transversal stehende um, falls man langsam die Leiste N wiederum an M anlegt.

Dies sind zunächst die vier Hauptformen, mit denen es die allgemeine Wellenlehre zu thun hat; es sind aber auch die Grundformen der Bewegungen, welche in der Akustik eine Rolle spielen. Denn indem wir nur voraussetzen, das Tempo der Schwingungen werde schneller und schneller, erreichen wir nach den Untersuchungen Preyer's¹ zwischen 14 und 24 Schwingungen in einer Secunde die unterste, bei etwa 40000 Schwingungen dagegen die oberste Grenze der Tonwahrnehmung. Ueber diese Grenze hinaus Schwingungen wahrzunehmen, deren Schwingungszahlen vielleicht 50000, 60000, 100000 . . . sind, erhält Wahrscheinlichkeit, wenn man die Idee festhält, dass der Geruch und Geschmack bei diesen Schwingungen sich vielleicht betheilige. Denn es muss jedenfalls auffällig erscheinen, dass eine so enorme Lücke der Wahrnehmung von der obersten Grenze des Schalles bei 40000 Schwingungen bis zur untern Grenze der ultrarothten Strahlen bei 60 Billionen Schwingungen in der Secunde für unsere Wahrnehmung bestehen sollte.

Sobald wir es im Folgenden mit Tönen zu thun haben, müssen wir daran denken, dass es zunächst nur

¹ W. Preyer, Die Grenzen der Tonwahrnehmung (Jena 1876).

stehende Schwingungen eines Körpers sind, die diese Töne erzeugen, dass dagegen fortlaufende in diesem Körper nur eine äusserst kurze Zeit vor dem Eintritt der stehenden anzunehmen sind. Die fortlaufenden wiederholen sich in solcher Regelmässigkeit, dass sofort der Umsatz in stehende in der Weise, wie wir dies unter 13. gesehen haben, erfolgt. Jeder Körper, welcher Töne liefern soll, kommt nicht von selbst zum Tönen; es bedarf vielmehr einer Erregungsart, sei es mit einem Hammer, einem Violinbogen oder mittels anderer bestimmter Einrichtungen. Hierbei werden zunächst vom Erregungscentrum aus fortlaufende Wellen erzeugt, die, an den Grenzen des Körpers reflectirt, neuen fortlaufenden begegnen, wonach alsbald die stehende Wellenbewegung eintritt.

Die Wahrnehmung solcher Schwingungen als Töne setzt voraus, dass die Schwingungsbewegung des Körpers nach unserm Gehörorgan übermittelt wird, und übernimmt diese Vermittelung fast ausschliesslich die Luft, jenes elastische Medium, das die Körperwelt auf der Erde umgibt, und welches so die Trägerin der Sprache und des Schalles wird. Indem der, die Schallschwingungen ausführende Körper z. B. 256 solcher Schwingungen in der Secunde macht, werden in dieser Zeit durch die Luft nach unserm Ohre hin 256 Lufterschütterungen, d. h. 256 Luftverdichtungen und Verdünnungen als fortlaufende Wellen fortschreiten, an das Trommelfell des Ohres anschlagen und dieses wiederum in eine stehende Schwingungsbewegung versetzen, mit demselben Tempo, wie das der Schwingungen des ursprünglich schwingenden Körpers. Das gewöhnliche Schema der Bewegungen wäre somit:

Schwingender Körper	Luft	Ohr
stehende Schwingungen	fortlaufende	stehende.

DRITTES KAPITEL.

Die Aufgaben der Akustik.

17. Die Grenzen eines Zweiges der Wissenschaft festzustellen, ist mit wenigen Worten da nicht wohl möglich, wo ein organischer Zusammenhang mit den benachbarten Wissenschaftsgebieten besteht, sei es, dass hier das blosse innere Geistesleben oder mehr die äussern Erscheinungen in Betracht kommen. Da aber das Ohr das alleinige Organ ist, mit welchem wir hören können, so fällt die Definition der Akustik sehr einfach aus, indem man sagen muss, die Akustik sei die Lehre von denjenigen Erscheinungen, die bei dem Acte des Hörens in Betracht kommen. Man erkennt leicht, dass das Gebiet dieser Erscheinungen einmal ein mehr äusseres und sodann ein mehr inneres ist. Das äussere Gebiet umfasst alles das, was wir mit den Schwingungen der Körperwelt, mit den hierbei zur Erscheinung kommenden Bewegungen und ihren Gesetzen direct in Verbindung bringen müssen, ein Gebiet, in dem allerdings das Organ des Ohres uns wesentliche Dienste leistet, da, wo es sich z. B. um Schwingungszahlen handelt und diese rasch nach Schalleindrücken angegeben werden können, wobei aber sehr häufig Beobachtungen auch mit dem Auge gemacht werden, als demjenigen Organ, das bestimmt ist, Bewegungen der Aussenwelt, sie mögen sein, welche sie wollen, zunächst zu verfolgen. Dieser mehr äussere Theil der Akustik ist die sogenannte physikalische Akustik.

Es gibt aber auch ein zweites Gebiet, in dem gefragt wird, welchen Eindruck machen die äussern Bewegungen schliesslich auf das Organ des Ohres und durch dieses auf unsere Seele. Da hierbei das für Schallbewegungen ausschliesslich in Betracht kommende Hörorgan zwischen die Seele und die Aussenwelt gestellt ist, so wird dieser Theil einen wesentlich physiologischen Charakter haben, der bald wiederum mehr als rein physiologisch, bald mehr als psychologisch aufzufassen ist, dem wir aber den Namen physiologische Akustik erhalten wollen.

Wenn zunächst im Folgenden die Aufgaben der Akustik bezeichnet werden, so muss sofort bemerkt werden, dass die Bezeichnung dieser Aufgaben nicht nach jeder Richtung in umfassender Weise gegeben wird, und es vielmehr darauf ankam, nur die Hauptpunkte, mit denen es die gesamte Akustik zu thun hat, hervorzuheben.

Es ist schon unter 4. der Schwingungszahl gedacht worden. Da diese es ist, welche als absolute oder als relative, in ihrem Verhältniss zu andern Schwingungszahlen, bald die absolute Höhe der Töne, bald ihre Intervalle bestimmt, so leuchtet ein, dass eine Hauptaufgabe der Akustik, ja wol die nächste, darin besteht, unter gegebenen Umständen die absoluten beziehungsweise auch die relativen Schwingungszahlen zu finden. Als Brook Taylor zu Anfang des vorigen Jahrhunderts auf theoretischem Wege das Problem der Transversalschwingungen der Saiten löste, war das Hauptresultat dieser Untersuchung die Aufstellung der sogenannten Taylor'schen Formel, wodurch es uns möglich wird, ohne das Ohr zu Hülfe zu nehmen, durch blosse Messungen und Wägungen die absolute Zahl der Schwingungen einer Saite zu finden. Als Seebeck der jüngere im Jahre 1849 seine schönen Untersuchungen über die Transversalschwingungen von Stäben veröffentlichte, war es vorzugsweise das Gesetz der Schwingungszahlen, welches auf theoretischem Wege aufgefunden wurde. Die ganze Summe

bedeutungsvoller Entdeckungen Chladni's besteht zum grossen Theil darin, dass er im Stande war, die Schwingungszahlen bei fast allen schwingenden Körpern festzustellen, und überall begegnen wir in seinem berühmten Werke der Akustik Tabellen, welche als Endresultat eine Zusammenstellung von Schwingungszahlen enthalten.

Die Bestimmung der absoluten Schwingungszahlen tönender Körper kann zunächst nicht durch das beobachtende Auge ermöglicht werden. Denn diese Schwingungen sind so rasch, dass ein Versuch, ihnen mit dem Auge zu folgen, sofort mislingt. Es mussten daher auf experimentellem Wege besondere Methoden geschaffen werden, um die Schwingungszahlen zu finden, und ist gerade dieser Theil der Akustik ein interessanter und wichtiger, namentlich da auch vielfach optische Hilfsmittel hierbei ins Werk treten.

Schon oben ist auf die Grenzen der Tonwahrnehmung hingewiesen worden, und hat es vielfach darum gegolten, endgültig die Zahlen zu finden, innerhalb deren sich die Schwingungen zu bewegen haben, wenn sie für uns noch tönende sein sollen.

Eine andere Seite der akustischen Forschung hat es zu thun mit den Abtheilungsarten, insbesondere mit Längenverhältnissen, die bei den schwingenden Körpern in Betracht kommen, und wobei es sich auch um die Lage der Knotenpunkte und Knotenlinien handelt. War es nicht diese Frage, welche schon einen Pythagoras im höchsten Maasse zu fesseln vermochte, als er mit dem Monochord das Gefühl der Intervalle gegenüber den Längen abgegrenzter Saitenstücke verglich? Legte er nicht hierdurch das Fundament zu jener wunderbaren Zahlenlehre, die fortwährend bis in unsere Tage herauf nach allen Richtungen verfolgt wurde und heute noch nicht aufgehört hat, ihre hohe Bedeutung auf dem gesammten Gebiete der Musik zu documentiren, die aber auch zu allen Zeiten Veranlassung zu allerhand nutzlosen Grübeleien und Sophistereien ge-

wesen sein mag? Wo liegen die Knotenlinien eines schwingenden Stabes, der eine Reihe von Tönen zu geben vermag, wo die Knotenflächen einer tönenden Luftsäule? Wie gross sind die Radian der Knotenkreise, denen wir insbesondere bei kreisrunden Membranen und Scheiben begegnen? Das sind weitere wichtige Fragen der Akustik.

Bei diesen Bestimmungen wird es zur Nothwendigkeit, die Lage der Knotenpunkte und Knotenlinien auch wirklich für das Auge zu versinnlichen. Versinnlichungsmittel, welche im einen Falle im vollsten Maasse genügen, versagen im andern völlig ihren Dienst, und stets waren die Experimentatoren bemüht, hier Neues zu erfinden und dies auf weitere Weisen nutzbar zu machen.

Zugleich dürfen wir hier anreihen die Frage nach der Art der Tonerregung bei einem schwingenden Körper, Fragen, die insbesondere die Neuzeit zu beschäftigen pflegen, die im Zusammenhang stehen mit der Lehre von der sogenannten Klangfarbe, und deshalb auch bei dem Bau verschiedener Instrumente von hoher Wichtigkeit geworden sind. Denken wir daran, dass insbesondere auch der elektrische Strom, ja selbst das Licht und die Wärme im Stande sind, Schallbewegungen einzuleiten und zu unterhalten, so leuchtet ein, wie hierdurch Gebiete der Physik in Beziehung gekommen sind, deren geheimnissvoller Zusammenhang einst kaum geahnt wurde, der aber fast täglich mehr und mehr sich uns erschliesst. Der Leser denke hier noch an die Bedeutung der vielleicht grössten Entdeckungen dieses Jahrhunderts auf dem Gebiete der Akustik, Elektrizität und Optik, an die Erfindung des Telephons und des Photophons.

In ganz besonderer Weise bietet die Frage nach den Schwingungsformen der Körper, nach den hierbei auftretenden Klangfiguren Interesse. Es gab eine Zeit, in der die ganze gebildete Welt von solchen Formen und wunderbaren Figuren sprach, die Zeit der

Entdeckung der Chladni'schen Klangfiguren, welche solches Aufsehen erregten, dass ihr berühmter Entdecker Veranlassung nehmen musste, sie persönlich im Jahre 1809 vor dem kaiserlichen Hofe in den Tuilerien zu zeigen, und wo dieselben auch das höchste Interesse erregten. Chladni, Savart, Faraday, Strehlke, Kundt und Andere haben die Akustik bereichert durch neue Entdeckungen von merkwürdigen Schwingungsfiguren, deren Aeusseres je etwas ganz Specifisches und Unterscheidendes zeigt und den Laien oft kaum weniger wie den Mann der Wissenschaft zu fesseln vermag.

Handelte es sich hierbei insbesondere um Figuren, die auf schwingenden Flächen sich zeigten, so waren es auch ganz besonders die Schwingungsformen einzelner Punkte eines schwingenden einfachen Körpers oder auch in bestimmter Weise zusammengestellter Körper, welche von ihrer ersten Entdeckung an einen reichen Stoff der Untersuchung darboten. Die Lissajous'schen Schwingungscurven insbesondere haben eine solche Bedeutung erlangt, dass sie einen Lieblingsgegenstand des Experimentators bilden, da wo es in öffentlichen Vorträgen darauf ankommt, in glänzender Weise die Fortschritte der neuern akustischen Forschung hervorzuheben. Ein neues Feld wurde durch die Entdeckung dieser Figuren betreten, und in rascher Folge kamen weitere Entdeckungen hinzu, sodass sich ein neuer Zweig der Akustik — die optische Akustik — entwickelte, so schön und mächtig, dass seine Darstellung in umfassender Weise ein würdiger Gegenstand schriftstellerischer Thätigkeit werden kann, insbesondere, da auf diesem Felde der Forschung ausser der Physik auch andere Zweige des Wissens, wie die Physiologie, ja sogar die praktische Medicin mit theiligt sind.

Als Chladni im Jahre 1827 ein Schriftchen unter dem Titel „Kurze Uebersicht der Schall- und Klanglehre“ herausgab, schien er noch nicht im Stande zu sein, über eine Art von Apparaten zu berichten, welche

seit jener Zeit ganz besondere Bedeutung erlangt haben. Es sind dies die Vorrichtungen, welche man einfach mit dem Namen Sirenen bezeichnet, Vorrichtungen, durch welche Töne erzeugt werden können, ohne dass dabei selbstklingende Körper im Spiel wären. Ihr erster Repräsentant war eine Erfindung Cagnar Latour's im Jahre 1819, und wurde dieselbe späterhin in der mannigfachsten Weise verbessert. Solche Apparate haben wesentlich dazu beigetragen, dass bestimmte Fragen über die physikalischen Grundursachen der Töne und der Tonempfindung eine rasche und entscheidende Lösung erhielten. Insbesondere waren sie bedeutungsvoll da, wo absolute und relative Schwingungszahlen in mathematisch reinen Verhältnissen angenommen werden mussten. Namentlich hat die Beschäftigung mit diesen Einrichtungen auch unsere Ansichten über eine Reihe anderer Apparate, so z. B. der Zungenpfeifen, sicherer und richtiger zu gestalten vermocht.

Von einer hervorragenden Bedeutung waren ferner immer die Fragen über die Art der Verbreitung der Schwingungen von einem Körper auf den andern, die Fragen über die Fortpflanzung der Wellenbewegung insbesondere durch die Luft hindurch, da diese es ja ist, welche fast ausschliesslich die Trägerin des Schalles genannt werden muss und ohne welche unsere ganze Schallempfindung zum allergrössten Theil verschwinden würde. Da die Fortpflanzung einer Wellenbewegung von der molekularen Beschaffenheit der Medien abhängt, so leuchtet ein, dass jene auch wol in Verbindung tritt mit verschiedenen andern Fragen, die insbesondere dem Gebiete der Elasticitätslehre angehören, und deren Lösung somit auch auf akustischem Wege gelingen konnte. Es mussten diese Fragen deshalb weiter von Bedeutung sein, weil sie sich auch auf die charakteristischen Unterschiede und Aehnlichkeiten insbesondere zwischen Licht- und Schallerscheinungen erstreckten. Denn unzweifelhaft werden hier Erscheinungen, die wir sonst beim Licht betrachten: die Re-

flexion, die Brechung, die Absorption, von analoger Bedeutung sein. In gleicher Weise, wie beim Licht die Interferenzerscheinungen einen Hauptgegenstand der Forschung gebildet haben, ist dies auch beim Schall der Fall. Wir begegnen hier einer ganzen Reihe merkwürdiger Thatsachen und bemerkenswerther Gesetze, die zum Theil wörtlich aus der Lehre vom Licht auf die des Schalls übertragen werden können, zum Theil aber auch totale Verschiedenheiten erkennen lassen.

Mit diesen Interferenzerscheinungen hängt weiterhin die ganze Reihe hochwichtiger Fragen über die Tonempfindung zusammen, eine Lehre, die recht eigentlich der Neuzeit angehört, und zuerst von Helmholtz, einem glänzenden Forscher unserer Zeit, nach allen Richtungen hin so fest begründet wurde, dass wol im einzelnen noch gewisse Sicherstellungen und Aenderungen zu erwarten stehen, dass aber die Grundphänomene in ihrem Zusammenhang für alle Zeiten erkannt sind. Diese Lehren sind es denn nun auch, welche die praktische Musik und die Physik in die innigste Beziehung gesetzt haben, durch welche die Kluft, die früher zwischen der Kunst und der starren Wissenschaft bestand, überbrückt wurde. Wenn es auch im Wesen der Kunst liegt, dass sie sich entwickelt und die herrlichsten Blüten treibt, ohne dass ihre Jünger eine Kenntniss haben von dem Antheil der rein mechanischen Gesetze und deren Beziehung zum Seelenleben, wenn es einen Rafael gab, der vom Spectrum und seinen Gesetzen kaum Ahnung hatte, wenn es einen Mozart gab, der schwerlich sich das Wesen der Schwebungen und anderer physikalisch-akustischer Erscheinungen zu deuten verstand, so leuchtet doch ein, dass, wenn es gelang, hier eine sichere und schöne Brücke zu schlagen, über diese ein Verkehr eröffnet wurde, der mehr und mehr ein lebhafter und segensreicher werden kann.

18. So wären wir an dem Punkte angelangt, von dem aus wir die nähere Betrachtung unsers Gegen-

standes, soweit er, der Vorrede entsprechend, hier eine übersichtliche Darstellung finden soll, beginnen können. Die äussern Schwingungserscheinungen der Körperwelt an und für sich soll hauptsächlich den Gegenstand hierbei abgeben, und folgen wir am besten hier derjenigen Eintheilung des reichhaltigen Stoffes, wie sie von dem Altmeister Chladni in seinem zuletzt citirten Werkchen gegeben ist. Er unterscheidet drei Hauptgruppen schwingender Körper, und fügen wir ihr die vierte hinzu, die zur Zeit Chladni's eben noch kaum angefangen hatte Bedeutung zu gewinnen.

Erste Gruppe: Körper, welche durch Spannung elastisch werden, d. h. deren verschiedene Töne unter sonst gleichen Umständen, vorzugsweise durch Spannungsänderungen geändert werden. Hierher gehören:

A. Linienförmige Körper: Saiten; Fäden.

B. Flächenförmige Körper: Membranen.

Zweite Gruppe: Körper, die durch innere Steifigkeit elastisch sind, d. h. Körper, welche in dem Zustand, wie sie sind, ohne dass eine Spannung nöthig wäre, schon tönen können und wobei nur eine bestimmte Art der Befestigung nöthig wird, um ihnen Töne zu entlocken. Hierher sind zu rechnen:

A. Linienförmige Körper:

a. geradlinige: Stäbe; Röhren.

b. krummlinige: Ringe; Stimmgabeln.

B. Flächenförmige Körper:

a. ebenflächige: Scheiben.

b. krummflächige: Glocken; Rotationsflächen.

Dritte Gruppe: Körper, die durch Druck elastisch sind. Körper der Art, dass die Veränderung des Drucks eine wesentliche Volumänderung bedingt, können nur die Gase sein. Es gehören also in diese bedeutungsvolle Gruppe die Schwingungen der Luft und die anderer Gase. Desgleichen würden in diese Gruppe eingereiht werden können gewisse Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten — Wasserpfeifen.

Vierte Gruppe. Sie umfasst die sogenannten Sirenen oder Stossapparate, von denen schon unter 17. die Rede war.

Wir werden den Schwingungen dieser verschiedenen Körper so folgen, dass zunächst immer die Erscheinungen der Transversalschwingungen, sodann die der longitudinalen und sodann noch weitere vielleicht bemerkenswerthe Schwingungsarten in Betracht gezogen werden.

VIERTES KAPITEL.

Transversalschwingungen der Saiten.

19. Die Transversalschwingungen der Saiten sind unter allen tönenden Schwingungen die bedeutungsvollsten. Denn abgesehen davon, dass sich aus ihrem Studium schon zur Zeit des Pythagoras die Theorie der Musik zu entwickeln begann, müssen wir auch aus andern Erscheinungen schliessen, dass diese Schwingungen die vollendetsten Klänge erzeugen, welche wir von schwingenden Körpern überhaupt erwarten können: eine That-
sache, die niemand zu bestreiten vermag, der nur die Bedeutung der Saiteninstrumente gegenüber den Blasinstrumenten oder andern musikalischen Instrumenten in Betracht zieht. Schon das Alterthum scheint dies gewürdigt zu haben. Minerva, welcher von den Alten die Erfindung der Flöte zugeschrieben wird, spielte einst in Gegenwart ihrer Mutter und Schwester, Juno und Venus, auf der Flöte, erntete jedoch statt des gehofften Beifalls nur ein Gelächter dieser Göttinnen; sofort eilte sie zu einer Quelle, um sich in dieser wie in einem Spiegel während des Spiels zu betrachten; da sie hierbei eine Verzerrung ihres Gesichts erkannte und Göttinnen wol am wenigsten eine solche Verzerrung vertragen, so warf sie, unwillig über ihre eigene Erfindung, dieselbe von sich. Pan, der ein vorzüglicher Spieler auf der Flöte war, wollte dem Apollo beweisen, dass diese der Lyra vorzuziehen sei; Apollo nahm den Streit an und erhielt nach dem Ausspruche des Tmolus

den Sieg. Wer Gelegenheit gehabt hat, in Kassel das herrliche Marmorbild zu sehen um dort die schönen Kunstwerke des französischen Künstlers Monnot zu bewundern, erinnert sich wol der Darstellung jener grausigen Scene, wobei Apollo dem Marsyas, der sich auch mit seinem Flötenspiel dem Spiele des Apollo auf der Leier gegenüber hören liess und hierbei besiegt wurde, die Haut über dem Kopfe zusammenzieht.

Für uns können diese Ueberlieferungen aus dem Alterthum zunächst freilich nur den Reiz des Mythos gewähren, aber unsere nähere Beschäftigung mit den Gesetzen der Saitenschwingungen wird mehr und mehr Gründe dafür herbeibringen, dass wir in der That in den Saiten die vollendetsten töngebenden Körper besitzen.

Das Material, woraus diese Klangmittel bestehen, ist verschieden, und diese Verschiedenheit ist, wie sich nachweisen lässt, von bedeutendem Einfluss auf das, was man die Klangfarbe zu nennen pflegt, und worunter man die qualitative Verschiedenheit bezeichnet, mit welcher Töne derselben Höhe auf unser Ohr einwirken, also z. B. zwei Töne a, von denen der eine von einer Flöte, der andere von einer Trompete angegeben wird. Unsere nächsten Betrachtungen gelten nun den Schwingungen einer Metallsaite, welche ich vor Zuhörern gern benutze, um mit Vortheil eine Reihe von Thatsachen zu constatiren.

20. Diese Stahlsaite wird bei einer Länge von 43,70 m zwischen den äussersten Wänden des marburger physikalischen Instituts ausgespannt, hat einen Durchmesser von 0,621 mm, einen Querschnitt von 0,285 qmm und wird ferner in horizontaler Lage mit 12,5 kg gespannt. Anstatt der ganzen Länge kann jede andere, insbesondere $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ derselben leicht abgegrenzt werden. Es war von Interesse, die genauen Schwingungszahlen für diese Strecken festzustellen, und wurde hierbei eine Uhr benutzt, auf deren Zifferblatt die Minute in 300 Theile getheilt erschien, und bei welcher ein

arretirbarer Zeiger gestattete, $\frac{1}{5}$ Sec. abzumessen. Das Zählen der einzelnen Schwingungen der ganzen Saite machte gar keine Schwierigkeiten. Ich zählte bei drei Versuchen im Mittel 165,7 Zeittheilchen oder 33,14 Sec. auf 80 Schwingungen, und kamen also auf 1 Sec. 2,414 Schwingungen, die mit dem Auge in der einfachsten Weise sich verfolgen liessen.

Als die Schwingungen der halben Saite, der $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ Saite in Betracht kamen, wurde die Zählung mittels des Auges durch eine Zählung durchs Ohr ersetzt unter Mithülfe des folgenden Kunstgriffes, der bei verschiedenen Untersuchungen Beachtung verdient. Fig. 9 zeigt



Fig. 9.

eine auf dem Klavier mit aller Sicherheit in grösster Regelmässigkeit und in dem verschiedensten Tempo mit der rechten Hand auszuführende Fingerübung, deren Tempo auch ohne weiteres von der Hand auf einer Tischplatte, einer Fensterscheibe oder sonstwo hörbar gemacht werden kann. Denken wir bei dem *c* immer den Daumen, bei *g* den kleinen Finger aufschlagend und bei dem Tone *c* „0“, „1“, „2“ gezählt, so leuchtet ein, dass wir diese Trommelfigur mit einem Tempo regelmässiger Stösse oder Erschütterungen leicht in der genauesten Weise in Coincidenz setzen können. Es werden somit, wenn wir die Figur z. B. zehnmal wiederholt, d. h. von „0“ gerade bis „10“ gezählt haben, 80 Stösse oder Erschütterungen von einem schwingenden Körper abgegrenzt, wobei, wenn mit „0“ das Zeigerwerk der Uhr ausgelöst mit „10“ arretirt wird, auch die zu 80 Schwingungen gehörige Zeit und somit die Schwingungsdauer genau bestimmt werden kann. Aufgespannte Saiten, insbeson-

dere längere, lassen nun ihre langsameren Schwingungen, die noch keine Töne erzeugen, leicht beobachten, wenn man sich in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte befindet, von wo aus die Schwingungstösse sich etwa den Theilen einer Fensterbekleidung (wie in unserm Falle) mittheilen. Ferner erfährt man das Tempo dieser Chocs auch dadurch, dass man die schwingende Saite auf ein etwas langes Streifchen Papier aufschlagen lässt, dessen Masse kaum im Stande ist, die mächtigen Schwingungen der Saite zu beeinflussen. Man hat, um die betreffenden Schwingungszahlen zu erhalten, nur anfangs das Tempo für die Fingerbewegung anzupassen, um diese hernach in voller Regelmässigkeit verlaufen zu lassen, vorausgesetzt, dass der Experimentator im Stande ist, die oben bezeichnete Uebung aufs genaueste zu wiederholen. Nach dieser Manier lieferte die $\frac{1}{2}$ Saite 80 Schwingungen auf 83,0, das $\frac{1}{3}$ auf 54,3 und das $\frac{1}{4}$ auf 41,7 Zeittheilchen der Uhr, d. h. auf 16,60, 10,86, 8,34 Sec. Es kamen daher auf 1 Sec. 4,819, 7,367 und 9,592 Schwingungen.

Stellen wir die Producte aus den Längen der schwingenden Saitenstrecken und den Schwingungszahlen nebeneinander, so ergibt sich.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2,414 &= 2,414 \\ \frac{1}{2} \cdot 4,819 &= 2,410 \\ \frac{1}{3} \cdot 7,367 &= 2,456 \\ \frac{1}{4} \cdot 9,592 &= 2,398 \end{aligned}$$

Was schliessen wir hieraus? Doch gewiss, dass ein eigenthümliches Gesetz zu bestehen scheint, demgemäss die Schwingungszahlen einer Saite, falls nur ihre Längen sich ändern, sich umgekehrt verhalten, wie die Saitenlängen, oder was dasselbe ist und wie die obigen Zahlen zeigen, dass die Producte aus den Schwingungszahlen und den Saitenlängen eine constante Zahl bilden.

21. Es war in der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts, als der Minorit Marie Mersenne (1588—1648)

als ein eifriger Forscher auf dem Gebiete der Akustik zuerst die Schwingungen der Saiten in der Weise untersuchte, wie dies soeben an einem mit Sorgfalt ausgeführten Experiment erläutert wurde, und er schloss daraus, dass dieses Gesetz, welches für langsame Schwingungen sich einfach nachweisen liess, nun auch für die schnellern Schwingungen, welche Töne liefern, gelten müsse. Demgemäss fand er, dass eine Saite von 15 Fuss Länge, die mit $6\frac{5}{8}$ Pfund gespannt war, 10 Schwingungen in 1 Sec. lieferte, und berechnete hieraus die Schwingungszahl eines Tons bei einer Länge von $\frac{3}{4}$ Fuss zu $\frac{10 \cdot 15}{\frac{3}{4}} = 200$.

In diesem Experiment Mersenne's lag ein grosser Fortschritt gegenüber den Untersuchungen eines Pythagoras. Mit Hülfe des Monochords suchte dieser die Längenverhältnisse der Saiten, wie sie zu den Intervallen-Empfindungen der Töne passten. Er fand, dass das Intervall einer Octave herauskam, wenn eine Saite im Verhältniss $1:1\frac{1}{2}$ getheilt wurde, dass die Quinte zum Vorschein kam, wenn die Längen sich wie $1:2\frac{2}{3}$ verhielten u. s. w.; dass hierbei aber die Schwingungen das Entscheidende waren, dass die schneller werdenden Schwingungen immer höhere Töne erzeugten, konnte Pythagoras und Andere wohl ahnen, aber nicht feststellen und blieb dies erst der Zeit Mersenne's überlassen. Er war es, der durch das Experiment die Schwingungszahlen als Grund der Tonintervalle nachwies und dem Verhältniss nach feststellte, ja, er besass in seinen Experimenten auch ein Mittel, eine Bestimmung der absoluten Schwingungszahlen zu ermöglichen, wie ja die oben von ihm gefundene Schwingungszahl für die $\frac{3}{4}$ Fuss lange Saite beweist.

Mersenne legte sich eine zweite Frage über den Zusammenhang der Schwingungszahlen mit der Spannung der Saiten vor, und fand so das merkwürdige Gesetz, demgemäss die Schwingungszahl sich verdoppelt, wenn man die Spannung vervierfacht, und allgemein,

dass die Schwingungszahlen wie die Zahlen 1, 2, 3 wachsen, wenn die Spannungen wie die Quadrate dieser Zahlen fortschreiten, oder, was hiermit einerlei ist, es verhalten sich die Schwingungszahlen einer Saite, falls nur ihre Spannungen geändert werden, wie die Quadratwurzeln aus den Spannungen.

Eine dritte Frage bezog sich auf den Einfluss des Gewichts der Saiten. Waren die Saiten von derselben Länge und derselben Spannung, so zeigte sich, dass die Schwingungszahlen sich umgekehrt verhielten wie die Quadratwurzel aus den Gewichten. Somit lag das Endresultat der Forschungen und Experimente Mersenne's in drei Gesetzen, die in der Formelsprache der Mathematik lauten:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{L_2}{L_1}; \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{P_1}}{\sqrt{P_2}}; \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{Q_2}}{\sqrt{Q_1}}; \quad . . . (2)$$

wenn wir unter N Schwingungszahlen, unter L die Längen, unter P die Spannungen und unter Q die Gewichte der Saiten verstehen.

Das erste Gesetz führt, wie wir schon gesehen haben, leicht zur Bestimmung der absoluten Zahl von Schwingungen. Denn wenn N_1 so klein ist, dass man die Schwingungen nach unserer obigen Manier zählen kann, so ist es eine bekannte Grösse und wäre hiernach:

$$N_2 = \frac{N_1 \cdot L_1}{L_2} (3)$$

Um hierzu noch unser obiges Beispiel weiter zu vervollständigen, sei bemerkt, dass bei der ursprünglichen Spannung ein Stück der Saite gleich 1,425 m abgegrenzt wurde, welches einen schönen Ton lieferte. Vergleichen wir diese Länge mit der Länge 10,925 m des Viertels unserer Saite, dem eine Schwingungszahl $N_1 = 9,592$ zukam, so ergibt sich

$$N_2 = \frac{9,592 \cdot 10,925}{1,425} = 73,54.$$

Ein Vergleich dieses Tons mit einem möglichst übereinstimmenden Ton eines Appunn'schen Sonometers, dessen tiefster Ton 128, und jeder folgende Ton 4 Schwingungen mehr machte, ergab, dass man die höhere Octave von unserm Ton erhielt mit dem Ton Nr. 5 des Sonometers, dass demnach diese Octave $128 + 4 \cdot 5 = 148$, und die tiefere Octave hiervon also 74 Schwingungen hatte, was mit unsern auf das Mersenne'sche Gesetz basirten Beobachtungen und Messungen sehr gut übereinkommt.

22. Es war etwa ein Jahrhundert später, als der Engländer Brook Taylor (1685—1731) in seinem „Methodus incrementorum directa et inversa“ (London 1715) die Wissenschaft mit zwei wichtigen Resultaten bereicherte: einmal mit dem berühmten „Taylor'schen Lehrsatz“ und sodann mit einer Formel für die absolute Zahl der Transversalschwingungen einer Saite, eine Formel, welche unter dem Namen der Taylor'schen Formel auf dem Wege der Rechnung erhalten wurde und

$$N = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{P \cdot g}{p}} \dots \dots \dots (4)$$

lautet. In ihr bedeutet L die Länge der schwingenden Saite in Millimetern, g die Beschleunigung durch die Schwere gleich 9810 mm pro Secunde, P das Spannungsgewicht, p das Gewicht der Längeneinheit ($= 1$ mm) der Saite, beides in denselben Einheiten (z. B. Grammen) gemessen. Da also g bekannt ist, so brauchen nur P und p mittels der Wage bestimmt, L mit einem Maassstabe gemessen zu werden, um ohne jede Beihülfe des Ohrs die absolute Zahl der Schwingungen einer Saite zu bestimmen. Es leuchtet sofort ein, dass auch irgendein Ton eines beliebigen andern töngebenden Körpers sich nun, unter Assistenz

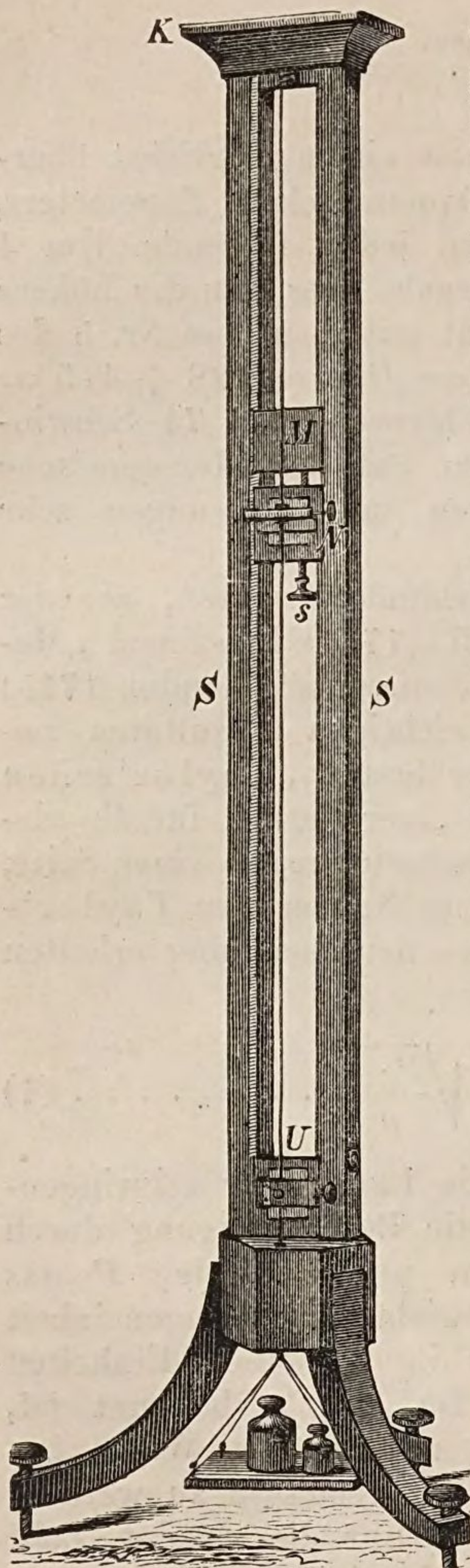


Fig. 10.

beiden verticalen Ständer *SS*, welche oben durch das

des Ohres, seiner Schwingungszahl nach bestimmen lässt. Man misst nämlich ein Saitenstück ab, welches mit dem gegebenen Ton unisono klingt, und bestimmt sodann mittels obiger Formel das *N* für die Saite. Es gründet sich gerade hierauf die Verwendung der Saiten zu genauen sonometrischen Zwecken.

Um nun die Bestimmung der vier Grössen in Taylor's Formel machen zu können, bediente man sich schon sehr lange eines Apparats, der von alters her den Namen Monochord führte, und der im Laufe unseres Jahrhunderts mehrfache Verbesserungen erhielt, bis man zuletzt bei der Einrichtung stehen blieb, die ihm W. Weber gab, und wodurch der Apparat als Weber'sches Monochord zu einem der bedeutungsvollsten in der Akustik geworden ist, der aber ausserdem auch in der Elasticitätslehre vortreffliche Dienste leistet. Fig. 10 stellt den in dem marburger physikalischen Cabinet befindlichen, von Schubart angefertigten Apparat in $\frac{1}{18}$ natürlicher Grösse dar. Auf einem soliden hölzernen Dreifussgestell erheben sich die

Querstück K in paralleler Lage fest verbunden sind. Zwischen den Ständern verschiebt sich ferner die starke Holzklemme M , die mittels einer, auf der Rückseite des Apparates zu denkenden Klemmschraube in einer beliebigen Stellung festgeklemmt werden kann. Mit M verbunden ist der Theil N , welcher durch die im verticalen Sinne wirkende Schraube s innerhalb engerer Grenzen relativ gegen M verstellt werden kann, und ausserdem eine eigenthümliche Klemmvorrichtung zum Festklemmen des obern Endes der Saite trägt. Diese Vorrichtung ist aus Metall gearbeitet, aber nicht direct ins Holz von N aufgeschraubt, sondern statt dessen auf einem Sandsteinstück festgemacht, das für sich in einer Höhlung von N fest sitzt. Die Einklemmung des obern Endes von der Saite geschieht zwischen zwei Halbcylindern von Stahl, die beide aus einem verticalen Loch herausgehoben werden können und ebenso, falls die Saite abgegrenzt werden soll, beiderseits um sie eingesetzt und mittels einer Schraube so gegeneinander bewegt werden können, dass die Saite oben absolut fest eingeklemmt ist. Eine ähnliche Klemmvorrichtung für die Saite befindet sich am untern Verbindungsstück U der beiden Ständer.

Sobald eine Messung beginnen soll, wird die Saite an K befestigt, durch das Loch der mittlern, dann durch die untere Klemme gezogen und unten eine Wagschale mit den nöthigen Spannungsgewichten an sie angehängen. Hat die Saite so eine Zeit lang frei ohne irgendwelche Biegung oder Zerrung gehangen, so setzt man die obern Klemmbacken ein, klemmt die Saite in ihrer verticalen Lage zuerst oben und dann auch mit der untern Klemme fest. Es leuchtet ein, dass hierbei die Saite an ihren Enden ohne jede Zerrung absolut fest abgegrenzt ist, und dass ein Vortheil des Apparates gegenüber einem gewöhnlichen Monochord, wobei die Saite am einen Ende festgemacht ist, dann über einen Steg läuft, dann horizontal über einen zweiten Steg am andern Ende, dann über eine Rolle läuft und eine Wag-

schale trägt, — darin besteht, dass die Reibungen an den Stegen und der Rolle wegfallen, und dass demnach das Gewicht, welches unten angehängen ist, nicht einen Theil seiner Kraft verwendet, um diese Reibungen zu überwinden, sondern die wirkliche Spannung der Saite darstellt. Zweitens erleidet die Saite bei unserem Apparat keine Umbiegungen und hiermit an den Enden keine molekulare Veränderung. Drittens ist die Längenbestimmung bei dem vollkommenen Apparat eine durchaus richtige. Denn die untere Ebene der obern und die obere Ebene der untern Klemmbacken bilden genaue Grenzen, was sonst bei der Abgrenzung an Stegen nicht angenommen werden kann. Viertens besteht der Körper eines gewöhnlichen Monochords in einem Resonanzkasten, der auf dem Deckel die abgrenzenden Stege trägt. Die Folge hiervon ist, dass die Enden der Saite nicht unabänderlich fest liegen, sondern bestrebt sind, die Schwingungen auf den Resonanzboden zu übertragen. Es wird hierdurch ein fremder Körper mit in Schwingung versetzt, und kann dieser rückwärts auch einen Einfluss auf die Schwingungen der Saite ausüben. Dem ist nun durch Weber vollkommen begegnet worden. Denn einmal sind die Schlussklemmen auf Sandstein befestigt, welcher Körper ein schlechter Leiter des Schalles ist, und sodann sind die beiden Ständer *S* nicht massive Holzstücke, sondern parallelepipedische Hohlräume, welche inwendig mit Sand ausgefüllt werden, sodass eine Uebertragung der Schwingungen auf sie und die übrigen Theile des Apparats möglichst beseitigt wird. Daher kommt es denn auch, dass die Saite beim Weber'schen Monochord nur einen schwachen Ton gibt.

23. Mit diesem Apparat wurde nun eine Bestimmung der Schwingungszahl eines Stückes von der im Vorausgehenden mehrfach schon verwendeten Saite gemacht und, um einen Vergleich zu ermöglichen, auch dieselbe Spannung von 12,5 kg nebst einem Haken und auch die Länge von dem zuletzt betrachteten Stück

gleich 1425 mm beibehalten. Der Haken wog 59,5 g und war demnach $P = 12559,5$ g. Um p zu bestimmen, wurde die ganze Länge der Saite, soweit sie eingespannt war, an den Enden mit einem Messer abgeschnitten und gewogen; es fand sich dies Gewicht gleich 3,495 g, und um hieraus p zu berechnen, müssten wir mit 1425 dividiren. Wir können jedoch, da das Gewicht der ganzen Länge offenbar gleich $L \cdot p = Q$ ist, unsere Taylor'sche Formel auch in der Form

$$N = \sqrt{\frac{P \cdot g}{4 L \cdot Q}} \dots \dots \dots (5)$$

anwenden, und erhalten daher

$$N = \sqrt{\frac{12559,5 \cdot 9810}{5700 \cdot 3,495}} = 78,64.$$

Unser oben gefundener Werth war 73,54 und haben wir jetzt einen um 5,10 Schwingungen grössern Werth gefunden, eine Bestätigung dafür, dass bei der ersten Spannungsmanier, wo die Saite über eine Rolle lief, die Spannung nicht völlig auf die Saite kam, sodass wir in solchen Bestimmungen der Tonhöhen sogar ein Mittel hätten, den Antheil, welchen die Reibung von dem spannenden Gewicht für sich beansprucht, zu bestimmen. Denn sehen wir in obiger Formel P als gesuchte Grösse an und nehmen N aus unserm ersten Versuch als bekannt gleich 73,54, so wäre P nach dem Mersenne'schen Gesetz aus der Gleichung

$$\frac{73,54}{78,64} = \sqrt{\frac{P}{12559,5}}$$

zu berechnen, wobei sich P gleich 10983 g, d. h. um 1,576 kg kleiner wie 12559 ergibt. In der That, als wiederholte Versuche mit der um 1,576 kg grössern Spannung bei der horizontal gespannten Saite angestellt wurden, ergab sich, dass der, dieser zweiten Spannung entsprechende, Ton nahezu um 4 Schwingungen höher

wurde und offenbar noch höher geworden wäre, wenn nicht durch die Zulage von 1,576 kg die Reibung wieder vermehrt und so wiederum ein weiterer Theil dieser Mehrbelastung auf diese Vermehrung der Reibung gekommen wäre.

24. Wenn wir den natürlichen Zusammenhang der Kräftewirkungen bei den Transversalschwingungen der Saiten näher ins Auge fassen, so können wir, wie schon unter 15. bemerkt, uns eine Saite zunächst aus einer Reihe von Punkten — wenn man will, kleinen Kugeln — zusammengesetzt denken, die in einem gewissen Abstand voneinander durch elastische Federn verbunden sind. Biegen wir nun ein solches System aus der horizontalen Ruhelage (Fig. 11) in die gebogene Lage, so leuchtet ein, dass sämtliche Federn länger werden,

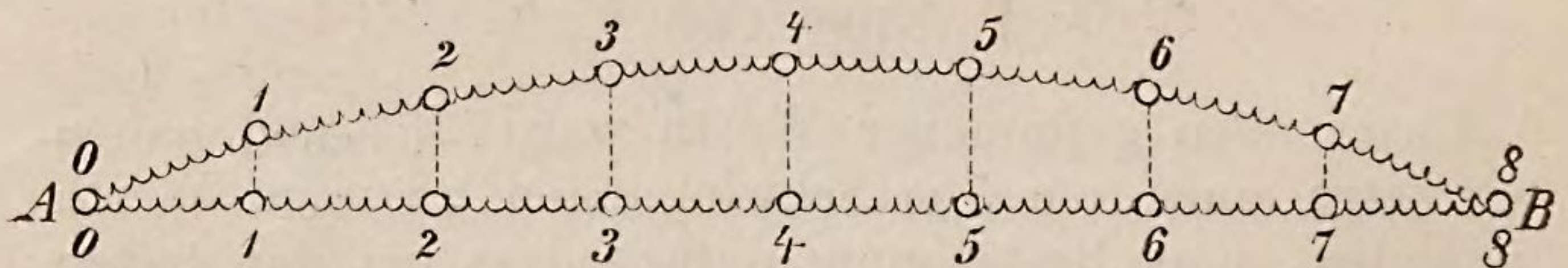


Fig. 11.

d. h. dass sich die einzelnen Moleküle weiter voneinander entfernen, und so eine Vermehrung der Spannung in den Spiralen eintritt. Sehen wir von dieser Vermehrung zunächst ab, was wir uns erlauben dürfen, so lange wir nur geringe Ausbiegungen bewerkstelligen, so leuchtet ein, wie bei dem aus der Ruhelage herausgebrachten System in den Punkten 1, 2 7 je zwei Spannungen unter einem Winkel, wenn auch einem sehr stumpfen, sich entgegen wirken. Es wird hierdurch nothwendig an jedem dieser Punkte eine Resultante entstehen, welche den betreffenden Punkt in seine Ruhelage zurückzuführen bestrebt ist. Der Punkt 4 als Mittelpunkt der Saite muss hierbei nothwendig in einer geraden Linie abwärts sich bewegen, und lehrt der Augenschein, dass dies sehr nahe auch bei den übrigen Punkten angenommen werden kann und zwar in dem

Maasse mehr, als die Ausbiegung der Saite geringer war. Eine stärkere Ausbiegung wird die Spiralen messbar weiter auseinanderziehen und wird hierdurch, wie schon bemerkt, eine Vermehrung der Spannung, eine Vermehrung der wirkenden Kräfte eintreten. Wir dürfen hieraus und auch aus dem Umstande, dass bei grössern Ausbiegungen auch die Bahnen, in welchen sich die Moleküle bewegen, ein gewisses Maass überschreiten, schliessen, dass die Schwingungszahlen der Saiten wohl nicht ganz unabhängig von der Elongationsweite, oder wie wir dies auch nennen, von der Amplitude der Schwingungen sind.

25. Unsere theoretische Betrachtung setzte eine Saite voraus, welche in einer Punktreihe besteht. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall, sondern es haben die Saiten, auch wenn sie noch so fein sind, dennoch eine messbare Dicke. Je feiner sie aber sind, desto mehr entspricht die wirklich beobachtete Schwingungszahl der nach der Taylor'schen Formel berechneten, und umgekehrt, je dicker die Saiten werden, und auch je kürzer das schwingende Stück wird, desto mehr differiren die beiden Schwingungszahlen N , nach der Formel berechnet, und N^* nach der Wirklichkeit beobachtet. Eine Mittheilung eines hierauf bezüglichen Versuchs kann dies bestätigen. Eine Stahlsaite von 0,414 mm Durchmesser wurde bei den Längen 1000, 500 und 250 mm je mit 3000 und sodann mit 5000 g belastet, und wurden die Tonhöhen nach einem Appunn'schen Sonometer bestimmt, welches 64 Zungen von 2 zu 2 Schwingungen hatte, sodass die Schwingungszahlen sehr nahe richtig durch das Gehör bestimmt werden konnten. Aus zwei Versuchen ergab sich:

Spannung	Länge	Anzahl der Schw.	Gewicht der Saite
3000	1000	84,5	1,0471
5000	„	109	1,0463
3000	500	171	0,5236

Spannung	Länge	Anzahl der Schw.	Gewicht der Saite
5000	500	219	0,5232
3000	250	346	0,2618
5000	„	438	0,2616.

Um die Taylor'sche Formel benutzen zu können, musste das Q für eine jede Länge und für beide Spannungen bekannt sein. Zu dem Ende wurde die Länge 1000 bei 3 kg Belastung eingestellt, hierauf 2 kg zugelegt, und die Verlängerung der Saite durch diese Mehrbelastung bestimmt. Sie war gleich 0,80 mm. Folglich wurde der Durchmesser der Saite bei der zweiten Belastung kleiner, was sich leicht in Rechnung ziehen lässt. Denn, da das Gewicht der Saite, die um 0,80 mm länger geworden war, offenbar dasselbe sein muss wie das der nicht verlängerten Saite, so besteht, wenn wir die Gewichte der Saite bei 1000mm Länge und den beiden verschiedenen Spannungen mit Q und Q^* bezeichnen, die Gleichung

$$\frac{Q^*}{Q} = \frac{1000}{1000 + 0,8},$$

d. h. es ist

$$Q^* = Q \cdot \frac{1000}{1000 + 0,8}$$

oder in vollkommen genügender Annäherung

$$Q^* = Q \left(\frac{1 - 0,8}{1000} \right) = Q \cdot 0,9992 \text{ g.}$$

Es war aber durch die directe Wägung Q gleich 1,0471 g gefunden worden, demgemäss Q^* gleich 1,0463 g wird. Mit diesen verbesserten Q^* , die in der vierten Columne der obigen Zusammenstellung aufgeführt sind, fanden sich die, nach der Taylor'schen Formel berechneten, Schwingungszahlen gleich:

$$83,8 - 108,3 - 167,6 - 216,5 - 335,2 - 433,0,$$

deren Abweichungen von den beobachteten Werthen

—	0,7	bei	Länge	1000	und	Spannung	3000
—	0,7	„	„	„	„	„	5000
—	3,4	„	„	500	„	„	3000
—	2,5	„	„	„	„	„	5000
—	10,8	„	„	250	„	„	3000
—	5,0	„	„	„	„	„	5000.

sind und erkennt man aus diesen Zahlen sehr deutlich, dass die Differenzen wachsen, wenn die Längen abnehmen, und zweitens, dass die Differenzen abnehmen, wenn die Spannungen bei derselben Länge zunehmen. Wenn zwar diese letztere Bestätigung bei den ersten beiden Differenzen nicht zutrifft, so kann dies lediglich auf die bei den tiefen Tönen im Verhältniss nicht ganz so genaue Tonhöhenbestimmung zurückgeführt werden.

26. Es fragt sich nun, worin liegt der innere Grund dieser Verschiedenheit der beiden durch Beobachtung und durch Rechnung bestimmten Gruppen von Schwingungszahlen? Dieser Gegenstand musste nothwendig frühzeitig Bedeutung erlangen, und war es zunächst Savart, dem die Akustik so manche Errungenschaft verdankt, welcher auf experimentellem Wege das Gesetz des Zusammenhangs dieser Verhältnisse nachzuweisen versuchte.¹

Nach den Schlussfolgerungen, welche zu der Taylor'schen Formel führen, wird nur auf die Spannung P Rücksicht genommen und hierbei die Saite als vollkommen biegsam angesehen. Sie hat hiernach keine Fähigkeit, falls man ihr Biegungen ertheilt, diese von selbst und nicht durch äussere Spannung, wieder auszugleichen, eine Annahme, der zwar bei dünnen Fäden hinreichend, viel weniger aber bei Metalldrähten entsprochen wird, und hier offenbar um so weniger, je dicker dieselben werden. Denn ein Stück eines solchen Drahtes wird, wenn man

¹ Poggendorff's Annalen, LVIII, 252 (Jahrg. 1843). — Ann. de chim. et de phys., Ser. III, T. VI, p. 5.

es in die Hand nimmt und biegt, beim Loslassen wieder zurückschnellen, und zwar um so bestimmter und mit um so grösserer Gewalt, je dicker der Draht und je stärker die Elasticität überhaupt bei demselben vertreten ist. Savart dachte sich nun die Sache so: Wenn man annimmt, die Saite sei völlig ohne Biegungswiderstand, so wird sie nach der Taylor'schen Formel eine Schwingungszahl N liefern; wenn man ferner annimmt, sie habe nur Biegungselasticität, sei aber gar nicht gespannt, so wird sie eine Schwingungszahl ν haben. Der Zusammenhang zwischen der beobachteten Schwingungszahl N^* und den beiden Zahlen N und ν wäre dann nach Savart $N^{*2} = N^2 + \nu^2$, d. h. die wirklich beobachtete Schwingungszahl

$$N^* = \sqrt{N^2 + \nu^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Es hat Duhamel durch sehr einfache Schlussfolgerungen die Richtigkeit dieser Savart'schen Gleichung darzuthun versucht¹, jedoch kann dieselbe, wie Seebeck zeigte², als genau zutreffend nicht angenommen werden. Seebeck gibt für die Correction, welche an N anzubringen wäre, um N^* zu erhalten, den Ausdruck

$$\Delta = \frac{Nr^2}{L} \sqrt{\frac{E \cdot \pi}{P}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

worin r den Radius des Drahtes, E seinen Elasticitätscoefficient bedeutet.

E ist für Stahldraht etwa zu 20000 anzunehmen und bedeutet bekanntermaassen das Gewicht in Kilogrammen, das man unten an einem vertical aufgehängenen Stahldraht von 1 qmm Querschnitt anhängen müsste, um den Draht doppelt so lang zu machen, wie er ursprünglich war, ganz abgesehen davon, ob dies wirk-

¹ Poggendorff's Annalen, LVII, 405. Vgl. auch Wüllner's Lehrbuch der Experimentalphysik, I, 492 (3. Aufl.).

² Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften, Jahrg. 1846/47.

lich möglich ist oder nicht. Nach dieser Formel ist Δ von N selbst abhängig. Lassen wir L zu $\frac{1}{2} L$ werden, so wird nach der Taylor'schen Formel N zu $2 N$ und demgemäss also Δ , falls bei derselben Spannung nur die Hälfte, das Drittel u. s. w. der Saite eingespannt wäre, zu 4Δ , 9Δ . Machen wir bei derselben Länge die Spannung anders, so ändert sich auch N , und da bei der 2fachen, 3fachen Spannung N zu $\sqrt{2} \cdot N$, $\sqrt{3} \cdot N$. . . wird, so ergäbe sich, dass Δ bei den Spannungsänderungen, solange die Länge dieselbe ist, unverändert bleiben müsste.

Es leuchtet ein, dass der Begriff dünner und dicker Saiten ein relativer ist, dass, wenn eine Saite dicker und dicker wird, sie allmählich in das übergeht, was wir einen Stab zu nennen pflegen, und dass dann die Gesetze der Schwingungen von Stäben ihre Anwendung finden müssen.

27. Jeder schwingende Körper hat die Eigenthümlichkeit, dass er zwei und mehr Schwingungsarten ausführen kann, derart, dass der ganze Körper in einzelnen Abtheilungen schwingt, zwischen denen sich Grenzen bilden, die eine unverkennbare Verschiedenheit von der Umgebung zeigen. In den allermeisten Fällen sind diese Grenzen Stellen der Ruhe. Bei den Saiten, wenn man sie als rein lineare Körper auffasst, sind es die Ruhe- oder Knotenpunkte, deren Entstehungsweise wir schon hinreichend unter 14 betrachtet haben. Eine schwingende Saite, deren einzelne Strecken durch Knotenpunkte abgegrenzt sind, theilt sich hierbei so ab, dass, bei 1 Knotenpunkt in der Mitte, die beiden Hälften der Saiten für sich schwingen, dass bei 2 Knotenpunkten die Drittel der Saite für sich schwingen u. s. w. Man pflegt solche schwingende Abtheilungen eines schwingenden Körpers Partialabtheilungen, und die Töne, welche hierbei zu Stande kommen, Partialtöne zu nennen. Es lautet nun ein allgemeiner Erfahrungsgrundsatz der Akustik: In je kleinere Abtheilungen

ein schwingender Körper sich theilt, desto höher sind die Töne. Nach diesem Satze nennt man die den einzelnen Partialschwingungen entsprechenden Töne nach der Bezeichnung von Helmholtz auch Obertöne. Nennen wir, was im Folgenden stets geschieht, den Ton, bei dem die ganze Saite schwingt, also ihren Grundton, den 1. Oberton, so besteht bei den Saiten folgender Zusammenhang:

Oberton	Zahl der Knoten	Zahl der schw. Theile
1	0	1
2	1	2
3	2	3
4	3	4
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
m	$(m - 1)$	m .

Eine Saite, die beim 1. Schwingungsknoten in Hälften schwingt, kann betrachtet werden als in zwei Stücken von der Länge $\frac{L}{2}$ schwingend, beim 2. Oberton als in drei Stücken von der Länge $\frac{L}{3}$ schwingend u. s. w. Deshalb werden, solange das Längengesetz überhaupt für die Saite Gültigkeit hat, die Obertöne und ihre Schwingungszahlen in folgendem Zusammenhang stehen:

Oberton	Zahl der Schwingungen.
1	N
2	$2 N$
3	$3 N$
⋮	⋮
⋮	⋮
m	$m N$.

Es befolgen demnach die Schwingungszahlen der Obertöne das Gesetz der natürlichen Zah-

lenreihe 1, 2, 3 Dies ist eins der merkwürdigsten Gesetze nicht nur in der Akustik, sondern in der gesamten Physik, und diesem Gesetze verdankt es die Saite, wenn sie als der vollendetste töngebende Körper angesehen wird. In der praktischen Musik sind diese Obertöne der Saiten längst bekannt unter dem Namen Flageolettöne, in Frankreich unter dem Namen *sons harmoniques*, in Italien als *suoni armonichi*. Insbesondere auf der Violine sind sie zuerst von dem Violinspieler Domenico Ferrari, der im Jahre 1757 auch Deutschland besuchte, in die Kunst eingeführt worden. Besonders aber war es Paganini, der durch seine enorme Fertigkeit in der Kunst, diese Töne hervorbringen, alle Welt auf seinen Reisen in Erstaunen setzte.

28. Diese Thatsache der praktischen Benutzung der Flageolettöne von seiten der Musiker richtet an uns auch sofort die Frage, wie wir diese eigenthümlichen Partialschwingungen hervorbringen können? Es gelingt dies in sehr verschiedener Weise. Soll z. B. eine Saite AB (Fig. 12 *a*) den fünften Oberton liefern, also, falls ihr Grundton C wäre, den Ton $\bar{e}$ hören lassen, so muss in irgendeiner Weise dafür gesorgt werden, dass $\frac{1}{5}$ der Saite, von A nach B oder umgekehrt gerechnet, zunächst in Schwingung geräth. Der Musiker erreicht dies auf den Streichinstrumenten, auf der Harfe, Guitarre, Zither, einfach dadurch, dass er im Punkte 1 oder 4 die Saite leise mit einem Finger der linken Hand berührt und den Bogen über die Saite in der Nähe von B hinführt, oder die Saite hier zupft. Geschieht dies, so bilden sich sofort auch die drei andern Schwingungsknoten und mit ihnen die fünf schwingenden Abtheilungen der Saite. Das Wesen der Partialschwingungen besteht also bei den Saiten darin, dass nicht etwa eine Schwingungsart wie in Fig. 12 *b* oder 12 *c* möglich ist, sondern nur eine solche der Fig. 12 *a*. Während also selbstverständlich durch successives Vorrücken des die Saite aufs Griffbret niederdrückenden Fingers der lin-

ken Hand alle möglichen Töne hervorgebracht werden können, entsprechen die Schwingungszahlen der Obertöne der Saite immer nur den Zahlen 1, 2, 3

Dass diese freie Bildung der Knotenpunkte auf die angegebene Weise sofort eingeleitet wird, lässt sich, wie allgemein bekannt, durch das Experiment mit kleinen Papierreiterchen nachweisen, die an den Knotenpunkten sitzen bleiben, dagegen von den schwingenden Stellen um so heftiger abgeworfen werden, je mehr sie auf die Stellen der Schwingungsmaxima — mitten zwischen je zwei Knotenpunkten gelegen — gesetzt werden.

Eine andere Methode, die Partialschwingungen einer Saite einzuleiten, besteht darin, ihr die Schwingungen eines zweiten schwingenden Körpers mitzutheilen. Ich

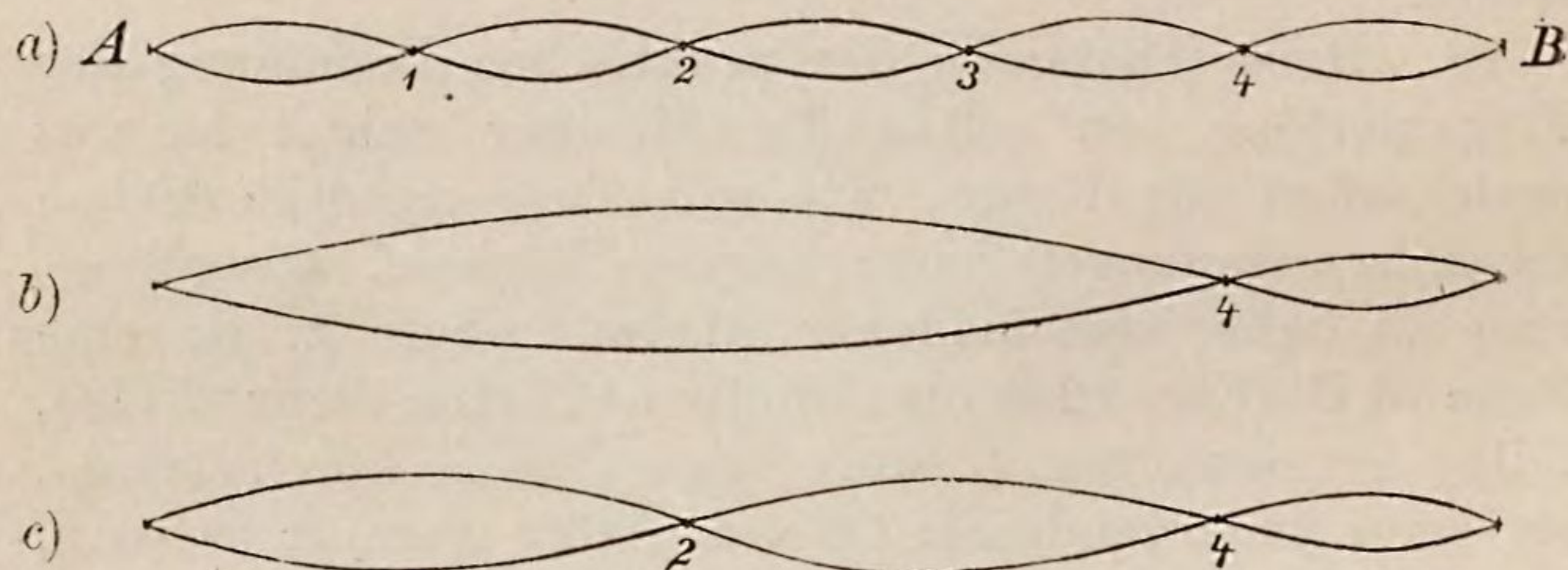


Fig. 12.

befestige zu dem Ende mit etwas Klebwachs ein kleines Stückchen Klavierfilz an dem obern äussern Ende eines Zinkens einer Stimmgabel, schlage sie an und halte sie so in der Nähe eines Endpunktes *A* oder *B* auf die Saite, dass das Filzstückchen leise auf dieser aufliegt. Ist die Saite nun so tief gestimmt, dass einer ihrer Obertöne unisono mit dem der Stimmgabel klingt, so wird dieser Oberton rein und selbständig erklingen.

Auf einer ebensolchen Uebertragung der Schwingungen beruht eine andere Methode, die ich im Jahre 1862 bekannt gemacht habe¹ und die auch bezüglich der

¹ Poggendorff's Annalen, CXIV, 609.

Wirkung des Violinbogens manches Beachtenswerthe darbietet. Mit zwei Violinbogen kann man sich leicht überzeugen, dass man mit dem einen den andern anstreichen kann, um diesem zweiten Transversaltöne zu entlocken, die zwar nicht lange anhalten, aber sonst regelmässig sind. Ihre Höhe kann nun beliebig geändert werden, wenn man in geschickter Weise den zweiten Bogen wie eine Violine hält und mit dem Finger der linken Hand verschiedene Stücke des Haarbandes abgrenzt. Die Rolle des ersten Violinbogens, der den zweiten anstreicht, kann nun aber auch eine Saite übernehmen, wenn man

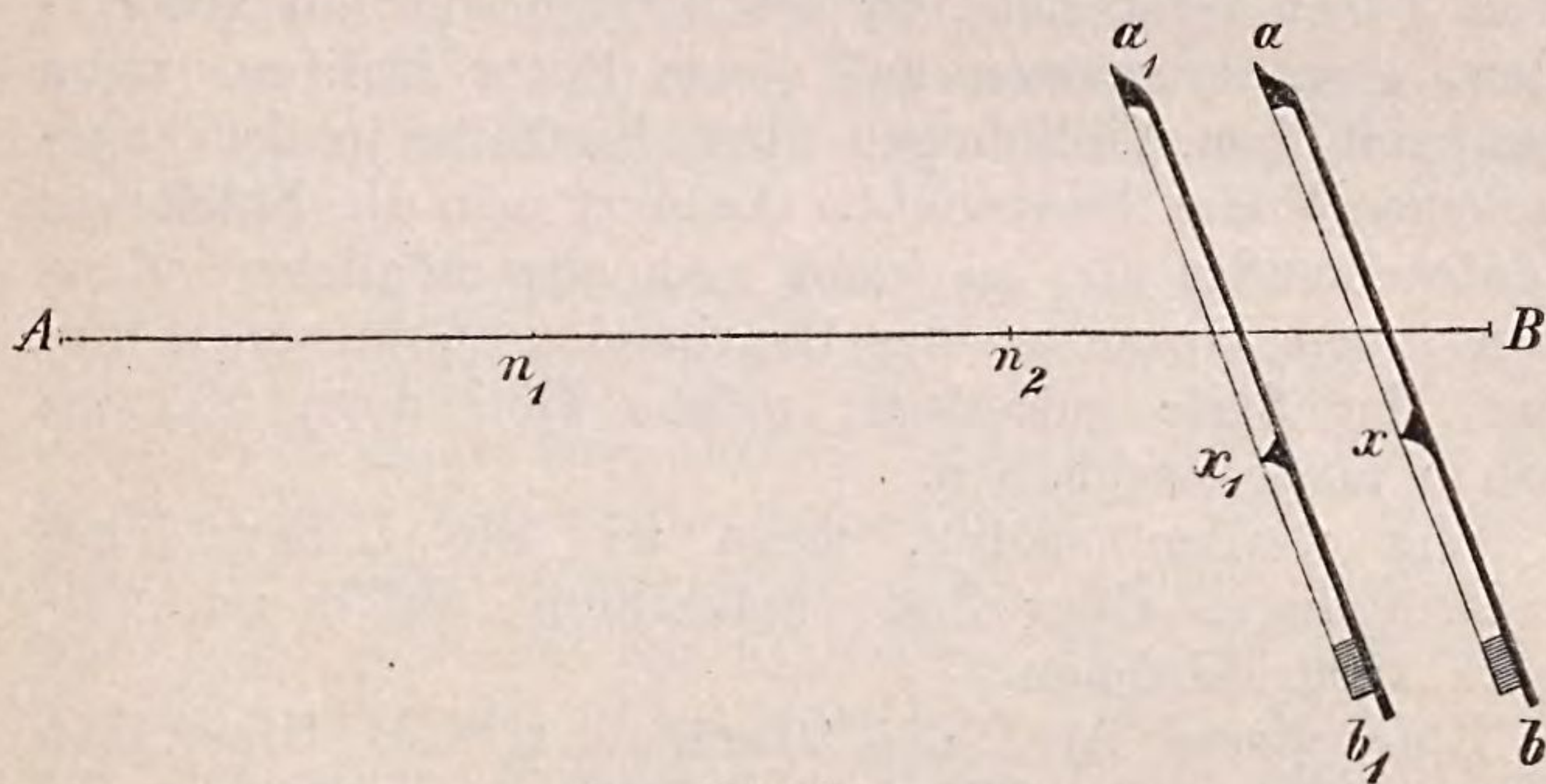


Fig. 13.

den Violinbogen Fig. 13 vom Ende B einer Saite parallel mit sich selbst aus einer Anfangslage ab in eine Lage a_1b_1 überführt und dabei mit der den Bogen führenden rechten Hand zugleich ein passendes Stück ax abgrenzt, welches, von der Saite angestrichen, in Transversalschwingungen geräth und hierbei einen Ton hören lässt. Nehmen wir nun an, dass die Saite so gespannt sei, dass z. B. ihr dritter Oberton mit dem Tone des Stückes ax unisono klingt, so findet eine eigenthümliche Wechselwirkung statt: Zunächst nämlich setzt die Saite das Haarband des Bogens in Transversalbewegung; diese Transversalbewegung überträgt sich aber sofort auch wieder rückwärts auf die Saite und ruft

hier Transversalschwingungen hervor, die unisono mit dem Tone des Geigenbogens sind, d. h. in unserm Beispiel unisono mit dem dritten Oberton der Saite.

Dieser Versuch wird zu einem sehr eclatanten, wenn man ihn mit der 43 m langen Saite anstellt, die wir schon oben unter 20. benutzt sahen. Eine solche Saite gibt sehr viele Obertöne, deren Zusammenhall, namentlich in einem geschlossenen Raume, verstärkt und modificirt durch Reflexionen von den Wänden, ganz jenen Eindruck macht, den ein in einer weiten Kirche hineingesungener Ton hervorruft. Aber aus diesem Gewirr von Tönen lässt sich ein bestimmter Oberton abscheiden, gewissermaassen auf einem Filter isoliren, wenn man mit dem Violinbogen über die Saite in der angegebenen Weise hinstreicht. Aendert man die Stücke ax hintereinander ab, so kann man alle möglichen Obertöne, vom Grundton des Haarbandes an bis hoch hinauf, der Saite entlocken, welche Töne dann für sich allein lange nachhallen.

Wir werden später, wenn wir die Longitudinalschwingungen einer Saite betrachten, auf diesen Versuch zurückkommen.

Eine vierte Art, die Obertöne mittels Glasstäben hervorzubringen, soll von v. Dalberg herrühren und findet sich in der „Leipziger Musikalischen Zeitung“ von 1799 beschrieben.

29. Die Obertöne der Saiten sind etwas sehr Bedeutungsvolles und mögen hier bezüglich ihrer noch einige Bemerkungen eine Stelle finden. Ihre erste Wahrnehmung muss William Noble, Fellow des Merton College in Oxford, gegen das Jahr 1674 zugeschrieben werden, wonach also Sauveur, der erst 1701 ihrer erwähnt, nicht als Entdecker anzusehen ist.

Von dem höchsten Interesse ist aber die weitere Thatsache des gleichzeitigen Erklings zweier und mehrerer Obertöne einer Saite. Wir finden, diesen Gegenstand betreffend, sehr bezeichnende Bemerkungen in einem Werk, welches der gräflich reussische

Hoforganist zu Lobenstein, Georg Andreas Sorge, im Jahre 1745 unter dem Titel „Vorgemach der musikalischen Composition“ herausgab und das heute noch als ein treffliches Werk empfohlen werden kann allen Denen, die im Generalbass sich gründlich unterrichten wollen. Es enthält aber auch sonst manche bedeutungsvolle Bemerkungen, die speciell den Akustiker interessiren müssen. Im fünften Kapitel des ersten Theils seines Werkes redet Sorge von dem „natürlichen Zusammenhang der Consonantien“ und sagt: „Will man den Grund und die Ursach wissen, warum z. E. $C, c, g, \bar{c}$ $\bar{e}, \bar{g}, \bar{c}$ (wenn nemlich ein Clavier gehörig rein gestimmt ist) so vortrefflich zusammen harmoniren, der soll wissen, dass solche mit dem Bande der natürlichen Ordnung der Zahlen

$$1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 8$$

zusammen verbunden sind. Man kann solches in Ermangelung eines Monochordi, nur mit einer Viola di Gamba oder Violoncello demonstrieren. Man streiche etwa die tiefste Saite, wenn solche vorher ins C gestimmt ist, ohne sie mit der linken Hand zu berühren, an, da stellet die ganze Saite die 1 vor. Fahre ich nun mit einem Finger der linken Hand unter dem Streichen auf dieser Saite sachte nach dem Stege zu, so findet sich nicht eher ein vernehmlicher Klang, bis ich auf die Hälfte oder in die Mitte derselben komme, alsdann lässet sich die Octav c hören, welches zeigt, dass sich die, eine Octav ausmachende beide Klänge, gegeneinander verhalten wie 1 gegen 2, dann $\frac{1}{2}$ der Saite giebt die Octav. Fahre ich weiter mit dem Finger fort, so findet sich kein recht vernehmlicher Klang bis ich auf den dritten Theil der Saite komme, da lässet sich g als die Quinte hören, zum Beweis, dass sich ihre beide Klänge gegeneinander verhalten wie 2 gegen 3. Fahre ich noch weiter u. s. f. Komme ich auf den siebenten Theil, so lässt sich zwar auch ein Klang, nämlich eine Septime $\bar{b}$ hören, so aber etwas zu niedrig

ist und mit keinem der vorhergehenden harmoniret.“

Es beweisen diese Worte eine genaue Bekanntschaft mit der Art, die Flageolettöne hintereinander herauszubringen. Weiter bemerkt Sorge, wie in dieser Reihenfolge der Flageolettöne ausser dem Grundton *C* der nächste heterogene Ton *g* und der nächste $\bar{e}$ sei und müsse man daher diese drei Töne als den zunächst natürlichsten Zusammenklang auffassen: sie bildeten die *Trias harmonica perfecta* — den vollkommen harmonischen Dreiklang. Und weiter in §. 4 des sechsten Kapitels: „Wem dieses noch etwas unbekannt ist, der nehme nur auf einem Clavecin etwa das tiefe *C*, schlage solches, zumal bei stiller Nachtzeit an, so wird er gar deutlich das ungestrichene *g* und eingestrichene *e* mit hören. Dieses thut jedwede tiefe Saite bis ins *c*, ja wohl noch höher. Man kann es auch sogar auf guten Clavicordiis vernehmen, dass in einem tiefen Klang nach zwei andere, nämlich die Quint und Terz stecken und in einer einzigen Saite eine Untrisonus sich befinde.“ Es beweisen diese Worte die klare Auffassung der Thatsache vom gleichzeitigen Auftreten mehrerer Obertöne und zugleich die Bedeutung dieser Thatsache für die Erklärung der Wirkung des vollkommenen Durdreiklanges.

Es gibt ein sehr einfaches Verfahren, um zunächst den Grundton einer Saite mit einem folgenden Oberton zusammen erklingend zu machen. Soll z. B. der 1. und 3. Oberton zusammen erklingen, so berühre ich mit dem Zeigefinger der linken Hand leise in einem Drittel vom Ende einer Saite, zupfe das Drittel dieser Saite mit dem Zeigefinger der rechten Hand, und indem dieser Finger eben abgleitet, lasse ich auch den Zeigefinger der linken Hand abgleiten. Es leuchtet ein, dass der rechte Zeigefinger den Oberton 3, der linke bei seinem Abgleiten den Oberton 1 oder den Grundton hervorruft. Ebenso begreift sich leicht, dass man es in seiner Gewalt hat, die Intensitäten der beiden Töne gegeneinander beliebig zu reguliren, indem ein

etwas stärkerer Druck beim Abgleiten die Intensität erhöht, und kann man durch einige Uebung es dahin bringen, die beiden Töne in gleicher Stärke oder einen in viel geringerer Stärke wie den andern zu Gehör zu bringen.

30. Dieses Nacheinander- oder Zusammenklingen der Obertöne findet um so leichter statt, je länger eine Saite ist. Denn es ist in der Akustik eine durchweg bewahrheitete Thatsache, dass ein Körper um so schwieriger zum Tönen gebracht werden kann, je kürzer bei sonst gleichen Dimensionen seine Länge ist. Nimmt man demnach eine doppelt so lange Saite, so sind die für den zweiten Oberton in Betracht kommenden Schwingungsstrecken der Saite so gross, wie bei einer einfach so langen Saite die Strecke für den Grundton. Daher kommt es denn, wie schon wiederholt bemerkt, dass eine sehr lange Saite eine grosse Menge von Obertönen hören lassen kann. Unsere obige Saite von 43 m wird für den 43. Oberton noch mit einer Länge von 1 m klingen, und da die Saitenlänge der gewöhnlichen Monochorde wol 1 m ist und man hierbei bequem noch den 8. Oberton herausbringt, so leuchtet ein, dass unsere lange Saite ohne Schwierigkeit 51 Obertöne hören lassen kann, wovon freilich die beiden tiefsten nicht als Töne mitgerechnet werden dürfen, da ihre Schwingungen zu langsam sind.

Hierher sind auch die Töne zu rechnen, welche die langen Drähte der Telegraphenleitungen hören lassen, und deren Zusammenwirken als ein Tongewirr vom Ohr namentlich stark wahrgenommen wird, falls man das Ohr an eine Telegraphenstange anlegt, insbesondere dann, wenn der Wind senkrecht zur Richtung der Leitungen weht. Es sind dies ferner dieselben Töne, welche auch gehört werden bei dem bekannten Instrumente, der Aeolsharfe, worüber mancherlei berichtet worden ist, und wiewol längst bekannt ist, dass es der Wind, die Luftströme sind, die diese Töne hervorrufen, so ist doch erst in jüngster Zeit durch eine

Untersuchung¹ von Dr. V. Strouhal in Würzburg ein bemerkenswerther Zusammenhang dieser Töne der Drähte mit den sogenannten „Reibungstönen“ nachgewiesen worden. Unter letztern Tönen, die insbesondere Strouhal untersucht hat, versteht man die Töne, welche zu Stande kommen, wenn man einen Stab, ein Seil u. s. w. durch die Luft schwingt, Töne, welche mit constanter Höhe auftreten, wenn man das Durchführen eines Stabes u. s. w. durch die Luft in gleichförmiger Progressivbewegung oder gleichförmiger Rotationsbewegung vor sich gehen lässt. Der Stab als solcher schwingt hierbei meistens nicht, und rühren die Töne her von den beim Durchstreichen des Stabes durch die Luft in dieser entstehenden Bewegungen, deren Natur man aber noch nicht mit wünschenswerther Zuverlässigkeit erkannt hat. Sicherlich werden hierbei Verdünnungen und Verdichtungen der Luftmasse, insbesondere in Verbindung mit eigenthümlichen Wirbelbewegungen anzunehmen sein. Wenn man also den Namen Reibungstöne gebraucht, so muss man daran denken, dass dieser Name zunächst nicht das Wesen und das eigenthümliche Zustandekommen der Tonbildung erklärt.

Anstatt dass der Stab in der an sich ruhigen Luft bewegt wird, kann offenbar dasselbe Resultat erzielt werden, wenn man den Stab ruhig hält und die Luft über ihn hinsausen lässt. Das Sausen des Windes besteht ja nur in diesen Reibungstönen, die massenhaft sich in der Natur erzeugen, sobald der Wind an den Kanten der Häuser, durch die Ritzen der Fenster, an den Bäumen u. s. w. vorbeijagt und bei heftigen Stürmen so mächtige Klangmassen erzeugt, dass deren Wirkung auf uns eine tiefergreifende wird.

Es kann nun aber auch so kommen, dass der Körper, an dem die Luft sich reibt, selbst zum Tönen kommt, und ist dies der Fall bei den Tönen der Telegraphen-

¹ Ueber eine besondere Art der Tonerregung (Habilitationsschrift, Würzburg 1878), insbes. §. 10.

drähte wie auch bei der Aeolsharfe. Das hierbei von Strouhal nachgewiesene Gesetz ist folgendes: Wenn durch Reibung ein Reibungston entsteht, dessen Tonhöhe mit einem Oberton des Drahtes unisono ist, so klingt dieser Oberton im Maximum seiner Stärke mit; steigt die Höhe des Reibungstones, so klingt jener Oberton schwächer mit, bis endlich der Reibungston die Höhe des nächsten Obertones erreicht und dieser wieder in voller Stärke mittönt. Es ist dies das Gesetz der Resonanz, dem wir noch oft begegnen werden.

FÜNFTES KAPITEL.

Die Schwingungen von Fäden und dünnen Drähten unter dem Einfluss von Stimmgabeln.

31. Die Schwingungserscheinungen bei Fäden unter Benutzung einer gleich zu beschreibenden Methode bieten so viel Interesse, dass wir diesen Erscheinungen besondere Aufmerksamkeit schenken können, zumal hier noch eine Reihe von Thatsachen zur Sprache kommen kann, die wir im vorigen Kapitel absichtlich nicht erwähnt haben.

Die Methode, dünne oder dickere Fäden mit Hülfe einer Stimmgabel in stehende Wellenbewegungen zu versetzen, habe ich im Jahre 1859 und 1860 bekannt¹ gemacht. Zuerst wurde ich auf diese Fadenschwingungen aufmerksam bei einer Untersuchung über die Schwingungen von Glocken, als ich über den Rand einer Glocke in der Richtung eines Diameters einen Seidenfaden spannte und in 90°, von den Endpunkten des Fadens aus gerechnet, die Glocke mittels eines Violinbogens anstrich. Es zeigte sich, wenn der Faden die richtige Spannung erhielt, dass derselbe in die schönsten stehenden Wellenbewegungen gerieth. Ich construirte hiernach bald einen Apparat, der mehrfach in die physikalischen Cabinete eingewandert ist und der auch hier

¹ Pogg. Ann., CIX, 193—215: „Ueber die Erregung stehender Wellen eines fadenförmigen Körpers“, I. Abth., und ebendas. CXI, 513—537.

durch die Fig. 14 versinnlicht werden soll. Eine Glasstülpe ist mit ihrem Knopfe mittels Kitt in einem Holzfusse festgemacht. Um den obern Theil des Fusses laufen zwei Ringe, r und r_1 , die von dem überragenden Stück l , einer Messinghülse, von dem Rutschen nach oben abgehalten werden. Der untere Ring trägt ein Häkchen, um das eine Ende des Fadens h an ihm zu befestigen, der andere das Wirbelchen k , um den Faden in seiner Spannung zu ändern; s bedeutet ein senkrecht zur Glaswand angekittetes Glasstäbchen, das wir noch sehr vielfach angewendet sehen werden und das in Zukunft immer mit dem Namen „Streichstäbchen“ bezeichnet werden soll. Reibt man ein solches Stäbchen der Länge nach zwischen dem Daumen und dem Zeigefinger, nachdem diese mit Wasser oder Alkohol entsprechend nass gemacht worden sind, so geräth die Glocke bald in hinreichend starkes und anhaltendes Tönen.

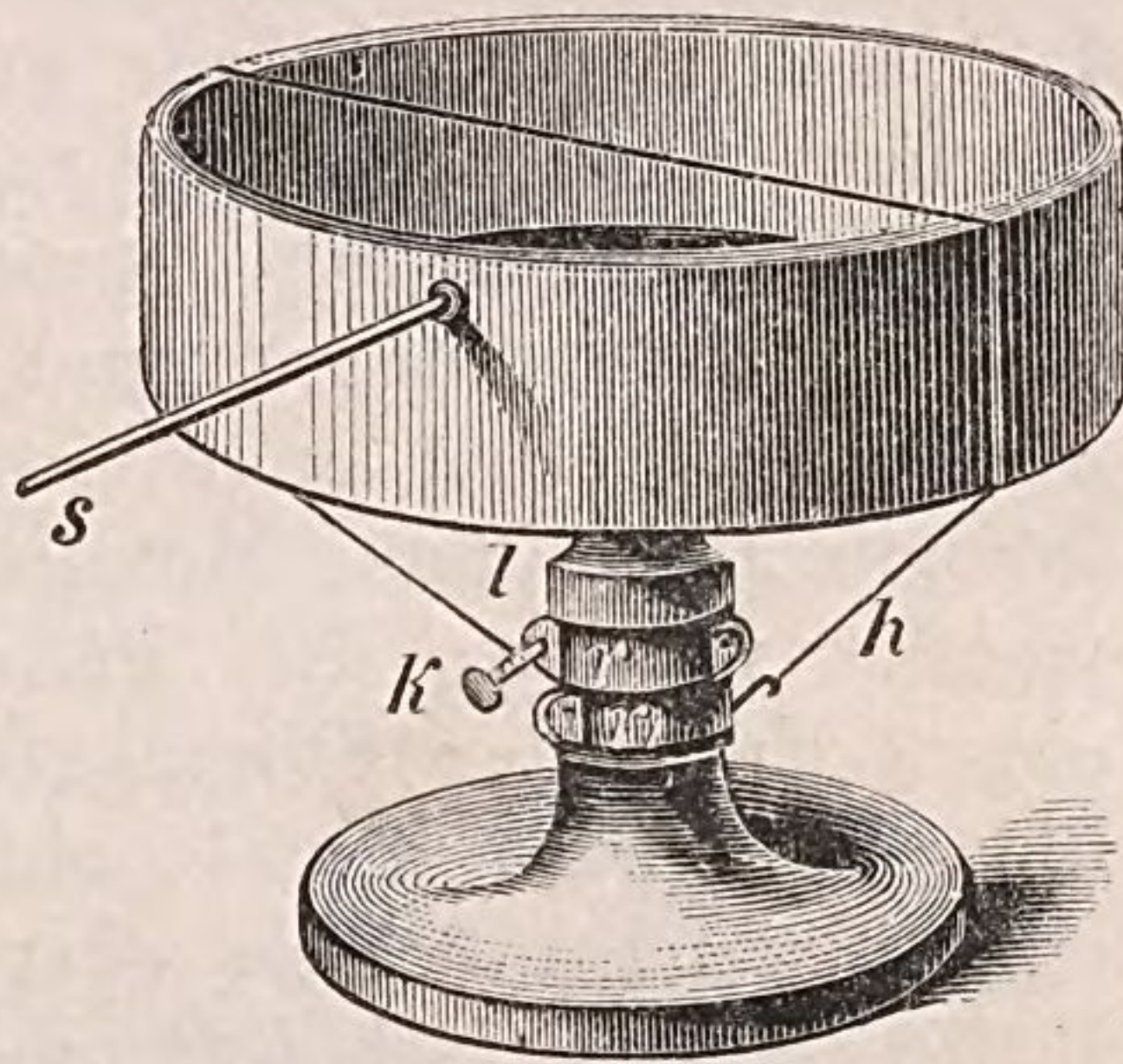


Fig. 14.

Ist der Faden nicht zu dünn, so kann man sofort constatiren, dass derselbe die 1. Partialschwingung zeigt, sobald man ihn so spannt, dass er eine Octave tiefer klingt, als der Grundton der Glocke ist. Verringert man hierauf die Spannung mehr und mehr, so theilt sich der Faden in 2, 3 . . . Halbwellen und zeigt die Partialschwingungen und die freigebildeten Knotenpunkte so schön und deutlich, wie wir sie bei Versuchen mit Saiten nicht zu sehen bekommen.

Es gelingt dieses Experiment, einen Faden in transversale Wellenbewegungen zu versetzen, noch auf mannichfach andere Weisen. Zunächst muss erwähnt werden, dass bei unserer Glocke der Faden auch blos an

einem Punkte des Glockenrandes festgemacht zu werden braucht, und dass das andere Ende ausserhalb der Glocke befestigt werden kann, z. B. so, dass man an einer Wand ein Wirbelchen anbringt und nach diesem den Faden laufen lässt. Man kann jetzt viel grössere Fadenstrecken benutzen und damit die Elongationsweiten der Partialschwingungen mehr und mehr vergrössern. Anstatt der Glocke können aber auch verschiedene andere schwingende Körper benutzt werden, um ihre Schwingungen auf einen Faden zu übertragen. In erster Linie kann dies eine Stimmgabel sein, und hängt die zu verwendende Länge und Dicke des Fadens von den Dimensionen der Stimmgabel ab. Ist letztere von keiner grossen Masse, so muss sich hiernach auch die Dicke und Länge des Fadens richten. Wird die Stimmgabel grösser und massiger, so kann man immer längere und dickere Fäden verwenden und sind hierbei enge Grenzen nicht gesetzt. Ja, es können auch dünne Metallsaiten anstatt der Fäden verwendet werden. Die Fäden werden hierbei oben an einem Ende der Stimmgabel befestigt, und lässt sich diese entweder mittels eines Violinbogens oder mittels eines Streichstäbchens oder auch sehr zweckmässig mit Hülfe des elektrischen Stromes in Schwingungen versetzen.

Anstatt der Stimmgabeln können ferner gerade Stäbe verwendet werden, falls man sie z. B. an einem Ende einklemmt und am andern den Faden befestigt. Ebenso können die Fäden an ebenen, starren Platten angeknüpft oder auch an Membranen befestigt werden. Insbesondere lässt sich noch ein solcher Faden über eine Spalte ziehen, aus welcher ein schmaler Luftstrom sich auf den Faden richtet, und treten namentlich deutliche Wellenbewegungen hervor, wenn man von einer grossen Zungenpfeife den Schallbecher abnimmt und den Faden über die Oeffnung der Zungenpfeife laufen lässt. Die Lufterschütterungen theilen sich dem Faden mit und geräth dieser bald in eine heftige stehende Wellenbewegung, vorausgesetzt, dass hier, wie in allen andern

Fällen die Spannung die richtige ist. Auch schwingende Saiten können ihre Schwingungen auf dünne Fäden übertragen.

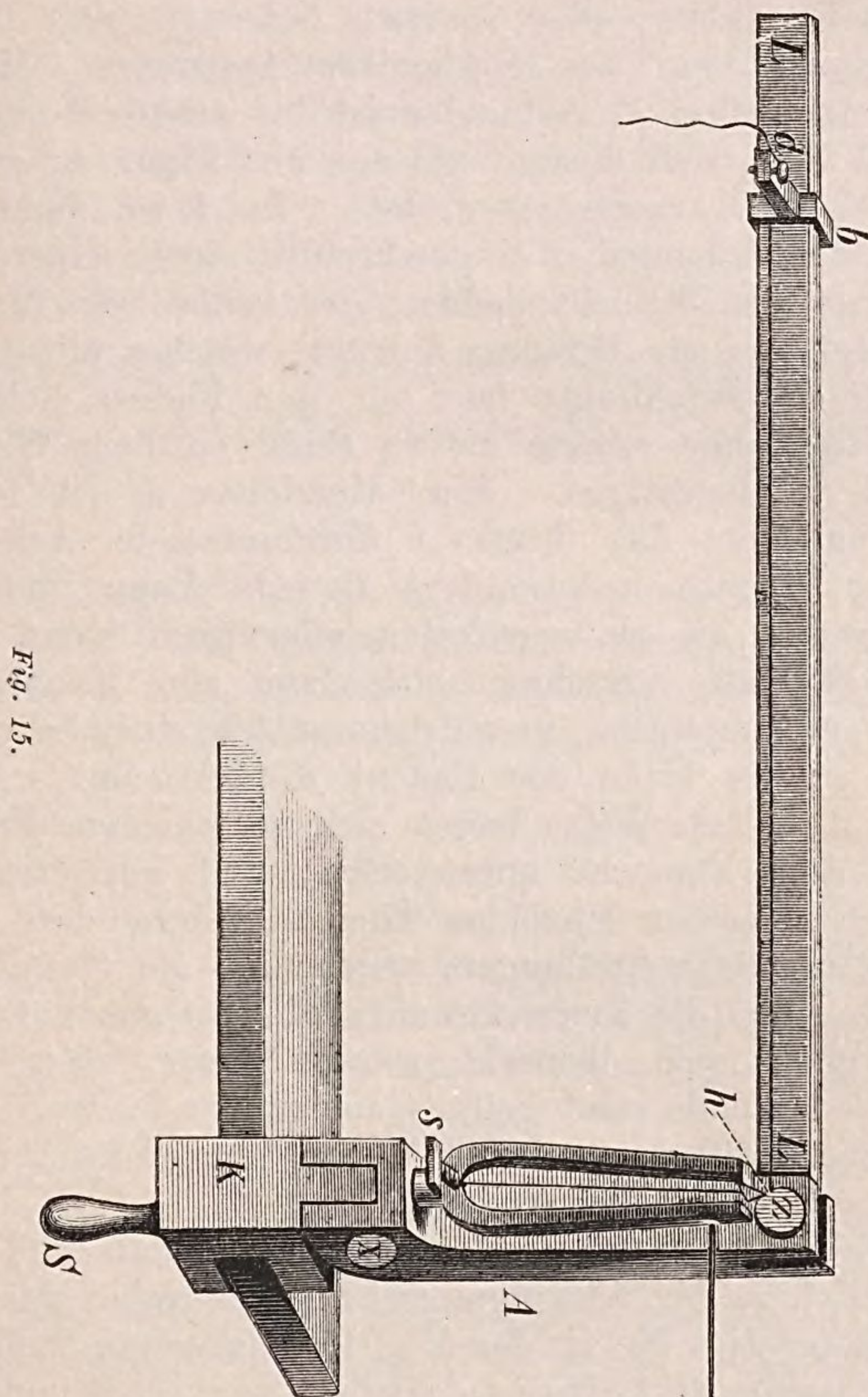


Fig. 15.

32. Wir wollen jetzt einem andern von mir construirten Apparate, wie er in Fig. 15 versinnlicht ist, weitere Aufmerksamkeit schenken, um den Zusammenhang der Fadenschwingungen mit denen der Gabel

näher zu übersehen. Der Apparat findet sich in den verschiedensten Lehrbüchern abgebildet. Eine starke Holzklammer K wird durch eine Schraube an einer dicken Tischplatte oder sonstwo befestigt, und bildet K zugleich den Fuss des ganzen Apparates. Mit K durch eine Achse X verbunden ist das zweite Holzstück A , und lässt sich dieses, wie aus der Figur zu erkennen ist, nach rückwärts drehen. In A ist dann der Stiel einer Stimmgabel eingeschraubt, deren einer Zinken oben das Streichstäbchen, der andere ein Metallplättchen und ein Hütchen h trägt, welches mit einem Löchelchen durchbohrt ist, um den Faden durchzuziehen und mit seinem untern Ende an dem Wirbelchen s zu befestigen. Eine Holzleiste L ist ferner oben um eine das Stück A durchsetzende Achse Z drehbar, sodass insbesondere L jede Lage von der horizontalen bis zur verticalen einnehmen kann. An dieser Holzlatte verschiebt sich dann eine Klammer b mit einem Queransatz, in welchem mittels einer Schraube d das andere Ende des Fadens festgeklemmt werden kann. Auf diese Weise lassen sich verschiedene Fadenslängen dem Versuche unterwerfen, und gestattet der Apparat in seinen einzelnen Theilen insbesondere zwei bemerkenswerthe Stellungen, welche ich die Parallelstellung und die Transversalstellung genannt habe und wobei noch bemerkt werden muss, dass eine durch h laufende und beide Gabelzinken in zwei symmetrische Hälften theilende Ebene die Schwingungsebene der Gabel heissen soll.

Parallelstellung. Faden horizontal und zugleich in der Schwingungsebene der Gabel gelegen.

Es ist dies die in der Fig. 15 angezeigte Stellung.

Transversalstellung. Faden vertical und zugleich in der Schwingungsebene der Gabel gelegen.

Diese Stellung wird erreicht, wenn man die Latte L senkrecht stellt, dagegen die Gabel wie in der Figur stehen lässt.

Der Versuch ergibt nun, dass, wenn die Spannung des

Fadens in der Parallelstellung so ist, dass er die tiefere Octave des Gabeltons hören lässt, er sofort beim Anstreichen der Gabel seine Grundschiwingung zeigt, und ferner, dass in der Transversalstellung dieselbe Grundschiwingung eintritt, sobald die Spannung so ist, dass der Fadenton unisono mit dem Tone der Gabel ist. Bezeichnen wir die Länge des Fadens mit L , die Anzahl der Schwingungen der Gabeln mit N , so leuchtet ein, dass bei der Parallelstellung der Faden die m^{te} Partialschwiwingung liefert, sobald der m^{te} Theil des Fadens einen Ton gibt gleich $\frac{N}{2}$, d. h. sobald die Spannung des ganzen Fadens bei gleicher ursprünglicher Länge gleich

$$P_m = \frac{P_1}{m^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wenn wir unter P_1 die Spannung verstehen, welche einem $m = 1$ für diese Stellung entspricht. Denn, wenn der m^{te} Theil des Fadens denselben Ton geben soll wie der ganze Faden, so ist nach dem Taylor'schen Satze

$$\frac{1}{2L} \sqrt{\frac{P_1 g}{p}} = \frac{1}{2 \frac{L}{m}} \sqrt{\frac{P_m \cdot g}{p}}, \text{ d. h. } P_m = \frac{P_1}{m^2}.$$

Für die Transversalstellung dagegen, wobei wir die Spannungen mit P'_m bezeichnen wollen, muss offenbar die m^{te} Partialschwiwingung des Fadens eintreten, wenn

$$P'_m = \frac{4 \cdot P_1}{m^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Nehmen wir daher die Spannung P'_m für $m = 1$, d. h. die Spannung, wobei der Faden in der Transversalstellung seine Grundschiwingung macht, und Gabel- und Fadenton unisono sind, als Einheit an, so wird nach Gleichung (9) $1 = 4 P_1$, d. h. $P_1 = \frac{1}{4}$, welcher Werth in Gleichung (8) und (9) substituirt zeigt, dass

in der Parallelstellung die m^{te} Partialschwiwingung eintritt, wenn

$$P_m = \frac{1}{4 m^2}$$

in der Transversalstellung die m^{te} Partialschwingung aber, wenn

$$P'_m = \frac{1}{m^2}$$

ist. Hieraus ergibt sich, dass die Spannungen bei der

Parallelstellung:	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{36}$
Transversalstellung:	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$

sind und dass mithin die m^{te} Partialschwingung bei der Parallelstellung, und die $2m^{\text{te}}$ der Transversalstellung bei derselben Spannung eintreten, d. h. dass dieselbe Gabel bei derselben Fadenlänge mit gleichbleibender Spannung bei der Parallelstellung ungerade und unter denselben Umständen bei der Transversalstellung gerade Partialschwingungen erregt.

33. Wir haben soeben, um unser Gesetz der Spannungen abzuleiten, die Taylor'sche Formel zur Anwendung gebracht, und fragt es sich vor allem: gestattet überhaupt die Taylor'sche Formel eine Anwendung auf unsere Fadenschwingungen, befolgen diese Fadenschwingungen dieselben Gesetze wie die Saiten?

Es hat zuerst Tyndall mit dem ihm eigenen Geschick meine Methode der Fadenschwingungen, insbesondere mit Rücksicht auf die soeben hervorgehobene Frage, geprüft. Es verdienen zunächst einige brillante Versuche hervorgehoben zu werden, die der genannte Forscher in einem Cyklus von Vorträgen in der Royal Institution zu London vorführte, und welche Vorträge sodann veröffentlicht¹ wurden und mit das Eleganteste bilden, was die betreffende Literatur auf diesem Theile der Physik aufzuweisen hat. Um die stehenden Schwingungen einer grossen Versammlung sichtbar zu machen, benutzte Tyndall einen dünnen Platindraht, der mit einem Ende an der Stimmgabel befestigt war und mit dem andern

¹ John Tyndall, „Der Schall“. Acht Vorlesungen u. s. w. Deutsch von Helmholtz und G. Wiedemann (Braunschweig, Vieweg; 2. Aufl.).

Ende über einen kupfernen Steg läuft; verbindet man die Gabel und den Steg mit einer elektrischen Batterie, so kann der Draht seiner ganzen Länge nach gleichmässig rothglühend gemacht werden. Wird sodann die Gabel mit dem Violinbogen angestrichen und dem Draht eine solche Spannung gegeben, dass die Partialschwingungen erscheinen, so zeigt derselbe die Knotenstellen in glänzenderm Lichte, das nach den Stellen der Schwingungsmaxima hin an Intensität abnimmt, ja sogar ganz erlischt. Der Grund, weshalb der Platindraht beim Schwingen nicht ebenso gleichmässig glüht wie in der Ruhe, ist folgender: Es leuchtet ein, dass diejenigen Punkte des Drahtes, welche die weitesten Excursionen machen, am meisten durch die umgebende Luft abgekühlt werden, welche Abkühlung demnach von den Knotenpunkten nach den Schwingungsmaximis hin allmählich wachsen muss. Ferner wissen wir aus der Lehre von dem Leitungsvermögen eines Metalldrahtes, dass dieses zunimmt, wenn der Draht kälter wird. Die Elektrizität fliesst daher in den kältern, durch die Luft abgekühlten Theilen leichter fort wie in den ruhenden, weshalb sie dort sich nicht so vollständig in Wärme umsetzt wie hier an den Knoten.

Einen zweiten interessanten Versuch theilt Tyndall mit, wobei eine Schnur mit einer Lösung von schwefelsaurem Chinin getränkt wird. Bekanntermaassen hat das schwefelsaure Chinin die Eigenschaft, dass es, wenn Sonnenlicht im sonst dunkeln Zimmer darauf fällt, in einem magisch blauen Schimmer aufleuchtet. Noch besser gelingt dies, wenn man anstatt des Sonnenlichts die violetten Strahlen des elektrischen Lichts verwendet. Die auftretenden Wellen des Fadens gewähren hier einen prachtvollen Anblick.

34. Tyndall pflegte nun weiterhin bei seinen Experimenten den Nachweis zu liefern, dass die Gesetze der Saitenschwingungen und meiner Fadenschwingungen dieselben seien. Er spannte hierbei die Fäden oder Drähte

horizontal aus, was aus Gründen, welche oben beim Weber'schen Monochord mitgetheilt wurden, eigentlich vermieden werden muss. Ich habe es deshalb vorgezogen, den Apparat Fig. 15 so aufzustellen, dass eine freie Lage des Fadens möglich wird. Zu dem Ende wird auf einen Tisch ein kleinerer Tisch gestellt, an dessen Platte man die Holzklammer *K* verkehrt mit der Schraube *S* nach oben festklemmt, so dass die Gabel mit den Zinken vertical nach unten reicht. Stellt man ferner die Leiste *L* auch senkrecht nach unten, so kann man jetzt am untern Ende des Fadens in passender Weise die Belastung anbringen, am besten in Form eines kleinen, leichten Papiertrichterchens, das, an drei Fäden aufgehangen, die

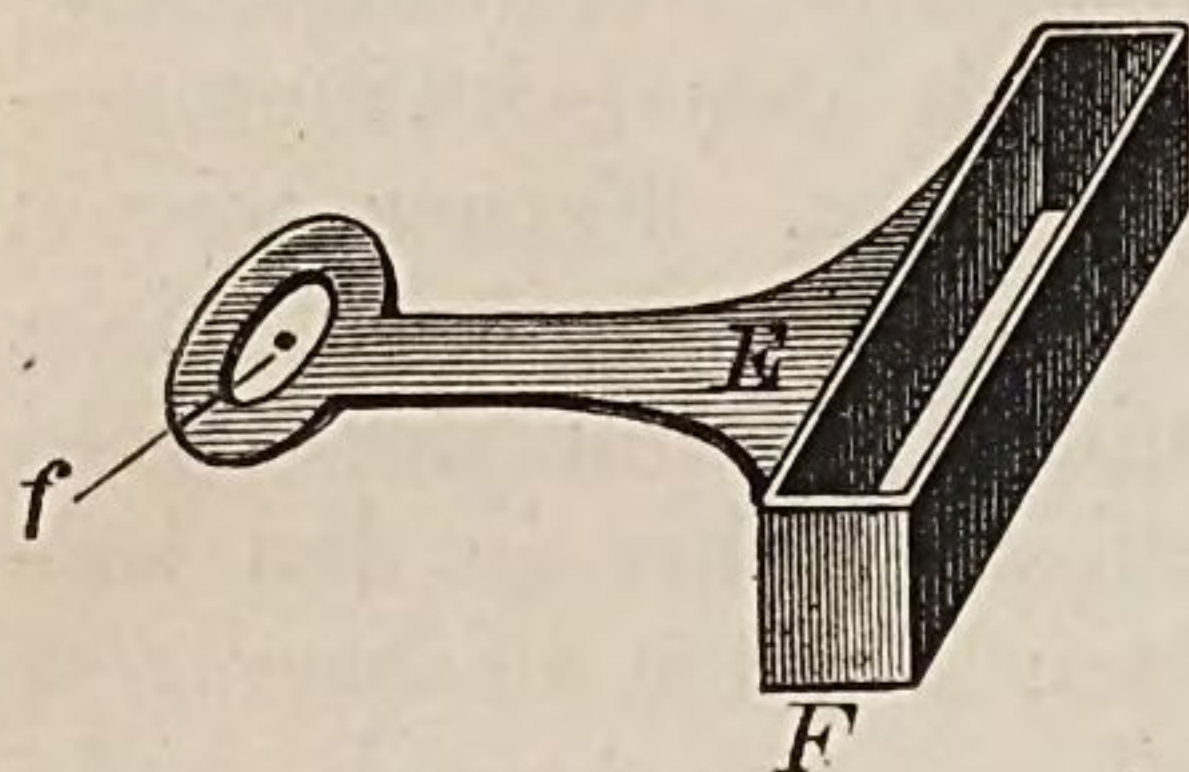


Fig. 16.

Spannungsgewichte aufnimmt. Es versteht sich hierbei von selbst, dass man das Gewicht des Trichterchens mit in Rechnung ziehen muss, denn es handelt sich hierbei oft um kleine Bruchtheile eines Gramms. Um die zwischen zwei Knoten liegenden Strecken zu messen,

kann man sich zweier Schieber bedienen in Form der Fig. 16. Dieselben lassen sich mit Reibung auf der Latte *L* verschieben, und liegen die obern Ränder des die Latte umfassenden Theils *F*, sowie die Oberfläche eines senkrecht hierzu liegenden Querstückes *E*, das am Ende in eine kleine runde Scheibe mit einem kreisförmigen Löchelchen *f* verläuft, in einer Ebene, welche die Visirebene nach dem Faden bildet. Der letztere läuft selbstverständlich senkrecht mitten durch die Löchelchen *f* hindurch, und es leuchtet ein, wie man zwischen zwei solchen Schiebern eine Halbwelle des Fadens abgrenzen und deren Länge — gleich Distanz der Schieber — auf der in Millimeter getheilten Latte *L* bestimmen kann. Soll unten, nachdem die richtige Spannung erreicht ist, an der Stelle des untersten Kno-

tens der Faden festgeklemmt werden, so kann man die Klemme Fig. 15 *d* benutzen.

Es hat sich nun mit dieser Methode Dr. C. Müller ausführlicher beschäftigt und deren Anwendung zur genauen Bestimmung der Tonhöhen, insbesondere von klingenden Stäben gelehrt.¹ Sehen wir uns deshalb die Taylor'sche Formel mit Rücksicht auf unsere Fadenschwingungen etwas genauer an. Da die Stimmgabel bezüglich der Tonhöhe das Bestimmende ist, so muss die linke Seite unserer Gleichung:

$$N = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{P \cdot g}{p}}$$

eine Constante sein. Nehmen wir ausserdem an, wie es ja unserer Aufstellung des ganzen Apparates entspricht, dass der Faden vertical in der Schwingungsebene liegt, d. h. die Transversalstellung einnimmt, so ist die Zahl der Schwingungen des Fadens gleich der Zahl der Schwingungen der Gabel. Solange wir denselben Faden beibehalten, ist p auch eine Constante, und wird die erste Frage sein, wie bewahrheitet ein Faden den nach der Formel zu erwartenden Zusammenhang von P und L , da offenbar jetzt, wenn wir g auch noch in eine Constante einrechnen,

$$\frac{\sqrt{P}}{L} = 2N \cdot \sqrt{\frac{p}{g}} = K$$

d. h. K die betreffende Constante sein muss.

35. Vorerst möge noch ein Apparat seiner Haupteinrichtung nach beschrieben werden, den ich habe construiren lassen und welchem passend der Name Elektromonochord zukommen kann. Die Stimmgabel Fig. 17 ist hierbei mit ihrem Stiele an einem starken Eisenstück so befestigt, dass sie sowol in verticaler Lage, wie in der

¹ Poggendorff's Annalen, CLV, 481; speciell Abschn. II, S. 488—505.

Figur gezeichnet, an einem ebenfalls aus Eisen gearbeiteten Viertelskreisbogen *B* festgeklemmt, als auch, wenn die Klemme gelöst wird, in andern Neigungen

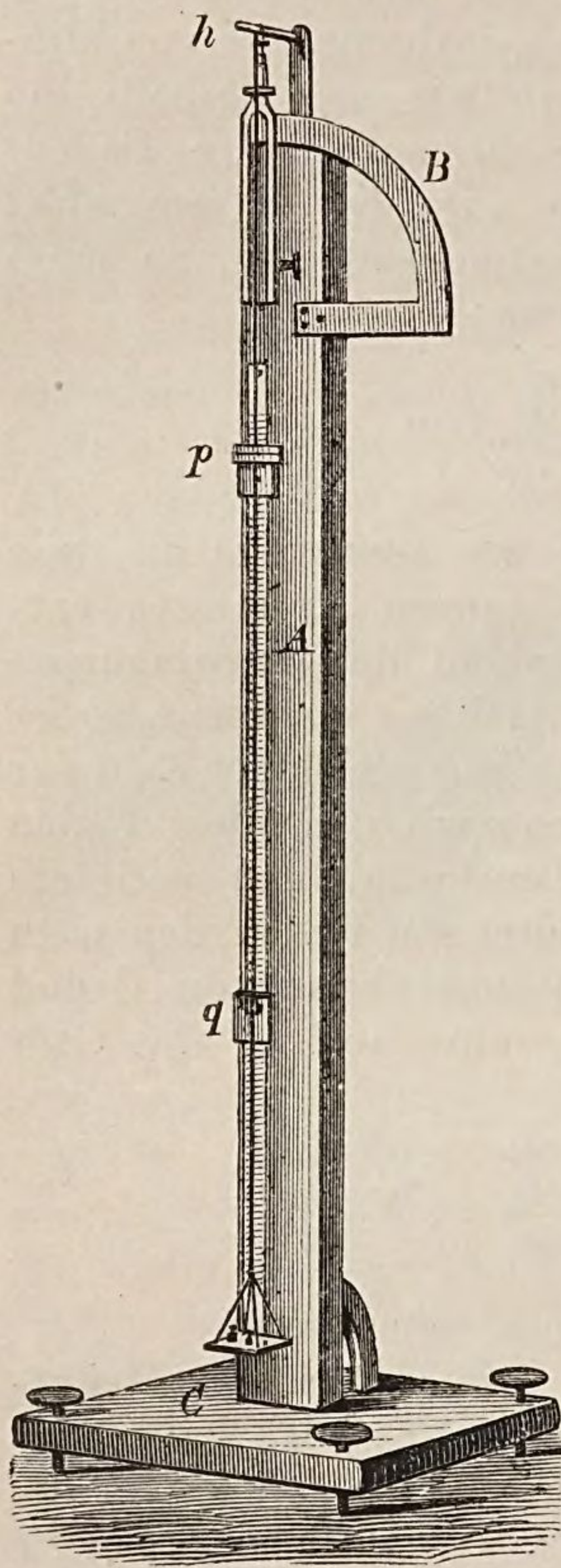


Fig. 17.

gegen den Horizont, insbesondere in horizontaler Lage, fest eingestellt werden kann. Bei diesen Drehungen bleibt aber ein zwischen den beiden Enden der Gabelzinken befindliches Löffelchen einer kleinen Klemmvorrichtung, die an einem der Gabelzinken befestigt ist, in unveränderter Lage, und bildet demnach dieses Löffelchen bei der Drehung der Gabel das Drehungscentrum. Durch dieses Löffelchen läuft der in Schwingung zu versetzende Faden, um oben an einem besondern Messingarm *h*, welcher nicht an der Gabel, sondern mittels eines verticalen Messingstückes an der Rückwand des grossen verticalen starken Bretes *A* angeschraubt ist, befestigt zu werden, während er unten durch ein kleines Waagschälchen und die nöthigen Gewichten seine Spannung erhält. Die betreffende Belastung des Fadens wird demgemäss nicht der Gabel zugewiesen, viel-

mehr hängt jener frei herunter und wird, falls die entsprechende Spannung vorhanden ist, oben durch ein Schraubchen in dem erwähnten Löffelchen festgedrückt und unten bei *q* durch eine ähnliche Klemm-

vorrichtung fest abgegrenzt. Die hierdurch begrenzte Länge des Fadens kann ferner, da q längs eines an A angebrachten, in Millimeter getheilten Maassstabes sich mit Reibung verschieben lässt, beliebig verändert werden. Soll ausserdem, wenn auf dieser Länge eine bestimmte Anzahl von Wellen sich bildet, die Entfernung der Knotenpunkte voneinander bestimmt werden, so dient hierzu ein zweiter Schieber p , welcher seinerseits vor dem Faden ein Glimmerblatt, mit einem horizontalen schwarzen Strich als Ablesungsmarke versehen, verschiebt. Die Stimmgabel selbst wird ganz ebenso wie bei den Vibrationsmikroskopen von König mittelst des elektrischen Stromes in Vibration versetzt. Der Elektromagnet liegt vorn zwischen den Gabelzinken. Die Schliessung und Oeffnung des Stromes geschieht nicht durch Quecksilbercontact, sondern durch einen Platinfaden, der, an einem der Zinken befestigt, leise ein Platinplättchen berührt.

36. Bevor wir die unter 34. gegebenen Auseinandersetzungen durch Versuche bestätigen, müssen wir erst noch eine Thatsache betrachten, welche für die Schwingungen von Fäden und Drähten, die an Stimmgabeln oder andern schwingenden Körpern befestigt werden, von besonderm Interesse ist. Wir begegnen nämlich bei den stehenden Wellenbewegungen eines solchen Fadens den sogenannten gebrochenen Wellen, d. h. Wellen, wobei auf die ganze Länge des Fadens nicht nur eine ganze Zahl Halbwellen, sondern auch eine ganze Zahl und ein Bruchtheil, ja sogar ein Bruchtheil allein gehen kann. Der Zusammenhang ist folgender. Der Faden bei unserer Schwingungsmanier ist nur an einem Ende A fest, das andere Ende h aber muss genau die Bewegung vollziehen, welche h als Endpunkt des Gabelzinkens macht. Setzen wir voraus, dieser Punkt bewege sich in einer kleinen geradlinigen Strecke $\alpha\beta$ (Fig. 18) hin und her, so ist dies offenbar auch die Bahn vom einen Ende des Fadens. Es entspricht demnach die ganze Anordnung dem Versuche, den wir schon unter 13. beschrieben. Die Hand,

welche dort vom einen Ende aus zunächst fortlaufende Wellen erzeugte, ist hier ersetzt durch die sehr regelmässig schwingende Stimmgabel, deren Regelmässigkeit ja die Ursache der so schönen Wellenbewegung des Fadens wird. Die fortlaufenden Wellen setzen sich sehr bald in stehende um, und denken wir uns zunächst einen Faden AB , der mit zwei festen Endpunkten A und B die zweite Oberschwingung ausführte, so wäre seine Form die der Fig. 18 a . Falls wir nun ein klein

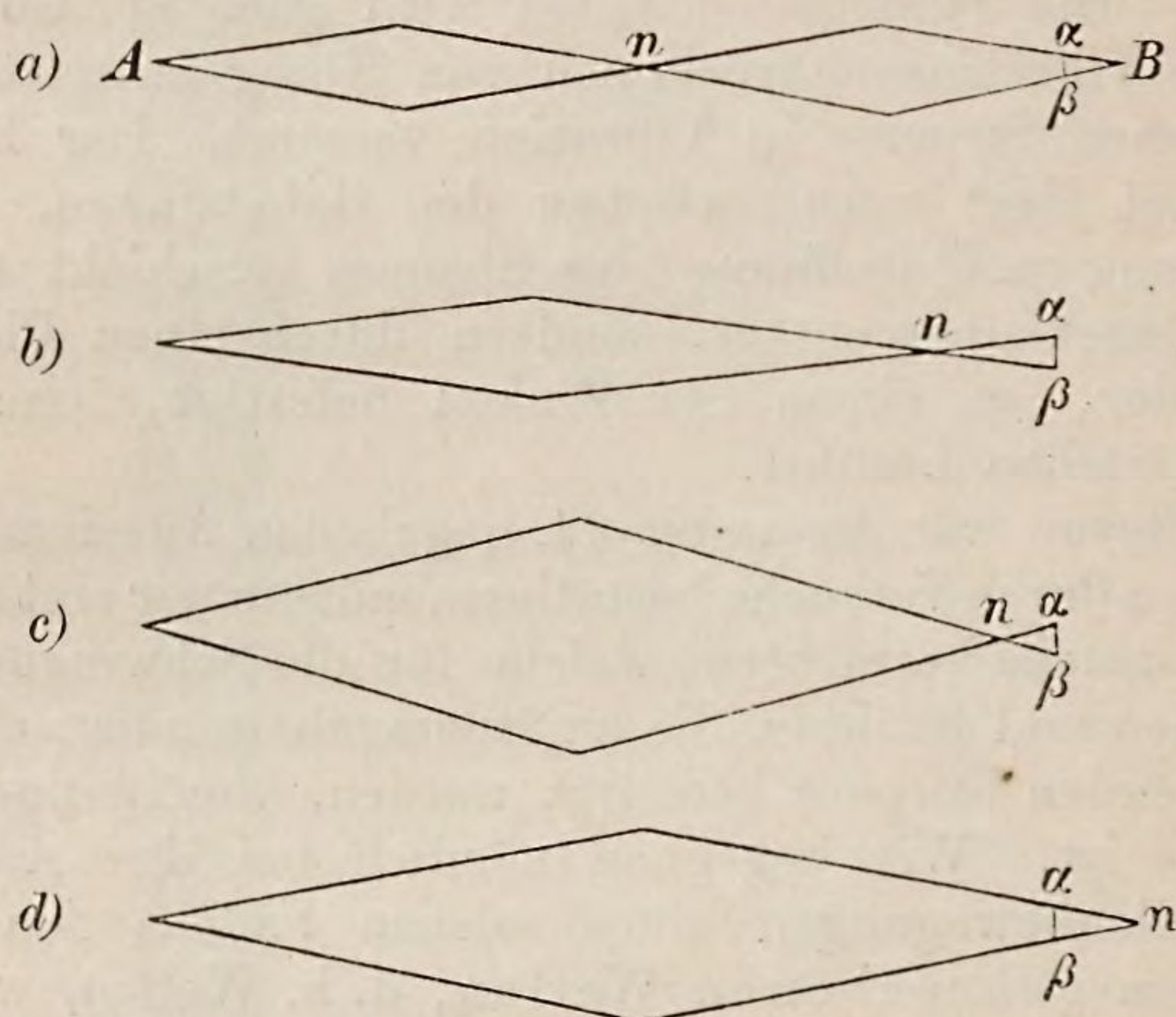


Fig. 18.

wenig von B nach A hin den Faden an eine Stimmgabel angeknüpft denken, welche genau so stark schwingt, dass die Bahn des Anknüpfungspunktes die kleine Strecke $\alpha\beta$ bildet; falls wir ferner voraussetzen, dass die Gabelschwingungen genau unisono mit denen des Fadens seien, so würde sich in den Bewegungen des Fadens gar nichts ändern. Der an die Gabel befestigte Faden schwingt daher, wenn er dem nicht sehr aufmerksamen Beobachter gegenüber zwei Halbwellen zeigt, in der That

nur mit einer vollständigen Halbwelle, während an der zweiten ein kleines Stückchen $B \alpha \beta$ fehlt. Wenn wir von jetzt an die Spannung vermehrten, so würde die Elongationsweite $\alpha \beta$ dieselbe bleiben, dagegen aber würden die Halbwellen länger werden, was bedingt, dass der Knotenpunkt n näher nach der Stimmgabel heranrückt und der Faden das Aussehen von Fig. 18 *b* annimmt. Ausser der veränderten Länge An der Halbwelle ist aber auch noch eine Veränderung in der Schwingungsweite des ganzen Fadens bemerkbar. Denn, wenn wir den Faden beiderseits des Knotens n eine kurze Strecke als geradlinig auffassen, so hängen die Scheitelwinkel an n offenbar von der Entfernung des n von dem Anknüpfungspunkt an der Gabel ab und müssen vom Moment an, wo AB gleich $1\frac{1}{2}$ Halbwellen wird, um so grösser werden, je mehr sich noch n der Gabel nähert, d. h. je grösser die Spannung wird. Vergrössert man letztere also noch mehr, so wird endlich die Schwingungsform Fig. 18 *c* oder Fig. 18 *d* herauskommen. Erstere deutet an, dass auf die ganze Länge des Fadens eine Halbwelle und noch ein ganz kleines Stückchen einer zweiten geht; letztere zeigt, dass nicht ganz vollständig mehr eine Halbwelle zu Stande gekommen ist. Die Intensität der ganzen Fadenschwingung hat jetzt ein Maximum erreicht; die Erscheinung: als bilde der Faden nur eine Halbwelle, ist eine Täuschung; in Wirklichkeit thut er dies nur sehr nahe, denn es muss der rechte Endpunkt der Halbwelle bei einer noch etwas zu geringen Spannung ein klein wenig von der Gabel weg nach links hin, Fig. 18 *c*, und bei einer etwas zu grossen Spannung ein klein wenig von der Gabel weg nach rechts hin, Fig. 18 *d*, angenommen werden. Der interessante Zusammenhang lässt sich hiernach wol ohne Schwierigkeit übersehen.

37. Diese Thatsachen müssen nun ihre volle Würdigung finden, falls man die Fadenschwingungen auf ihren Zusammenhang mit der Taylor'schen Formel prüft. Zunächst leuchtet ein, dass, wenn die Grösse L be-

stimmt werden soll, man die vermeintliche Halbwelle, welche unmittelbar an die Gabel grenzt, nicht mit in Rechnung ziehen darf, da diese niemals eine volle Halbwelle ist und ihr ganzer Werth mit Genauigkeit nicht bestimmt werden kann. Man misst also nur die Längen der vollständigen Halbwellen, woraus folgt, dass man überhaupt bei dem Nachweis des erwähnten Zusammenhangs die erste Partialschwingung ausser Acht lassen muss. Es wird sich bald zeigen, dass, wenn der Faden eine bestimmte Länge hat, man auch gut thut, nur bis zu einer solchen Partialschwingung vorzugehen, bei welcher die aufeinanderfolgenden Spannungen noch eine merkliche Verschiedenheit haben. Wir geben nun ein Beispiel nach den Beobachtungen von Müller. Anstatt durch die Stimmgabel wurde der Faden durch einen tönenden Gipsstab in Bewegung gesetzt. Die Versuche ergaben:

Nummer der Partialschw.	Spannung	Differenz der Spannungen	Länge der Halbwellen
3	12,90 g		261 mm
4	7,78	5,12	198
5	4,70	3,08	156
6	3,27	1,43	130
7	2,37	0,90	112

Berechnen wir hiernach den Quotienten $\frac{\sqrt{P}}{L}$, so ergeben sich fünf Werthe für K und dessen Endmittel, wie folgt:

$$\begin{array}{r}
 0,01376 \\
 0,01409 \\
 0,01390 \quad K = 0,01385. \\
 0,01375 \\
 0,01375
 \end{array}$$

Ist demnach für den bestimmten Faden die Grösse K gefunden, so leuchtet ein, dass man umgekehrt hiermit nun auch die absolute Zahl N der Schwingungen des

betreffenden tönenden Körpers, also hier des Gipsstabes bestimmen kann. Denn es ist nunmehr

$$K = 2N \cdot \sqrt{\frac{p}{g}},$$

d. h.

$$N = \frac{K}{2} \sqrt{\frac{g}{p}} = K \cdot C \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und bleibt also zur Ermittlung von N nur noch die Constante

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{p}}$$

zu bestimmen. Hierzu ist aber weiter nichts nöthig, als dass man ein längeres Stück des Fadens genau wiegt, nachdem dies vorher durch das mittlere Gewicht der obigen Spannungen gespannt und seine Länge λ bestimmt worden ist. Schneidet man es dann an den Endpunkten ab, bringt es auf die Waage und bestimmt sein Gewicht p' , so ist offenbar $p = p'/\lambda$. Die Zahl g ist so wie so bekannt.

Müller hatte für einen Seidenfaden das C gleich 9428 bestimmt. Wäre dieser Werth z. B. bei einer Stimmgabel mit einer fraglichen Schwingungszahl N zur Anwendung gekommen und würde hierbei K gleich obigem Werthe angenommen, so wäre

$$N = C \cdot K = 9428 \cdot 0,01385 = 130,6$$

gefunden worden. Die für die obigen fünf Einzelwerthe berechneten N würden sein

$$129,7 - 0,9$$

$$132,8 + 2,2$$

$$131,1 + 0,5$$

$$129,6 - 1,0$$

$$129,6 - 1,0.$$

Bezüglich einer genauen Berechnungsmethode der Werthe von L und N muss die oben erwähnte Arbeit Müller's im einzelnen zur Anwendung kommen.

38. Wenn wir die oben zusammengestellten Beobachtungen Müller's noch einmal überblicken, so erkennen wir aus der Rubrik „Differenz der Spannungen“ noch etwas Bemerkenswerthes. Diese Differenzen nehmen mit der Ordnungszahl der Partialschwingungen rasch ab. Sobald nun die Gabel stärker in Schwingung versetzt wird, muss, wie wir schon unter 24. angedeutet haben, die durch zu grosse Excursionsweiten hervortretende Spannung, welche noch zu der schon von vornherein dem Faden mitgetheilten Spannung hinzutritt, sich geltend machen. Die Folge davon ist, dass man, je nachdem die Gabel stärker schwingt, eine Partialschwingung höherer Ordnung in eine niedere überführen kann. Diese Ueberführung wird selbstverständlich immer leichter, je näher die Spannungen zusammenrücken, sodass es bei einer grössern Anzahl Halbwellen einiger Geschicklichkeit bedarf, um eine constante Zahl derselben zu erhalten. Es ist dies etwas Aehnliches wie das, was wir später bei den Schwingungen der Luftsäulen kennen lernen werden, wobei durch stärkeres Anblasen auch ein anderer benachbarter Oberton zum Vorschein kommt.

Noch eine andere bemerkenswerthe Erscheinung zeigte sich bei meinen Untersuchungen¹ über die Schwingungen von Fäden: nämlich eine eigenthümliche Art von Uebergangsformen. Geht man nämlich bei der Parallelstellung der Gabel z. B. von der Spannung aus, wobei der Faden die 3. Partialschwingung (Fig. 19 *a*) zeigt, und vermindert etwas diese Spannung, so wird, insbesondere, wenn man zugleich die Stärke des Anstreichens vermehrt, der Faden, immer noch wie vorher, mit drei, jedoch breiteren Halbwellen schwingen. Lässt man aber jetzt mit der Stärke des Anstreichens nach, so wird der Faden, falls eben die Spannung gering genug war, oft plötzlich mit vier Halbwellen (Fig. 19 *c*) schwingen. Bevor er aber diese vier Wellen zeigt, wird er auch leicht eine Uebergangsform bilden und drei Halbwellen

¹ Poggendorff's Annalen, CXI, 534.

mit schmälern dazwischenliegenden Stellen zeigen, welche den Stellen der drei Schwingungsknoten Fig. 19 *a* entsprechen, sodass das Ganze das Aussehen der Fig. 19 *b* annimmt. Es ist dies eine sehr bemerkenswerthe Wellenform, bei der, wie es mir vorkommt, zwei Schwingungsarten combinirt sind, jedoch so, dass die beiden hierfür geltenden Schwingungszahlen dieselben sind, d. h. falls wir an Töne denken wollten, dass zwei Unisonotöne, der eine mit drei, der andere mit vier Halbwellen sich vereinen, im wesentlichen Gegensatz zu andern resultirenden Schwingungsarten, wobei z. B. der Grundton und die nächst höhere Quarte sich combiniren.

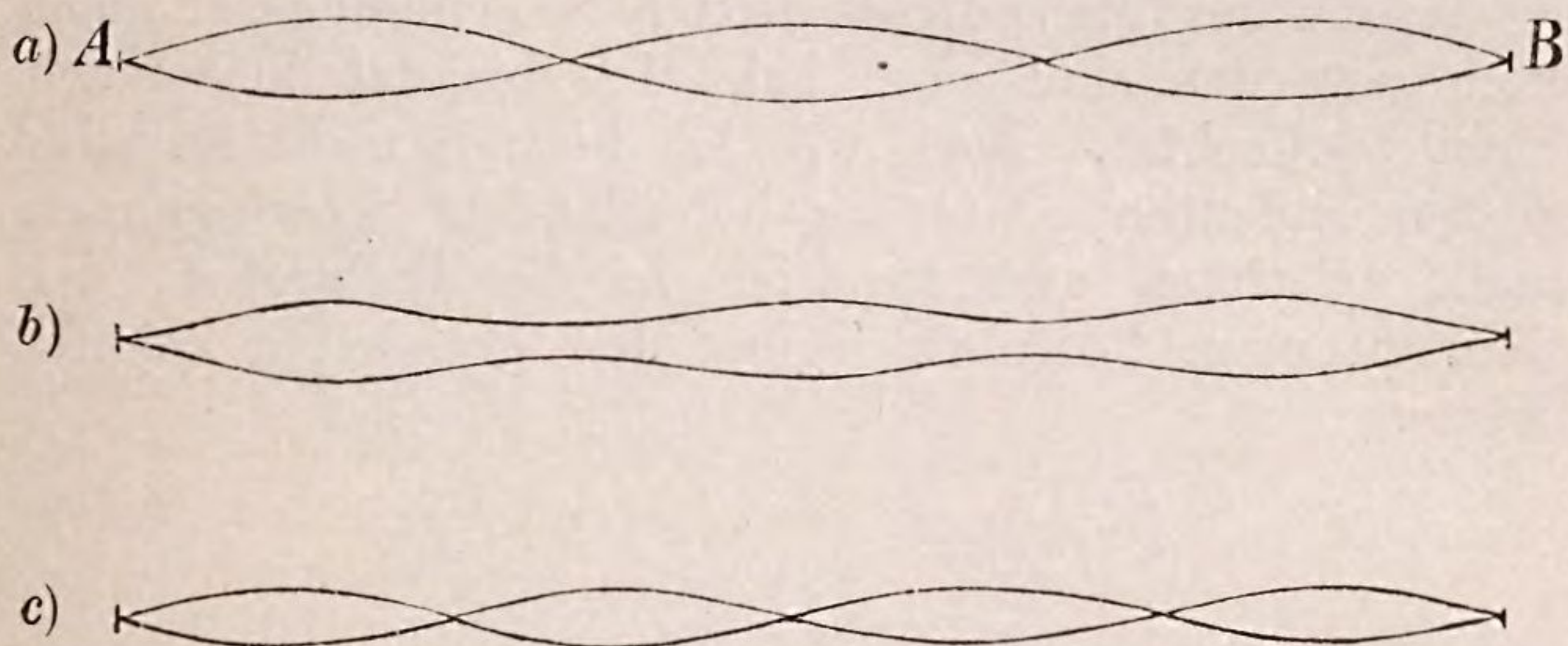


Fig. 19.

Was die theoretische Behandlung des vorliegenden Gegenstandes der Schwingungen eines Fadens unter dem Einflusse einer Stimmgabel betrifft, so muss vor allem eine Untersuchung Duhamel's hervorgehoben werden, welche im Jahre 1843 unter dem Titel „Sur un phénomène relatif à la communication des mouvements vibratoires“, Liouville, Journ. de math., T. VIII, 113, erschien. Hierauf Bezug nehmend und weiter fördernd, veröffentlichte im Jahre 1873 E. Gripon in den „Annales de l'École normale“, Bd. II, eine umfassende theoretische und experimentelle Untersuchung unter dem Titel „Sur les vibrations transversales des fils et lames d'une faible épaisseur“. Ferner Valerius in Gent in den „Mémoires de l'Académie royale de Belgique“, Bd. XVII, eine

Arbeit unter dem Titel „Sur les vibrations de fils de verre“, worin die Schwingungen dünner Glasfäden in ihrer Analogie mit den Fadenschwingungen betrachtet wurden. Sodann noch eine Arbeit von H. Postula in Lüttich unter dem Titel „Nouvelle étude des expériences de M. Melde“ (Lüttich, J. Gothier, 1879). Herr Postula weist in dieser Arbeit insbesondere noch auf eine dritte Schwingungsart eines Fadens ausser den von mir betrachteten beiden in der Parallel- und Transversalstellung der Gabel hin und schreibt deren Entstehung der Wirkung einer Longitudinalcomponente zu. Ich muss jedoch gestehen, dass mir die Auffassungen des Verfassers bezüglich dieser dritten Schwingungsart nicht klar geworden sind, und habe ich bisjetzt diese auch nicht beobachtet. Doch will ich hiermit nicht im mindesten andeuten, dass die betreffenden Schwingungen nicht existirten und dass ich in die Richtigkeit der Behauptungen Postula's irgend den geringsten Zweifel setzte.

SECHSTES KAPITEL.

Die Longitudinalschwingungen der Saiten.

39. Wir haben unter 15. gesehen, dass ein Stab oder eine Saite noch eine andere Schwingungsweise zeigt, die man eine Longitudinalschwingung zu nennen pflegt. Anstatt der Ausbiegungen der ganzen Saite, anstatt der Wellenberge und Wellenthäler haben wir hier Verdichtungen und Verdünnungen zu betrachten. Die einzelnen Querschnitte einer Saite bewegen sich hierbei parallel mit sich selbst in der Richtung der Länge der Saite hin und her. Der Entdecker dieser merkwürdigen Schwingungsart ist der Altmeister Chladni. In seiner berühmten Schrift „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“ (Leipzig 1787) berichtet er auf S. 76 Folgendes: „An etwas langen und dünnen Saiten zeigt sich eine, soviel mir bekannt ist, noch von niemanden beobachtete Folge von Schwingungsarten, wenn man sie mit dem Violinbogen unter einem sehr spitzen Winkel streicht. Wenn das Streichen in deren Mitte oder in keiner grossen Entfernung davon geschieht, so hört man einen Klang, der den gewöhnlichen Grundton einer Saite um drei bis fünf Octaven übertreffen kann. Wird die Mitte der Saite durch gelinde Berührung mit dem Finger oder auf andere Art gedämpft und die Mitte einer von den beiden Hälften auf die vorerwähnte Art gestrichen, so erhält man einen Ton, der um eine Octave höher ist als der vorige. Ebenso kann man, wenn die Saite durch Berührung eines Schwingungsknotens in drei, vier oder

mehrere Theile eingetheilt und in der Mitte eines schwingenden Theils gestrichen wird, soweit es deren Länge zulässt, noch mehrere Töne erhalten, die in den nämlichen Verhältnissen gegen den ersterwähnten Ton stehen, wie die bei gleicher Abtheilung der Saite durch rechtwinkeliges Streichen zu erhaltenden harmonischen Töne gegen den Grundton. Alle diese Töne klingen ziemlich unangenehm und lassen sich deshalb nicht füglich zu einem praktischen Gebrauch verwenden; verdienen aber doch wegen ihrer gänzlichen Abweichung von allen übrigen Schwingungsarten genauer untersucht zu werden. Sie haben kein bestimmtes Verhältniss gegen die durch rechtwinkeliges Streichen zu erhaltenden Töne; indem dabei sehr wenig auf die Spannung der Saite ankommt, sodass, wenn die gewöhnlichen Töne durch eine stärkere Spannung fast um eine Octave erhöht werden, die Höhe dieser neubeobachteten Töne kaum um einen halben Ton zunimmt.“

In diesen Worten Chladni's ist der Grundzug der Lehre von den Longitudinalschwingungen der Saiten enthalten. Zunächst lehren sie eine Art der Hervorbringung der Longitudinalschwingungen: nämlich mit Hülfe des Violinbogens, und diese einfache Thatsache gibt sofort den Grund ab für die Hauptregel bei der Führung des Violinbogens von seiten eines Violinspielers. Es muss hienach der Bogen bekanntermaassen genau senkrecht zur Längsrichtung der Saite geführt werden. Denn thut man dies nicht, führt man ihn unter einem schiefen Winkel dagegen, so kommt etwas Doppeltes zum Vorschein, was den Transversalsaitenton beinträchtigt. Fig. 20 erläutert den Zusammenhang. AB stellt eine Saite, ab das Haarband eines Violinbogens vor, das, der Regel entgegen, nicht senkrecht, sondern schief zu AB in der Richtung ab gezogen werden soll. Es leuchtet ein, dass ein solcher schiefer Zug mn in zwei zueinander rechtwinkelige Componenten mp und mq zerlegt werden kann. Letztere Componente, wenn sie allein da wäre, würde der Saite einen Transversalton entlocken; erstere

Componente dagegen ist geeignet, einen Longitudinalton hervorzurufen, der, wenn er völlig scharf zum Vorschein kommt, schon wegen seiner Höhe als ein Störenfried betrachtet werden muss. Kommt er nicht vollständig, sondern nur so ungefähr heraus, so wird sich diese Beigabe nicht minder als eine unangenehme vernehmen lassen. Aus unsern Betrachtungen unter 28. wissen wir aber ferner, dass umgekehrt auch die Saite das Haarband des Violinbogens in Schwingungen versetzen kann. Denn denken wir z. B. den in die Richtung der Saite fallenden Zug mp in seine Componenten ms und mr zerlegt, so wird ms einen Transversal-

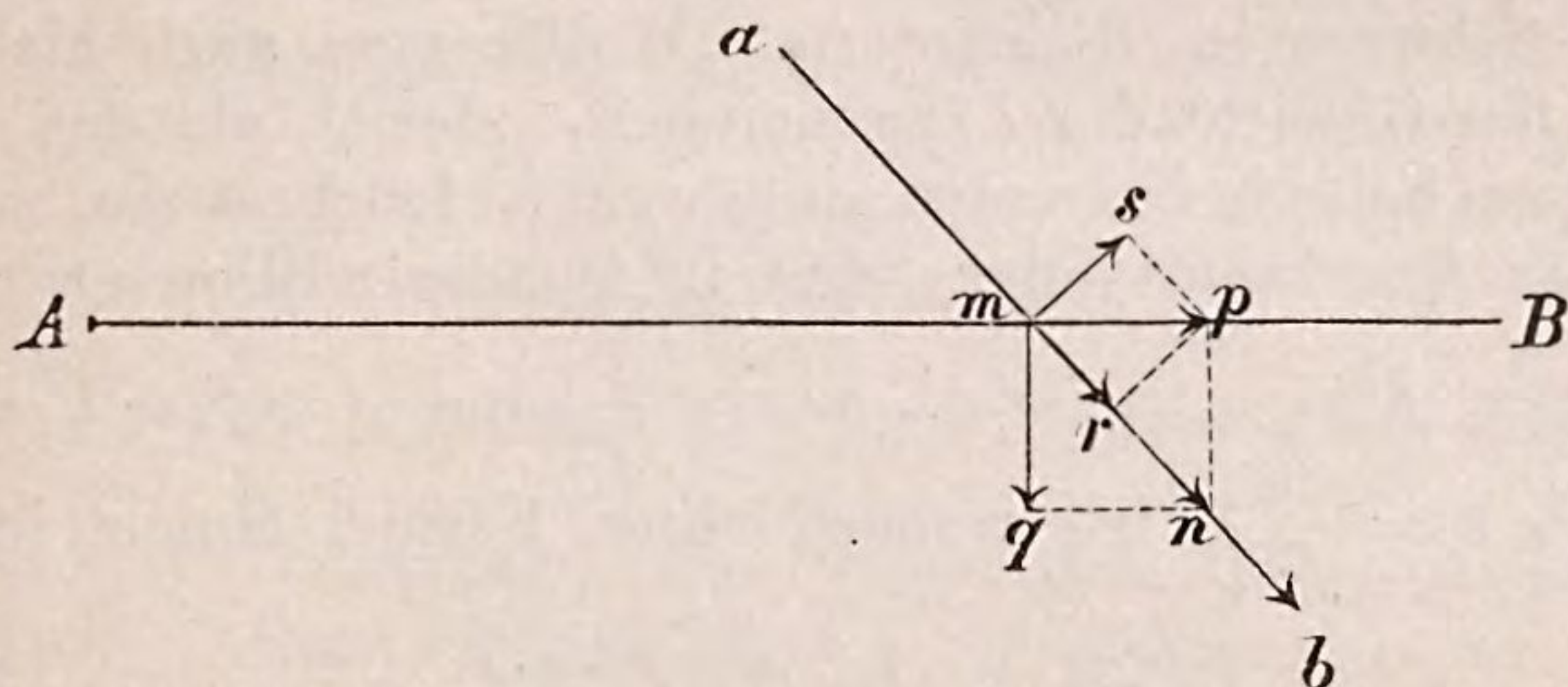


Fig. 20.

mr einen Longitudinalton des Bogens hervorbringen wollen. Da aber der Longitudinalton des Bogens hierbei kaum herauskommt, so ist nur der Transversalton störend, und um ihn zu verhüten, um mp zum Verschwinden zu bringen, gibt es kein anderes Mittel, als den Bogen senkrecht zu AB zu führen.

Es gibt ein zweites Mittel, um eine Saite in Longitudinalschwingungen zu versetzen, welches ebenfalls von Chladni zuerst angewandt wurde und darin besteht, dass man dieselbe zwischen zwei Fingern, die mit Colophonium bestreut wurden, in der Richtung der Länge reibt oder auch hierbei ein mit Colophonium bestreutes Läppchen zwischen die Finger nimmt. Auch kann man sehr gut, anstatt die Finger mit Colophonium zu bestreuen,

diese in Wasser oder Alkohol tauchen und die Saite — selbstverständlich nur eine Metallsaite — mit nassen Fingern reiben.

40. Für die Longitudinalschwingungen der Saiten hat die Theorie eine ganz ähnliche Formel gefunden wie die Taylor'sche. Bezeichnet N' die Zahl der Longitudinalschwingungen, so besteht nämlich die Beziehung

$$N' = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{Eg}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Es bedeutet hierin am liebsten L die Länge der Saite in Metern, s das specifische Gewicht, E den Elasticitätsmodulus in Kilogrammen, g die Beschleunigung durch die Schwere in Millimetern. Wollte man auch hier p , als das Gewicht der Längeneinheit, oder Q , als das der ganzen Saite in Grammen einführen, so leuchtet ein, wenn f den Querschnitt der Saite in Quadratmillimetern bedeutet, dass $p = f \cdot s$, d. h. $s = \frac{p}{f}$ und $Q = f \cdot s \cdot L$, d. h. auch $s = \frac{Q}{f \cdot L}$ ist, wonach obige Formel einmal in

$$N' = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E \cdot g \cdot f}{p}} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

das andere mal in

$$N' = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E \cdot g \cdot f}{Q \cdot L}} \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

übergeht.

Die Gleichung (11) belehrt uns über die verschiedenen Thatsachen, welche Chladni schon auf experimentellem Wege erkannt hatte. Zunächst zeigt die rechte Seite der Gleichung, dass die Anzahl der Schwingungen unabhängig ist von der Dicke des Drahtes und ebenso unabhängig von der Spannung, welche wir demselben ertheilen. Es unterscheiden sich hierdurch die longitudinalen Schwingungen sehr wesentlich von den transversalen. Eine absolute Unabhängigkeit kann jedoch, wie leicht einzusehen ist,

nicht angenommen werden, und theilt schon W. Weber in seiner „Wellenlehre“, S. 554, einen hierauf bezüglichen Versuch mit, wobei sich zeigte, dass der Longitudinalton einer Saite, deren Spannung von 6,9 Pfund auf 37,3 erhöht wurde, um das Intervall einer Quinte in die Höhe ging.

Beachten wir den Umstand, dass E eine sehr grosse Zahl ist und bei Stahldrähten, in Kilogrammen pro Quadratmillimeter ausgedrückt, den Werth 20000 besitzt, so leuchtet ein, dass bei kurzen Drähten der Grundton der longitudinalen Schwingungen sehr hoch sein wird. Setzen wir in der Taylor'schen Gleichung (4) für p ein $f \cdot s$ und bilden das Verhältniss $\frac{N'}{N}$, so ergibt sich für dieselbe Saite:

$$\frac{N'}{N} = \sqrt{\frac{E \cdot f}{P}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (14)$$

Für den Fall also, dass $E \cdot f = P$, also $f = \frac{P}{E}$ würde,

müsste der Longitudinalton gleich dem Transversalton werden. Nehmen wir P aber z. B. gleich 5 kg an, so

wäre $f = \frac{5}{20000} = \frac{1}{4000}$ qmm, mithin der Durch-

messer eines solchen Drahtes gleich 0,0056 mm. Ein Draht von dieser Feinheit trägt aber keine 5 kg, womit die Unmöglichkeit einleuchtet, mit Stahldrähten dieses Experiment auszuführen. Denn, wollte man die Spannung P geringer nehmen, so würde in demselben Maasse auch f geringer werden müssen und somit für diese geringere Spannung dieselbe Unmöglichkeit des Tragens von P eintreten. Ebenso würde sich leicht auch für andere Substanzen mit anderm E eine solche Unmöglichkeit nachweisen lassen.

Soll demnach bei demselben Material der Longitudinalton gleich dem Transversalton werden, so kann dies nur durch eine Längenverschiedenheit bewirkt werden, wobei jedoch der Querschnitt, die Spannung und



das E auch mitspricht. Denn es würde in diesem Fall

$$\frac{1}{2L^*} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{P \cdot g}{f \cdot s}},$$

d. h.

$$L^* = L \sqrt{\frac{E \cdot f}{P}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

sein müssen. Setzen wir also z. B. $f = 1$ qmm voraus, so wissen wir, dass ein solcher Stahldraht im Maximo 70 kg zu tragen im Stande ist. Das kleinste L^* ist demgemäss gleich

$$L^* = L \sqrt{\frac{20000}{70}} = L \sqrt{286} = L \cdot 17.$$

Es würde dieses Resultat auch bedeuten, dass die bezeichnete Saite, wenn sie so, wie sie ist, bei der betreffenden Spannung ihren Transversal- und den Longitudinalton gibt, den letztern annähernd vier Octaven höher wie erstern liefert. Im allgemeinen muss man also sagen, wie ja auch Chladni schon bemerkte, dass sich von vornherein ein allgemein bestimmtes Verhältniss zwischen den beiden Tönen nicht angeben lässt.

41. Die Obertöne der Longitudinalschwingungen bei Saiten befolgen genau das Gesetz der Transversaltöne, und sind die Abtheilungen hierbei dieselben wie bei den Transversalschwingungen. Für den Grundton ist die ganze Länge der Saite gleich einer Halbwelle gleich der Hälfte einer Verdichtung und Verdünnung zusammengekommen, sodass also, wenn λ die Wellenlänge des Tones bedeutet, $\lambda = 2L$ ist. Man überzeugt sich hiervon durch folgende Betrachtung. Denken wir in Fig. 21 *a* AB gleich der gegebenen Saite, so können wir über die festen Punkte A und B hinaus noch je ein Saitenstück mit der Länge L angesetzt denken (Fig. 21 *b*). Der Versuch ergibt dann sofort, dass der 3. Oberton bei dieser dreimal so langen Saite genau gleich dem Grundton von AB ist, und dass dieser 3. Oberton herauskommt,

wenn man die dreimal so lange Saite $A'B'$ in A oder B festhält. Demnach sind für diesen Ton A und B Knotenpunkte, d. h. Stellen, in denen sich die Kräfte gegenseitig aufheben, was nur möglich ist, wenn die benachbarten Bewegungen der Molekülschichten gleichstark und entgegengesetzt gerichtet sind. Diese Bildung von Knotenpunkten wird aber möglich, wenn gleichzeitig die Mitte einer Verdichtung in A und die Mitte einer Verdünnung in B stattfindet oder umgekehrt, demgemäss die Molekülschichten nach dem Schema der Fig. 21 *b* in dem zuerst angenommenen Moment ge-

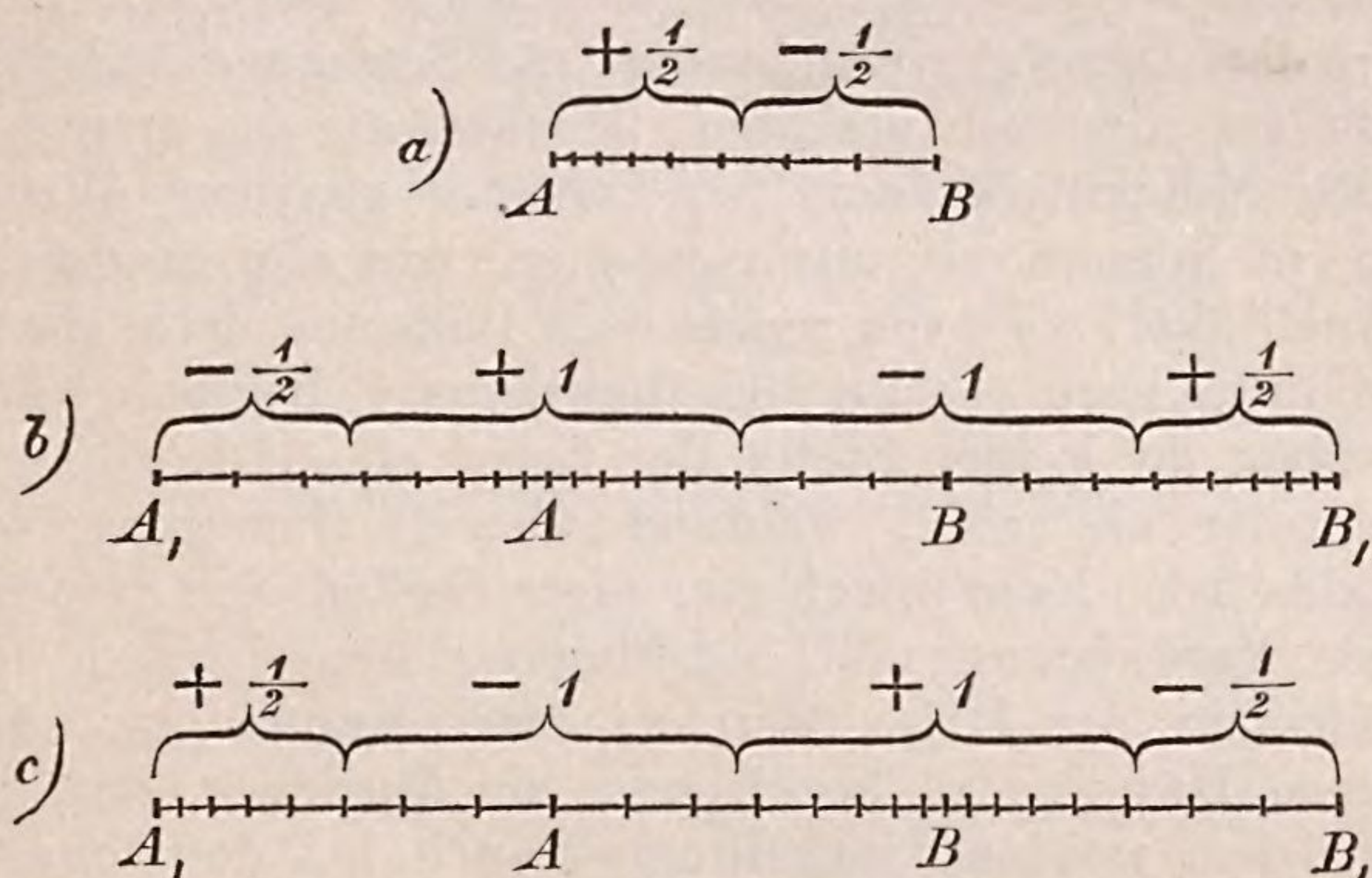


Fig. 21.

lagert sind. Die Verdichtungen können wir ganz zweckmässig mit einem $+$, die Verdünnungen mit $-$ bezeichnet werden, und bedeutet z. B. die Bezeichnung $+1$ eine vollständige Verdichtung, $-1/2$ die Hälfte einer Verdünnung. Die Knotenstellen in A und B sind wesentlich verschieden, indem im selben Moment, wo in A die Bewegung der Molekülschichten beiderseits symmetrisch gegeneinander, im Punkte B dieselbe symmetrisch auseinander gerichtet ist. In einem nächsten Moment hat sich die Sache gemäss der Fig. 21 *c* umgeändert, indem jetzt in B eine Verdichtung, in A

dagegen eine Verdünnung eingetroffen ist. Auf der ursprünglichen Saitenlänge AB (Fig. 21 *a*) müssen wir also in einem bestimmten Moment den Zustand so annehmen wie auf der gleichen Strecke AB in Fig. 21 *b*, während eine halbe Schwingungszeit später der Zustand wie auf der Strecke AB (Fig. 21 *c*) anzunehmen ist.

Man erkennt hieraus nun mancherlei wichtige That-
sachen. Zunächst leuchtet ohne weiteres ein, dass zwischen einer Verdichtung und Verdünnung eine Stelle liegen kann, wo die ursprüngliche Dichtigkeit in unveränderter Weise besteht, woraus aber ja nicht geschlossen werden darf, dass hier Ruhe herrsche. Denn man darf Dichtigkeitsänderung und Bewegungsänderung nicht für identisch erachten. Denken wir die ursprünglichen Molekülschichten der Saite in gleichen Abständen, so können wir uns vorstellen, wie alle in gleicher Schnelligkeit z. B. von rechts nach links und dann ebenso von links nach rechts sich bewegten. Hierbei würde offenbar an keiner Stelle der Saite eine Dichtigkeitsänderung eintreten, während überall Bewegung vorhanden ist. Man pflegt nun diese Stellen, die zwischen einer Verdichtung und Verdünnung liegen, d. h. die Stellen in der Mitte zwischen zwei Knoten, mit dem Namen Bäuche zu bezeichnen, ein Ausdruck, der, wie wir sehen werden, insbesondere auch bei den longitudinal schwingenden Luftsäulen häufig gebraucht wird. In ihnen finden also Hin- und Herbewegungen der Molekülschichten, aber keine Dichtigkeitsänderungen statt. In den Knoten selbst ist es anders; denn hier ist der Wechsel der Verdichtungen und Verdünnungen der Grund des Maximums der Dichtigkeitsänderung. Aber, da diese Aenderungen beiderseits symmetrisch erfolgen, sind die Knoten selbst Stellen der Ruhe. Diese Stellen werden also in einem bestimmten Moment von beiden Seiten her einen Stoss erleiden und eine halbe Schwingungsdauer später einem gleichen Zug ausgesetzt sein. Die Befestigungspunkte A und B in Fig. 21 *a* erhalten offenbar nur diesen Stoss und Zug von einer

Seite, und erkennt man hieraus sehr deutlich, in welcher Weise die Longitudinalschwingungen sich auch auf die Umgebung übertragen. Denn sind diese Endstellen so beschaffen, dass sie diese Bewegung nicht weiter auf benachbarte Theile übertragen, so wird der Saitenton nicht verstärkt werden; nimmt aber eine grössere Partie der Nachbarschaft theil, findet Resonanz statt, so wird die Verstärkung des Longitudinaltones sich sehr bemerklich machen.

42. Nach dem Vorausgehenden ist klar, wie sich eine Saite bei den verschiedenen Obertönen abtheilt. Beim Grundton befindet sich zwischen den festen Endpunkten kein Knotenpunkt; die Länge der Saite ist gleich $L = \frac{\lambda}{2}$. Beim 2. Oberton liegt ein Knoten in der Mitte der Saite und ist $L = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$. Beim 3. Ton sind zwei Knoten vorhanden und $L = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$. Somit hätten wir für den m^{ten} Oberton die Gleichung

$$L = m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

und somit auch

$$\lambda = \frac{2L}{m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Wir stehen hier an einem Punkte, der für die ganze Akustik von Bedeutung ist. Aus allem, was wir früher über fortlaufende und stehende Wellenbewegung kennen gelernt haben, ergibt sich eine wichtige Thatsache. Es ist nämlich die Zeit, welche die fortlaufende Bewegung braucht, um die Strecke einer ganzen Welle zurückzulegen, wie wir unter 11. gesehen haben, gleich der Zeit, welche ein einzelnes Theilchen verlangt, um eine volle Schwingung zu vollenden. Da nun bei stehenden Wellenbewegungen die Zeit, in der eine Schwingungsstrecke eines schwingenden Körpers hin- und hergeht, gleich ist der Zeit, in der ein jedes Theilchen dieser Ab-

theilung hin- und hergeht, so leuchtet ein, dass der Satz gilt: die Zeit des Fortschrittes einer fortlaufenden Welle um die Strecke einer Wellenlänge ist gleich der Schwingungsdauer der stehenden Wellenbewegung. Da sich ferner die fortlaufenden Wellen mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortpflanzen, so ist, wie schon unter 11 bemerkt, diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit gemäss Gleichung (1) $v = \lambda/\tau$ und mit Rücksicht darauf, dass, wenn N die Schwingungszahl bedeutet, $\frac{1}{\tau} = N$ ist auch

$$v = N \cdot \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Diese einfache Gleichung zeigt uns einen Weg, um v zu bestimmen. Denn wir haben hierzu nur nöthig, N und λ zu finden. Das N zu bestimmen, gelingt in der verschiedensten Weise. Die Bestimmung der Wellenlänge λ ist bei Saiten auch einfach. Denn für unsere soeben betrachteten Longitudinalschwingungen

ist ja $\lambda = \frac{2L}{m}$ und somit auch

$$v = \frac{2 \cdot N' \cdot L}{m}.$$

oder, da man offenbar am einfachsten den Grundton hierbei berücksichtigt,

$$v = 2 \cdot N' \cdot L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Wir können aber für N' auch unsern Werth aus Gleichung (11) einsetzen und erhalten dann

$$v = \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

sodass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch berechnet werden kann aus E , g und s . Es würde sich hiernach z. B. für die Stahldrähte die Geschwindigkeit gleich

$$\sqrt{\frac{20000 \cdot 9810}{7,8}} = 5016 \text{ m}$$

ergeben.

43. Es fragt sich noch, welche Mittel haben wir, um die Lage der Knotenpunkte experimentell nachzuweisen? Hierbei begegnen wir einigen Schwierigkeiten. Zunächst zeigt sich sofort, dass wir darauf verzichten müssen, mittels des Auges diese Ruhelagen zu erkennen, wie wir dies bei Transversalschwingungen insbesondere bei den Fäden sahen. Auch das bekannte Experiment mit den Papierreiterchen zeigt, dass wir es hier mit complicirten Erscheinungen zu thun haben, und werden wir bei den Longitudinalschwingungen der Stäbe auf diesen Gegenstand näher eingehen. Der Grund, weshalb diese Reiterchen nicht ohne weiteres die Lage der Knoten angeben, liegt darin, dass eine Saite, wenn man sie in der angegebenen Weise in longitudinale Schwingungen versetzt, ausser den Longitudinalschwingungen auch noch transversale ausführt, welche einen mitbestimmenden Einfluss bei der Bewegung der Reiterchen ausüben. Ich wende ein einfaches Mittel an, um einer beliebig langen Saite irgendeinen ihrer Longitudinaltöne allein zu entlocken. Es besteht dieses in einer Belastung, die ich in Form eines schweren Reiters an der Saite anbringe. Ein etwa 1 cm dickes Stück Kork, von einem dicken Korkstopfen erhalten, wird etwas über die Hälfte mit einem dünnen Messer in der Richtung eines Durchmessers aufgeschnitten, sodass man den Kork mit diesem Schlitz auf eine Saite aufstecken und hin- und herbewegen kann, ohne dass er gerade leicht rutscht. Der Kork ist ferner zu beiden Seiten des Schlitzes mit je zwei halbrunden Bleiplatten beschwert, sodass diese zwischen sich noch hinreichend den Schlitz frei lassen. Eine solche Belastung, einer Saite zugemuthet, ändert die Transversalschwingungen derselben total, während die Longitudinalschwingungen nicht beeinflusst werden. Man nehme eine 5 m lange Saite und spanne sie horizontal mit so viel Gewicht, dass jede Unebenheit auf ihr verschwindet, bringe den Bleireiter auf die Mitte der Saite und streiche eine der Hälften in ihrer Mitte an, so wird sofort der

2. Oberton der Longitudinalschwingungen in voller Reinheit sich hören lassen. Man schiebe hierauf die Belastung auf ein Drittel von einem Ende und streiche entweder auf diesem Drittel oder auch auf einem der beiden andern Drittel, die nicht durch eine Belastung getrennt sind, an, so wird man sofort den 3. Partiallongitudinalton schön und rein vernehmen. Auf diese Weise kann man leicht bis zum 8. Partialton der Saite fortschreiten.

SIEBENTES KAPITEL.

Die Schwingungen der Membranen.

44. Die zweite Gruppe derjenigen Körper, welche insbesondere durch Spannung ihre Schwingungsweise ändern und ebenso wie die Saiten Transversal- und Longitudinalschwingungen ausführen können, bilden die Membranen. Ihre Töne sind es, die bei allen Völkern schon in der frühesten Zeit Anwendung gefunden haben, und es dürfte auch gegenwärtig kaum einen Volksstamm geben, der nicht irgendein Instrument handhabte, das eine Art von Pauke oder Trommel bildete. Auch die gebildeten Musikvölker der Gegenwart verwenden derartige Instrumente, und wenn diese im Orchester auch nicht im mindesten an den Rang der andern Instrumente, insbesondere der Saiteninstrumente, heranreichen, so spielen sie dennoch eine wichtige Rolle. Es steht das Eigenthümliche ihrer Klangwirkung ja oft genug in Verbindung mit den ergreifendsten Momenten des menschlichen Lebens. Wer wüsste es nicht, was ein Trommelwirbel oft verkündigt, wie ergreifend er wirkt beim feierlichen Leichenzuge, wie er sinnbetäubend und muthentflammend wirkt, wenn die Reihen zum Kampf geführt werden. Wer konnte nicht die Effecte, welche mit der Pauke im Orchester hervorgerufen werden? In unserer frühen Jugend liefen wir gern mit dem ausrückenden Regiment hinaus, und unser Platz war am liebsten neben der grossen Trommel der Regimentsmusik. Denn die eigenthümlich

rauschende Klangverbindung eines solchen Paukenschalles zusammen mit den Beckentönen ist nicht blos Lärm, sondern ruft eine Summe von Wirkungen hervor, die in ihrer Gesammtheit ganz eigenthümliche sind. Im Orchester liefern diese Klangmassen oft Vortreffliches. Wir werden diese Effecte zu beurtheilen verstehen, wenn wir uns erst mit den Schwingungsweisen dieser Körper näher beschäftigt haben. In rein akustischer Beziehung sind die Membranen hochwichtige Körper, indem sie namentlich bei der Klanganalyse vortreffliche Dienste leisten. Denken wir endlich daran, dass in unserm eigenen Körper eine Membran es ist, die fast ausschliesslich die Ueberleitung der Schwingungen der Aussenwelt auf unser Nervensystem des Ohres vermittelt; denken wir daran, dass unsere Stimmbänder die Theile sind, deren Schwingungen den menschlichen Gesang und unsere Sprache ermöglichen, so werden wir hinreichend Grund haben, diesen Körpern volles Interesse entgegenzubringen.

Wie die Saite, ist die Membran etwas, was als schwingender Körper erst in Betracht kommt, wenn eine bestimmte Art der Begrenzung und Befestigung stattgefunden hat. Die Membran muss „aufgespannt“, „aufgezogen“ sein, wenn sie schwingen soll. Man bewirkt dies durch einen Rahmen, der aus verschiedenem Material gebildet sein kann, jedoch meistens in einem Holzrahmen bestehen wird.

Die Stoffe, aus denen sich Membranen bilden lassen, können sehr verschiedene sein; Papier, thierische Felle, thierische Blasen, Kautschuk und auch eigenthümliche feine Häutchen oder Lamellen von Metall, ja selbst Flüssigkeitshäutchen können hier verwendet werden. Für den Akustiker sind Papiermembranen zunächst wol die am bequemsten herzustellenden.

Beim Aufspannen derselben kann man in verschiedener Weise verfahren; sollen die Membranen aber eine beträchtliche Grösse, etwa von $\frac{1}{2}$ qm oder noch mehr erreichen, so sind besondere Vorkehrungen nöthig. Denn

offenbar wird die Hauptaufgabe darin bestehen, eine nach jeder Richtung hin gleich gespannte Membran zu erhalten. Ich verfahre hierbei in folgender Weise. Auf einer möglichst ebenen Tischplatte wird ein Stück Tuch vollkommen eben ausgebreitet und gleichmässig nass gemacht; sodann wird hierauf das Papier, welches die Membran bilden soll, ausgebreitet. Kann man alsdann annehmen, dass auch das Papier hinreichend durchfeuchtet ist, so wird der Rahmen ringsherum mit sehr steifem Leim bestrichen und auf die Papierfläche, die noch auf dem Tuche liegt, aufgedrückt. Soll der Rahmen mit der Membran frei gemacht werden, so schlage man an einer Seite das überstehende Tuch um eine gerade Latte herum und ziehe das Tuch sammt dem auf ihm liegenden Rahmen so weit fort, dass der letztere ein Stück über die Kante des Tisches zu liegen kommt. Lässt man dann die Latte fallen oder nimmt sie weg, so wird von einer Seite her das Tuch sich nach unten ablösen und ein Stück der Membran frei werden. Hebt man nun vorsichtig den Rahmen an dieser Seite in die Höhe, während die entgegengesetzte Seite des Rahmens fest auf dem Tische liegt, so gelingt es meistens sehr gut, die Membran, ohne dass sie am Tuch irgendwo hängen bleibt, zu erhalten. Hierbei wird, da das Tuch unter dem Papier sich etwas zusammendrückt, der innere Rand des Rahmens, der die Membran abgrenzt, eine möglichst scharfe Grenze bilden und der ganze Rahmen überhaupt sich fest auflegen. Ob dieselbe tadellos geworden ist, lässt sich erst aus den auf ihrer Oberfläche gebildeten Klangfiguren, welche bei den Schwingungen derselben durch aufgestreuten Sand sichtbar werden, ansehen.

45. Eine Hauptfrage bei den Membranen bildet die Art ihrer Tonerregung. Hierbei können mancherlei Bedenken entstehen. Ein Gebilde, das wir Membran nennen, wird nämlich sehr leicht in Mitschwingung versetzt, sobald mit ihm ein schwingender Körper in Verbindung tritt, der seine Schwingungen auf die

Membran direct überträgt, oder auch, sobald z. B. die Schwingungen eines in der Luft tönenden Körpers durch die Luft mittelbar auf die Membran übertragen werden. Denkt man sich eine Reihe von Stimmgabeln, die in kleinen Intervallen aufeinanderfolgen, so wird eine jede Stimmgabel im Stande sein, die Membran zum Mitschwingen zu veranlassen, sobald z. B. bei einer kreisrunden Membran eine der Gabeln angeschlagen und mit dem Stiel irgendwo leise auf die Membran aufgesetzt wird. Der aufgestreute Sand wird dann um den Stiel der Gabel herum in Bewegung gerathen und bis zu einer bestimmten Grenze hin diese Bewegung zeigen. Da hierbei der Sand auch wol mehr und mehr peripherisch nach aussen geschleudert wird, so leuchtet ein, dass man häufig Sandanhäufungen wahrnimmt, die das Aussehen von Klangfiguren haben, im allgemeinen aber sehr wesentlich davon verschieden sein können. Eine solche Sandanhäufung verdankt ihre Entstehung sehr oft dem gezwungenen Mitschwingen der Membran im Tempo der Gabelschwingungen und ist dies Mitschwingen nichts anderes als die Ausbreitung der Schwingungen nach aussen, wie wir dies in vielen andern Fällen auch sehen. Eine Stimmgabel mit ihrem Stiel auf eine Tischplatte aufgesetzt, überträgt ihre Schwingungen auch: Eine bestimmte Partie der Tischplatte nimmt die Schwingungen auf, und liegt ja darin der Grund, weshalb nun diese grössere Fläche die darüberliegende Luft in weitem Umfange erschüttert und der Ton der Gabel so deutlicher vernehmbar wird, auf welchen Zusammenhang wir später noch eingehen.

Ein solcher Vorgang muss mit dem Namen Schallleitung oder Schallausbreitung bezeichnet werden, nämlich dann, wenn blos ein Vorwärtsschreiten der Wellenbewegung anzunehmen ist. Kommt aber bei einem enger begrenzten Körper, also namentlich auch bei unsern Membranen, eine solche vorwärts schreitende Welle an nahen Grenzen an, so wird sie zurückgeworfen, sie wird reflectirt, und leuchtet

nun ein, wie die reflectirte Bewegung mit solchen Bewegungen, die sich von neuem verbreiten, an bestimmten Stellen Interferenzen bilden kann, und wie nun entweder völlige Ruhelagen oder doch Stellen von geringerer Bewegung als wie in der Umgebung eintreten.

Es ist aber auch möglich, dass die Membran in der Reihe ihrer Eigenschwingungen, nämlich den Schwingungen, welche die Analoga der Aliquot-, Partial- oder Flageoletschwingungen der Saiten bilden, einen selbständigen Ton liefert, der mit dem Tone einer erregenden Stimmgabel unisono klingt. Sobald dies der Fall ist, leuchtet ein, dass, wenn man eine Stimmgabel an geeigneter Stelle auf eine Membran leise aufsetzt, diese nun jenen Membranton sofort hervorruft und die Membran in die betreffende Eigenschwingung versetzt, bei welcher sich augenblicklich eine deutliche Klangfigur bildet.

Im allgemeinen hätten wir demnach bei Membranen und überhaupt bei allen schwingenden Körpern es vor allem mit dreierlei Schwingungsformen und, ihnen entsprechend, mit dreierlei Klangfiguren zu thun. Die erste Art kann man Schallleitungsfiguren oder, wie W. Weber, dem man auch hier die erste präzise Auffassung verdankt¹, sie nennt, Resonanzfiguren erster Art nennen. Die zweite bildet nach Weber die Resonanzfiguren zweiter Art, identisch mit dem, was namentlich schon von Marx mit dem Namen erzwungene Schwingungen bezeichnet wurde. Die dritte bilden die Eigenschwingungen, als diejenigen, mit denen die Klangfiguren meistens erscheinen. Ausserdem aber kann man noch eine vierte Art von Schwingungen und von hiermit im Zusammenhang befindlichen Klangfiguren auffassen, die sich am besten wol mit dem Namen Collisionsschwingungen, beziehungsweise Collisionssfiguren bezeichnen lassen.

¹ „Wellenlehre“, §. 289 u. fg.

Sie entstehen insbesondere, wenn eine Schwingung der eben bezeichneten zweiten und eine der dritten Art gleichzeitig zu Stande kommen will, wobei eine gewisse Collision entsteht und Figuren sich bilden, die beiden Schwingungsarten Rechnung tragen. Man begegnet ihnen auch bei starren Scheiben, und muss man sich sehr hüten, hierbei falsche Schlüsse zu ziehen, namentlich in der Weise, als wären diese Figuren Umwandlungen zur dritten Schwingungsart gehörig. Solche Collisionen können aber auch eintreten, wenn eine Membran oder überhaupt ein schwingender Körper zwei Schwingungen derselben Art, die vielleicht nahe unisono sind, oder auch zwei Schwingungen mit weiter auseinanderliegenden Schwingungszahlen, also insbesondere zwei Oberschwingungen, z. B. im Verhältniss 1 : 2, gleichzeitig ausführen möchte. Man wird hierbei namentlich als Sandfiguren auch oft einzelne Häufchen sich bilden sehen, da entstehend, wo sich zwei Aeste von Knotenlinien, die den beiden verschiedenen Obertönen angehören, durchschneiden.

Eine besonders brauchbare Methode, die Schwingungsfiguren auf Membranen hervorzurufen, besteht darin, dass man an einem Zinken einer Stimmgabel ein kleines Stückchen weichen Filzes ankittet und, nachdem die Gabel angeschlagen oder angestrichen ist, sie so hält, dass sie mit dem Filze die Membran leise berührt. Es mag dies fast die bequemste Manier sein, schöne Klangfiguren zu erhalten, nur muss man, vielleicht zwei- oder dreimal, die Erregung wiederholen, da beim ersten mal die Figur oft noch nicht vollkommen zum Vorschein kommt. Schraubt man die Stimmgabel mit ihrem Stiele fest, so kann man sie mittels eines Streichstäbchens oder eines Violinbogens zum Tönen bringen und kann ferner die Membran unter dem Filzstückchen in horizontaler Lage anbringen, wodurch noch eine präcisere Uebertragung der Schwingungen erfolgt. Ebenso kann man nun aber auch das Filzstückchen an ein Stengelchen von Holz oder an ein Glasstäbchen ankitten und

dieses letztere dann senkrecht auf einem Gabelzinken befestigen. Die Membran kommt hierbei weiter vom Körper der Gabel fort, und beseitigt sich hiernach der Einwurf, als übe die Nähe der Gabel einen störenden Einfluss aus.

Stimmgabel und Membran bleiben hierbei nur in Berührung. Man kann aber auch namentlich eine mehr oder weniger starre Verbindung zwischen ihnen herstellen, entweder so, dass man das Filzstückchen mittels Wachskittes mit der Membran verbindet, oder so, dass man das erwähnte Verbindungsstäbchen, mit oder ohne Filz, sowol an der Gabel wie auf der Membran festkittet. Inwiefern bei diesen Erregungsarten nun die Schwingungen zweiter, dritter und vierter Art eintreten, bedarf immer einer besondern Prüfung. Wir werden im Folgenden es ausschliesslich mit den sogenannten Eigenschwingungen und den Eigentönen der Membranen und Platten zu thun haben.

Ein vorzügliches Mittel, sie hervorzurufen, besitzen wir ferner in dem schon wiederholt empfohlenen Streichstäbchen. Dieses einfache Hilfsmittel verdient in der Akustik hohe Anerkennung, da sich insbesondere mit ihm Fragen entscheiden lassen, die eine Lösung auf anderm Wege kaum finden können, und werden solche Fälle noch mehrfach vorkommen. Das Streichstäbchen besteht bei den Membranen in einem feinen Glasröhrchen oder Glasstäbchen, das mit seinem untern Ende in ein ganz kleines Korkstückchen gekittet ist und mit diesem senkrecht auf die in Schwingung zu versetzende Membran direct aufgekittet wird, das sodann, mit nassen Fingern gerieben, in longitudinale Erschütterungen geräth, die auf der Membran sich in Transversalerschütterungen umsetzen. Sobald man nämlich anfängt, mit nassen Fingern ein solches Stäbchen zu reiben — man wird hierbei stets das Stäbchen zwischen dem Daumen und dem Zeigefinger der rechten Hand reiben —, bilden sich im nassen Ueberzug auf dem Stäbchen Riefen, deren Zahl die Summe der Longitudinalerschütterungen

anzeigt innerhalb der Zeit, in der die Finger über eine bestimmte Strecke des Stäbchens hingleiten. Es sind dies dieselben Riefen, die wir erblicken, wenn wir über eine bethaute Fensterscheibe mit einem Finger hinfahren, wobei wir ja jene bekannten Töne wahrnehmen, deren Höhe und Regelmässigkeit sich aus dem Riefenbild erkennen lässt. Liegen die Riefen näher zusammen, so ist der Ton ein höherer; folgen sie in genau gleichen Abständen, so ist der Ton ein regelmässiger, sonst aber ein in seiner Höhe schwankender. Es versteht sich wohl, dass hierbei zunächst nicht das Stäbchen, beziehungsweise die Fensterscheibe in Erschütterung geräth, sondern, dass die Wulstflächen der beiden, das Stäbchen fassenden Finger beziehungsweise die Wulstfläche eines Fingers es ist, welche bei der Bewegung sich ein wenig aufbauscht, wieder zurückschwingt, sich wieder aufbauscht u. s. w. Also die Schwingungen der wulstigen Fleischmasse der Finger sind es, die als die primären betrachtet werden müssen. Durch sie geräth das Stäbchen in eine hüpfende Bewegung und überträgt diese auf die Membran. Sobald diese Erschütterungen eingeleitet sind, wird die Membran anfangen auf- und niederzuschwingen, und wird hierbei jenen Eigenton am leichtesten hören lassen, dessen Schwingungszahl mit der Zahl der Erschütterungen des Stäbchens am besten übereinstimmt. Sobald aber eine solche Uebereinstimmung angefangen hat, sich ins Werk zu setzen, wird sie mit beschleunigter Geschwindigkeit auch zur Vollendung kommen. Denn die Membranschwingungen beeinflussen rückwärts die Bewegung des Stäbchens und suchen das Tempo seiner Longitudinalschwingungen mit ihrem unisono zu machen; die so gewissermaassen verbesserte Longitudinalschwingung des Stäbchens ruft dann kräftigere Schwingungen der Membran hervor, und in sehr kurzer Zeit ist der Einklang beider Pulse erreicht: Die Membran lässt ihren entsprechenden Eigenton deutlich vernehmen, und aufgestreuter Sand bildet sofort eine entsprechende Klangfigur. Es ist

jedoch nicht erforderlich, dass der Einklang dieser Pulse des Stäbchens mit den Schwingungen der Membran herrscht, vielmehr wird die Membran auch zum selbständigen Mitschwingen kommen, wenn die Pulse des Stäbchens gleich der Hälfte, gleich einem Drittel u. s. w. von der Schwingungszahl des Membrantones bilden. Denn wir werden ein Hauptgesetz der Akustik später noch genauer begründet sehen, welches ausspricht, dass, wenn überhaupt ein Mitschwingen eines Körpers II neben einem selbständig tönenden Körper I eintreten soll, dies Mitschwingen erfolgt, wenn die Pulse von II das ein-, zwei-, *mfache* von denen bei I sind. Allerdings aber tritt das stärkste Mitschwingen ein, sobald gerade der Einklang erreicht ist.

Es kann bei der Methode der Tonerregung mittels eines Streichstäbchens der Einwand gemacht werden, dass die Masse des Stäbchens die Schwingungen der Membran beeinträchtige. Bedenkt man jedoch, dass ein solches Streichstäbchen etwa eine Dicke von 0,3 mm bei einer Länge von circa 50 mm hat, und das untere Korkstückchen nur mit einer Basis von 4 qmm aufzusitzen braucht, so kann diese geringe Belastung kaum einen Einfluss ausüben, und dies um so weniger, je grösser, je massiger die Membran sonst ist. Es hat sich dieser Methode auch besonders C. Müller¹ bedient und sie bei einer ausgedehnten Untersuchung über einseitig freischwingende Membranen sehr bewährt gefunden. Es muss überhaupt diese Arbeit als eine der gediegensten bezeichnet werden, die in der jüngsten Zeit mit Beziehung auf Membranen in experimenteller Weise ausgeführt wurden, sodass deren Inhalt vielfache Belehrung gewähren kann Denen, welche auf diesem Gebiete zunächst eine Uebersicht der Thatsachen und

¹ „Untersuchungen über einseitig freischwingende Membranen und deren Beziehung zum menschlichen Stimmorgan.“ Eine von der marburger philosophischen Facultät gekrönte Preisschrift. 1877.

dann eine Anleitung zum Experimentiren mit Membranen zu erhalten wünschen. Das Anheften des Stäbchens kann mit etwas heissem Wachs geschehen, in welches man die Basis des Korkstückchens eintaucht und sodann rasch auf die Membran aufsetzt. Will man das Stäbchen wegnehmen, so genügt ein kleiner Ruck, um es zum glatten Abspringen zu veranlassen. Im allgemeinen verdient noch hervorgehoben zu werden, dass ein Stäbchen nicht für alle Töne geeignet ist, vielmehr der Grundsatz zu beachten ist, dass, je tiefer der Membranton ist, ein um so dickeres Stäbchen verwendet werden muss, zu welchem Zwecke man sich ja leicht eine ganze Reihe von Stäbchen im voraus anfertigen kann.

46. Diese Methoden, eine Membran zum Mitschwingen und selbständigen Tönen zu veranlassen, können wir mit Müller die Methode der Erregung durch unmittelbare Zerrung nennen. Sie entspricht insbesondere der Erregung der Saitentöne mittels des Violinbogens. Es gibt nun eine andere Methode, die man sehr häufig anzuwenden pflegt und wobei insbesondere die Luft die Uebertragung der Schwingungen von einem in der Nähe der Membran tönenden Körper nach dieser selbst hin übernimmt. Die stärkste Wirkung wird hierbei durch eine tönende Luftsäule selbst erzielt. Denn ihre Schwingungen werden am besten auch wieder durch die äussere Luft weiter fortgepflanzt. Daher ist die Methode, eine Membran etwa durch eine Orgelpfeife in Schwingung zu versetzen, eine sehr gebräuchliche, jedoch muss sofort bemerkt werden, dass, wenn auch hierbei die Membranen in selbständige Aliquotschwingungen gerathen, sie doch nur schwache Töne hören lassen. Wir wollen diese Art, Schwingungen und Töne einer Membran hervorzurufen, die Methode der Resonanz nennen.

Hieran schliesst sich noch eine andere Methode, Membranen in Schwingungen zu versetzen, die dadurch bemerkenswerth ist, dass die Töne, welche man hierbei

vernimmt, intensiv, ja für manche Ohren vielleicht zu intensiv sind. Diese interessante Methode ist von C. Marx eingeführt¹, und müssen wir ihr Aufmerksamkeit widmen, insbesondere, da sie auch mit später zu betrachtenden akustischen Einrichtungen und Apparaten in innigem Zusammenhange steht. Marx verfuhr so, dass er dünne Gummi-elasticum-Häute über das eine Ende eines beiderseits offenen Glascyinders spannte und gegen dieselben von unten oder wol auch von oben einen, aus einem konischen Röhrchen tretenden, Luftstrom richtete, wobei die Membran sehr nahe dem obern Rande des Röhrchens lag oder diesen auch wol berührte. Dem hiernach in einer bestimmten Form construirten Apparat gab Marx den Namen Aeoline und ist derselbe in Fig. 22 abgebildet. Auf einen auf drei Schraubenfüßen s ruhenden Metallring ist ein Glas- cylinder *G* gesetzt, welcher oben mit einer Membran *M* verschlossen ist, während er unten offen bleibt. Das

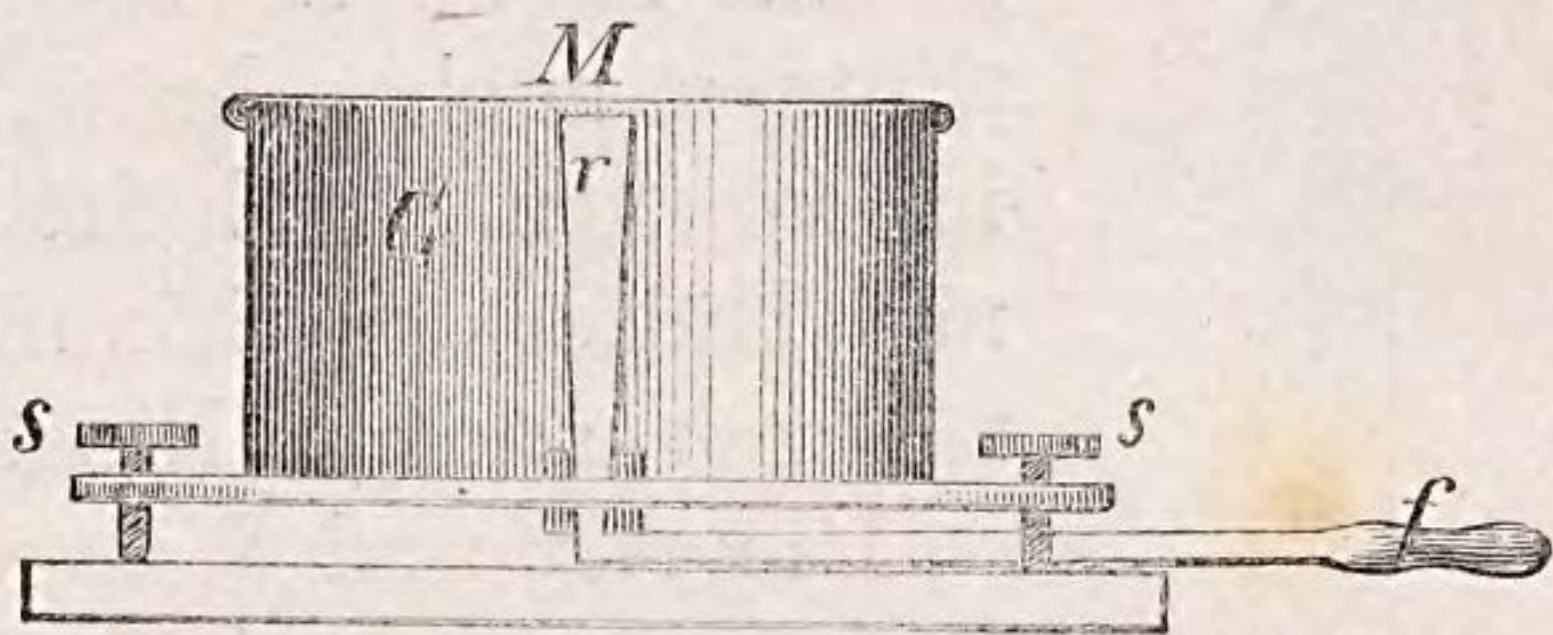


Fig. 22.

konische Rohr *r* steckt mit seinem untern Ende in einer Fassung, in welche auch das rechtwinkelig umgebogene Rohr *f* einmündet, das durch einen Kautschukschlauch mit einem Luftgebläse verbunden ist. Durch gehörige Stellung der Schrauben *s* kann sich die Membran dem Ende von *r* nähern, oder sich von ihm entfernen. Da es mir darauf ankam, jede beliebig grosse und jede beliebig gestaltete Membran der hier in Betracht kommenden Tonerregung zu unterwerfen, so empfahl es sich, die Stützen, worauf die Membranrahmen aufgelegt werden mussten, in drei getrennten

¹ „Eine neue Art Klangfiguren hervorzubringen.“ Schweigger-Seidel's Jahrb., 1832, II, 148—154; ferner III, 109—125.

Ständern zu haben, deren obere Enden durch passende Schrauben sich senkrecht auf- und niederbewegen lassen, ohne dass hierbei eine seitliche Verrückung der Membran eintritt. Zu diesem Ende sind diese Stützen wie folgt eingerichtet. Auf einem gusseisernen Fusse F (Fig. 23) steht ein, oben aufgeschlitztes, Messingrohr r , in welchem eine Schraube h , die nach oben einen spitzen Fortsatz hat, sich auf- und niederschrauben lässt. Auf drei solche Stützen lassen sich die Rahmen, über welche die Membranen gespannt sind, legen und können nun mittels eines auf einem festen Bret unter der Membran angebrachten Anblaserohr die verschiedensten Töne der Membran entlockt werden, je nachdem man das An-

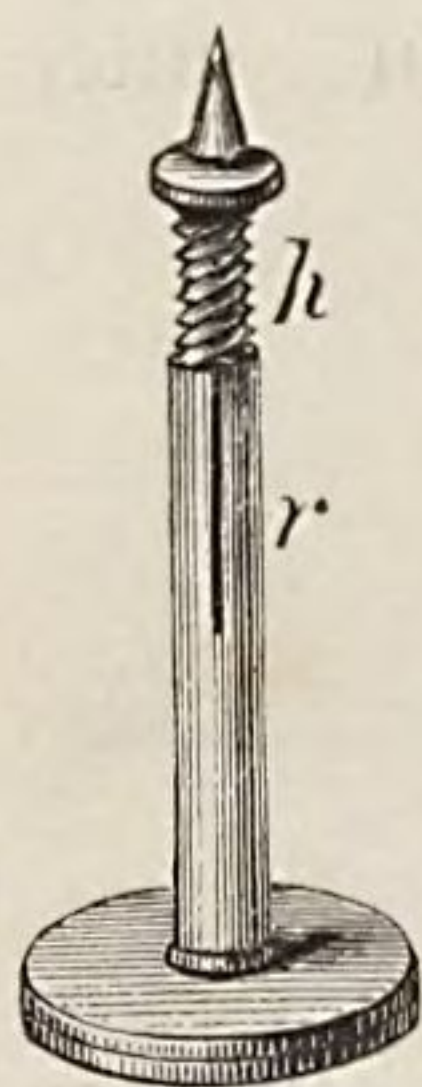


Fig. 23.

blaserohr an verschiedene Stellen bringt, und je nachdem man die Stärke des Luftstroms regulirt. Es leuchtet ein, dass diese Stützen auch sehr willkommen sind bei der im vorigen Abschnitt beschriebenen Methode mit Hülfe der Stimmgabel sowie bei sorgfältigen andern Einstellungen.

Die Art und Weise, wie der Ton hier zu Stande kommt, ist folgende. Der Luftstrom will zwischen der Membran und dem obern Rande des Anblaserohres durch. Da hierbei unzweifelhaft eine Stauung der Luft eintritt, so wird die Membran ein wenig von dem Rande des Rohres fortgetrieben; vermöge ihrer Elasticität wird diese in der neuerlangten Stellung nicht verbleiben, sondern wieder zurückschwingen und dadurch den Luftstrom in seinem Abfluss hemmen, wonach ein neues Wegdrängen der Membran und ein neues Zurückschwingen derselben eintritt, bis schliesslich die Membran sich mit dem Luftstrom in ein Verhältniss setzt, wobei die Schwingungen der erstern allein schon einen Ton bedingen, wobei aber auch die Intermissionen des Luftstroms für sich allein, ähnlich wie bei den später zu betrachtenden Sirenen, schon einen Ton liefern, der erstern sehr verstärkt, und woraus sich

die lauten Töne erklären, die bei der hier in Rede stehenden Tonerregung vernommen werden. Es haben daher diese Töne ihrer Entstehung nach auch die grösste Aehnlichkeit mit den Tönen der Zungenpfeifen. Denn bei diesen haben wir einen starren Körper, eine Lamelle, die für sich einen schwachen Ton gibt, aber dadurch, dass sie den an ihrer Grenze herausbrechenden Luftstrom in einen discontinuirlichen, aber regelmässig pulsirenden verwandelt, auch noch Luftstösse erzeugt. Man unterscheidet bei den Zungenpfeifen, wie wir später noch sehen werden, auch sogenannte aufschlagende Zungen, und zeichnen sich diese Pfeifen insbesondere durch einen näselnden Ton aus. Auch dies muss bei den Membranen angenommen werden; denn ohne Zweifel können auch sie beim Schwingen auf den Rand des Anblaserohres aufschlagen und so das scharfe und das Ohr häufig beleidigende Timbre des Tones veranlassen.

Mit diesen Membrantönen, nach der Marx'schen Manier erzeugt, hängen aufs genaueste auch die Töne solcher Membranen zusammen, die, durch einen Längsschnitt in zwei Theile getheilt, eine Spalte zwischen sich lassen, durch welche Spalte ein Luftstrom getrieben wird, der die beiden Theile der Membran nun in Vibration versetzt. Wir stossen hierbei auf den wichtigen Zusammenhang der Membranschwingungen mit denen der Stimmbänder bei unserm Sprachorgan, doch können wir uns nicht gestatten, auf diese hochwichtigen Erscheinungen, die zum Theil auf andern Gebieten liegen, hier einzugehen, vielmehr müssen wir uns darauf beschränken, auf den zweiten Theil der oben schon hervorgehobenen Abhandlung C. Müller's hinzuweisen.

47. Die Schwingungen der Membranen sind von verschiedenen Forschern einer theoretischen, beziehungsweise auch experimentellen Untersuchung unterworfen worden, und lässt sich erkennen, dass für bestimmte Fälle die Theorie mit der Erfahrung in gutem Einklange steht. Dies gilt selbstverständlich nur für solche Membranen, deren äussere Begrenzung eine möglichst

einfache ist, d. h. für die quadratischen, rechteckigen, dreieckigen, kreisförmigen und wol auch elliptischen Membranen.

Der Erste, der mit Erfolg theoretische Untersuchungen über Membranschwingungen ausführte, ist 1829 Poisson gewesen.¹ Nach seiner Untersuchung rechteckiger Membranen ergab sich die Zahl N der Schwingungen gleich

$$N = \sqrt{\frac{i^2 \cdot L^2 + i'^2 \cdot L'^2}{2 \cdot L \cdot L'}} \cdot \sqrt{\frac{P \cdot g}{Q}} \quad . \quad . \quad (21)$$

In dieser Formel bedeutet Q das Gewicht der Membran, P die Spannung derselben in der Weise zu denken, dass dieses Gewicht P gleichmässig am Umfang der Membran wirkt, g die Beschleunigung durch die Schwere. Eine solche Membran liefert ein bestimmtes System von Knotenlinien, wobei diese in geraden Linien bestehen, die parallel zu den Rechteckseiten verlaufen. In obiger Formel bedeuten weiter L und L' die Länge der Rechteckseiten; ferner ist zu bemerken, dass die Zahlen $(i - 1)$ und $(i' - 1)$ die Anzahl der Knotenlinien, die parallel den Rechteckseiten auftreten, darstellen. Für den Grundton, wobei die ganze Membran ohne Knotenlinie schwingt, wäre also $(i - 1) = (i' - 1) = 0$, und wären, wenn wir $(i - 1) = m$, $(i' - 1) = n$ setzen, und $\sqrt{\frac{P \cdot g}{Q}}$ mit C bezeichnen auch:

$$N = C \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{2} (m + 1)^2 \cdot L^2 + (n + 1)^2 \cdot L'^2}{L \cdot L'}} \quad . \quad (22)$$

Für den Fall, dass wir eine quadratische Membran berücksichtigen, wird

$$N = C \cdot \sqrt{\frac{(m + 1)^2 + (n + 1)^2}{2}} \quad . \quad . \quad (23)$$

¹ Mém. de l'Académie, VIII, 488.

Es verhalten sich daher die Schwingungszahlen N_1 und N_2 zweier beliebigen Töne quadratischer Membranen wie

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{C_1 \cdot \sqrt{(m_1 + 1)^2 + (n_1 + 1)^2}}{C_2 \cdot \sqrt{(m_2 + 1)^2 + (n_2 + 1)^2}}.$$

Für den Fall, dass wir bei derselben Schwingungsart dieselbe Spannung voraussetzen und nur im Gewicht Q eine Verschiedenheit annehmen, wird

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\sqrt{Q_2}}{\sqrt{Q_1}},$$

und würde demnach für die Töne, wobei $m_1 = m_2$, $n_1 = n_2$ ist

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\sqrt{Q_2}}{\sqrt{Q_1}}$$

sein: d. h. die zusammengehörigen Töne zweier gleichgespannter Membranen verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Gewichten derselben. Denken wir die Membranen

aus demselben Stoff, so wäre offenbar $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{L_2^2}{L_1^2}$, und

können wir deshalb auch sagen: die Schwingungszahlen der zusammengehörigen Töne zweier quadratischer Membranen von derselben Substanz und derselben Spannung verhalten sich umgekehrt wie die Seiten des Quadrats.

Wollen wir dies Resultat durch einen Versuch verificiren, so müssen wir zweien Membranen dieselbe Spannung geben. Am besten wird es hierbei wol immer sein, die beiden Membranen, welche man in gleicher Spannung zu haben wünscht, so aufzuziehen, dass man auf ein grösseres durchfeuchtetes Stück die beiden Rahmen aufdrückt und hernach erst die beiden Theile mit einem Messer trennt. Ich hatte zwei Membranen auf

diese Weise von ziemlich dickem Ellenpapier erhalten, und waren die beiden Seitenlängen 40 und 30 cm. Mit Hülfe eines Streichstäbchens, das auf jede der Membranen aufgekittet wurde, erhielt ich für drei verschiedene Töne der grössern und für die drei correspondierenden Töne der kleinern Membran nach einem Appunn'schen Sonometer die Schwingungszahlen:

N_1	N_2	$\frac{N_1}{N_2}$
144	200	0,720
264	368	0,717
304	416	0,731.

Das genaue Verhältniss $\frac{N_1}{N_2}$ wäre 0,750.

48. Nach Poisson ist das Problem auf theoretischem Wege noch verschiedentlich behandelt worden, und nennen wir hier insbesondere noch Lamé in seinen „Leçons sur la théorie de l'élasticité“, S. 121 (1852). Die experimentelle Seite dieses Gegenstandes ist insbesondere 1860 im engsten Anschluss an die theoretischen Resultate durch die beiden Forscher Bourget und F. Bernard¹ sehr wesentlich gefördert worden, und mögen hiernach die Hauptresultate dieser wichtigen Untersuchungen mitgetheilt werden.

1) Eine quadratische Membran kann mit einer unbegrenzten Menge von Tönen im Einklang mitschwingen. Bezeichnet man die Anzahl der Schwingungen ihres Grundtones, wobei also $m = n = 0$ ist, d. h. auf der Fläche der Membran keine Knotenlinien auftreten, mit 1, so ist die Reihe der Obertöne durch folgende Zahlen gegeben:

¹ „Sur les vibrations des membranes carrées.“ Ann. de chim. et phys., 3^e Sér., LX, 449.

1,000	2,000	4,000
1,581	2,236	4,123
2,000	2,550	4,301
	2,915	4,472
	3,000	4,528
	3,161	4,743
	3,536	5,000
	3,606	u. s. w.
	3,808	
	4,000	

2) Es ergibt sich hiernach, dass eine solche Membran die Reihe der Obertöne ganz wie eine Saite liefert; aber ausser diesen Tönen 1, 2, 3, 4 u. s. w. treten auch noch andere Töne auf und zwar in jeder Octave um so mehr, je höher man hinaufgeht. Denn in der ersten Octave sehen wir, die Grenztöne mitgerechnet, deren 3, in der zweiten 10, in der dritten schon 34, sodass die Intervalle zweier aufeinanderfolgender Töne immer kleiner werden, je höher man hinaufschwingt, ein Gesetz, das bei allen schwingenden Körpern gilt.

3) Es versteht sich von selbst, dass alle diese Töne einzeln für sich auftreten, dass aber auch, wie wir dies bei Saiten gesehen haben, zwei oder mehrere zu gleicher Zeit erklingen können. Stellen wir die sechs ersten Töne in Noten zusammen, so würde, der Grundton mit *C* bezeichnet, dieser Accord sein:

fis +
e +
d —
c
gis
C

woraus man sofort erkennt, dass ein gleichzeitiges Auftreten mehrerer Obertöne stets einen Misklang hervorruft.

4) Jedem einzelnen Tone der unter 1) aufgeführten Reihe entspricht als einfachster Typus der Formen von Knotenlinien eine Anzahl von Geraden, welche

parallel zu den Seiten des Quadrats liegen und welche Geraden die Membran in eine Anzahl congruenter Rechtecke, beziehungsweise Quadrate theilen. Einen solchen Typus bezeichnet man einfach mit (m, n) , und da man offenbar in Gleichung (23) bei entsprechender Wahl der Maasseinheiten, unbeschadet der Allgemeinheit, die Constante C gleich 1 setzen darf, so erhält man die gewünschte Schwingungszahl, wenn man in dem Ausdruck

$$N = \sqrt{\frac{(m+1)^2 + (n+1)^2}{2}} \quad . \quad . \quad (24)$$

dem m und n die betreffenden Werthe des Typus beilegt; z. B. findet sich für $m = 3$ und $n = 0$ die Schwin-

gungszahl gleich $\sqrt{\frac{17}{2}} = \sqrt{8,50} = 2,915$, welche Zahl dem 6. Oberton entspricht.

5) Die Theorie weist ferner nach, dass einem jeden Typus, mit Ausnahme von (m, m) , nicht bloß immer das System der Geraden parallel zu den Seiten entspricht, sondern dass eine unbegrenzte Menge auch anderer meist krummliniger Knotenlinien zu diesem Typus gehört, wobei jedoch allen diesen mannichfachen Formen nur ein und derselbe Ton entspricht.

6) Die Aufeinanderfolge der Typen ist so zu denken, dass, wenn $(m'+1)^2 + (n'+1)^2 > (m+1)^2 + (n+1)^2$ ist, das System (m', n') einem höhern Oberton angehört und zwar dem nächst höhern, wenn eben der betreffende Unterschied dieser beiden Werthe der kleinstmögliche ist. Setzen wir z. B. $m = n = 1$, so wäre der Ausdruck rechts gleich $2^2 + 2^2 = 8$. Nehmen wir nun $m' = 2$ und $n' = 0$, so ist der linke Ausdruck gleich $3^2 + 1^2 = 10$ als die nächstmöglich grössere Zahl. Es lässt sich die Reihenfolge einfach dadurch erhalten, dass man sich die Reihe der einzelnen Zahlen $(m+1)^2$ und $(n+1)^2$ als 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 u. s. w. vorstellt, woraus sofort die Reihe der Summe $(m+1)^2$

$+(n+1)^2$ in geordneter Folge gleich 2, 5, 8, 10, 13, 17, 18, 20, 25, 26 wird. Es kann hierbei vorkommen, dass demselben Ton zwei Typen entsprechen, z. B. für (7,0) und (6,3). Denn es ist $(7+1)^2 + (0+1)^2 = 65$ und ebenso $(6+1)^2 + (3+1)^2 = 65$. Doch ist dies nur bei den höhern Obertönen der Fall.

7) Die Ansicht Savart's, wonach es möglich wäre, die Figur der Knotenlinien eines Systems (m, n) in ein benachbartes System durch successive nur ganz allmählich veränderte Tonhöhen überzuführen, muss aufgegeben werden, wie insbesondere die beiden Forscher Bourget und Bernard auch experimentell nachgewiesen haben. Denn es würde dies bedeuten, dass eine Membran auf alle Tonhöhen hin in selbständige Eigenschwingungen gerathen könne, was ebenso unmöglich ist wie bei den Partialschwingungen einer Saite. Selbstverständlich wird es bei den höhern Obertönen, die immer näher zusammenrücken, auch immer schwieriger werden, sie allein für sich zu erhalten, und ist ein Ueberspringen bei einer kleinen Aenderung der erregenden Töne von einem Ton in den nächsten dann natürlich leicht möglich.

8) In einem Punkte weicht die Theorie und die Erfahrung wesentlich ab, nämlich in Betreff des Intervalls, welches zwischen zwei Partialtönen liegt. Dieses Intervall haben wir bisher nach unserer obigen Formel berechnen gelernt, aber die Erfahrung bestätigt dies nicht, vielmehr zeigt sich, dass das empirische Intervall grösser gefunden wird wie das theoretische. So fand Bourget bei einer Membran von 10 cm Seite das berechnete Verhältniss vom Typus (0,2) : (0,1) gleich 1,415, das beobachtete aber gleich 1,475, ferner bei 15 cm Seite das berechnete gleich 1,415, das beobachtete gleich 1,485, sodass es scheint, als wäre die Abweichung bei grössern Membranen bedeutender. Wir werden hernach den Grund dieser Abweichung von Theorie und Erfahrung kennen lernen.

49. Unter den im Vorausgehenden betrachteten acht Sätzen verdient noch der fünfte eine etwas nähere Be-

trachtung. Er sagt, dass einem bestimmten Typus (m, n) nicht bloß das System der m -Geraden parallel dem einen Seitenpaar und der n -Geraden parallel dem andern Seitenpaar des Quadrats angehört, sondern, dass ausser diesen Formen noch andere, meist krummlinige Knotenlinien möglich sind, die alle zu diesem Typus gehören und denen allen auch bloß ein Membranton von der Schwingungszahl

$$\sqrt{\frac{(m+1)^2 + (n+1)^2}{2}}$$

entspricht. Es muss dies ein merkwürdiges Resultat

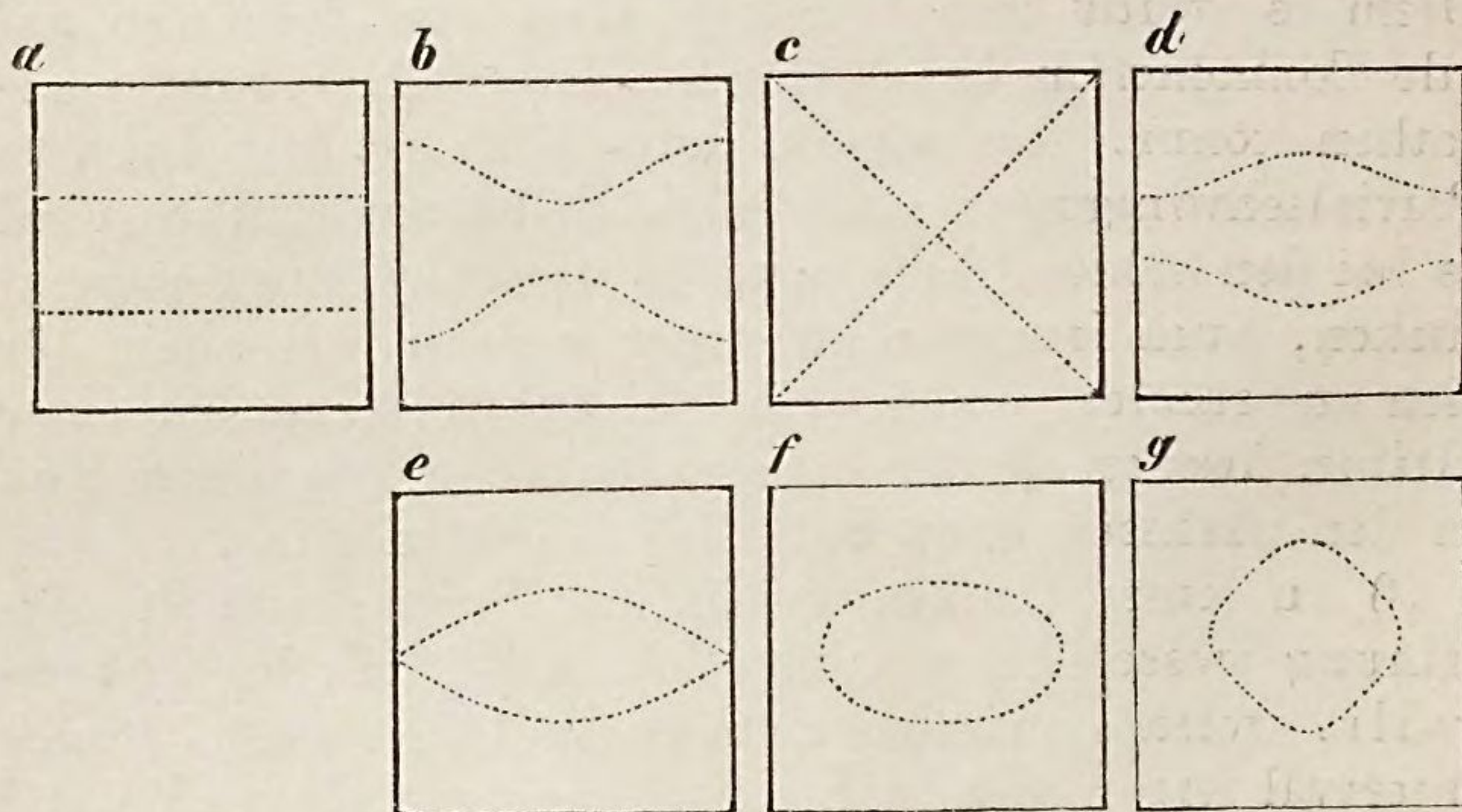


Fig. 24.

genannt werden, und wollen wir für einen Fall dasselbe noch näher ins Auge fassen.

Der Typus $(2,0)$ liefert als Grundform die Fig. 24 *a*. Es kann anstatt dieser Form aber auch die Form Fig. 24 *b*, *c*, *d*, *e*, *f* und *g* auftreten. Welche von diesen Schwingungsfiguren erhalten wird, hängt lediglich davon ab, wie man die Stelle für die Tonerregung wählt: ob man z. B., wenn eine Orgelpfeife benutzt wird, die Mündung derselben mehr nach dem Rande der Membran oder mehr nach der Mitte hin hält, ferner davon, ob man die Pfeife etwas entfernter oder etwas näher

an die Membran heran hält, oder, wenn man ein Streichstäbchen benutzt, von der Stelle, an welcher man dies auf die Membran aufklebt.

Was ferner den wichtigen Punkt 8) anlangt, so muss man die Frage aufwerfen, wie kommt es, dass bei den Intervallen der Membrantöne die Theorie so wesentlich von der Beobachtung abweichende Resultate liefert? Es sind hier nun folgende Fälle denkbar. Ein Intervall kann zu gross ausfallen entweder, wenn der höhere Ton zu hoch, oder wenn der tiefere Ton zu tief ausfällt, oder auch, wenn beide Töne zu hoch werden, der höhere jedoch im Verhältniss mehr, oder, wenn beide zu tief, der tiefere aber im Verhältniss mehr vertieft wird. Es fragt sich nun, welcher Fall ist bei den Membranen anzunehmen? Diese Frage ist ebenfalls durch eine Untersuchung¹ Bourget's entschieden worden. Er findet die Ursache der bezeichneten Abweichung von Theorie und Erfahrung im Luftwiderstand, dem die schwingenden Membranen begegnen. Nach der Annahme, dass der Widerstand proportional der Geschwindigkeit sei, ergab sich, dass

$$\frac{N}{N_0} = \sqrt{\frac{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 - \varepsilon^2}{1 - \varepsilon^2}} \cdot \cdot \cdot \cdot (25)$$

wenn $\frac{n}{n_0}$ das Verhältniss zweier Schwingungszahlen im luftleeren Raume und $\frac{N}{N_0}$ das Verhältniss in der Luft vorstellt. Denkt man sich nach der frühern Formel $\frac{n}{n_0}$ berechnet und ebenso $\frac{N}{N_0}$ nach der Beobachtung gefunden, so lässt sich die Grösse ε berechnen. Für seine quadratischen Membranen z. B. fand Bourget, dass

¹ „Influence de la résistance de l'air dans le mouvement vibratoire des corps sonores.“ Comptes rendus, LXXII, 560—566.

das berechnete Intervall vom Grundton zum nächsten Oberton eine übermässige Quinte, dagegen das beobachtete Intervall eine Octave war, wonach $\varepsilon^2 = 0,5$ und sonach

$$\frac{N}{N_0} = \sqrt{\frac{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 - 0,5}{0,5}}$$

wird. Es ergeben sich hiernach die berechneten Intervalle in grosser Uebereinstimmung mit den beobachteten. Jedenfalls sieht man sofort, dass unter allen Umständen

$$\frac{N}{N_0} > \frac{n}{n_0}$$

sein muss. Denn es ist der Theorie gemäss:

$$N^2 = n^2 - \frac{m^4}{16\pi^2},$$

wobei m^2 den Coefficienten des Widerstandes bedeutet und ebenso

$$N_0^2 = n_0^2 - \frac{m^4}{16\pi^2},$$

mithin eigentlich

$$\frac{N}{N_0} = \sqrt{\frac{n^2 - \frac{m^4}{16\pi^2}}{n_0^2 - \frac{m^4}{16\pi^2}}},$$

d. h. es wird vom Quadrat der Zahl n , die grösser als n_0 sein soll, dasselbe abgezogen wie vom Quadrat des kleinern n_0 , d. h. mit andern Worten, der tiefere Ton ändert sich durch den Luftwiderstand mehr, und ist sonach der oben bezeichnete vierte Fall anzunehmen.

50. In gleicher Weise wie bei rechteckigen und speciell quadratischen Membranen hat die Theorie sich auch mit dem Problem der Schwingungserscheinungen der kreisförmigen Membranen beschäftigt. Schon Poisson hatte das Problem behandelt, sich jedoch auf

den Fall beschränkt, dass man als Figur der Knotenlinien nur concentrische Kreise erwarten konnte, d. h. dass man die Voraussetzung machte, es sollten die schwingenden Punkte der Membran, die gleichweit vom Centrum derselben entfernt liegen, sich in gleicher Schwingungsbewegung befinden. Unter diesen Voraussetzungen erhielt er die Gleichung

$$N = \frac{\lambda}{2} \cdot \sqrt{\frac{P \cdot g}{\pi \cdot Q}}, \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (26)$$

worin P wiederum die Spannung der Membran, Q ihr Gewicht und λ eine Grösse bedeutet, welche die Werthe der Wurzeln der Gleichung

$$1 - y + \frac{y^2}{(1 \cdot 2)^2} - \frac{y^3}{(1 \cdot 2 \cdot 3)^2} + \frac{y^4}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)^2} + \text{u.s.w.} = 0$$

erhalten kann, falls man $\lambda^2 = 4y$ denkt. Die beiden kleinsten Wurzelwerthe für y sind

$$y_1 = 1,4457 \text{ und } y_2 = 7,6243,$$

mithin

$$\lambda_1 = 2,4047 \text{ und } \lambda_2 = 5,5225,$$

sodass, wenn man π noch einrechnet:

$$N_1 = 0,6784 \sqrt{\frac{P \cdot g}{Q}}$$

$$N_2 = 1,5561 \sqrt{\frac{P \cdot g}{Q}}$$

die Schwingungszahlen des Grundtones und des nächsten Obertones der Membran, wobei als Knotenlinie ein concentrischer Kreis erscheint, bedeuten.

Da die Grösse

$$Q = r^2 \cdot \pi \cdot d \cdot s$$

ist, wenn r den Radius der Membran, d ihre Dicke und s ihr specifisches Gewicht bedeuten, so ergibt sich sofort, dass zwei zusammengehörige Schwingungszahlen zweier Grundtöne N_1 und N_1' oder

überhaupt die Schwingungszahlen der correspondirenden Schwingungen zweier Membranen von derselben Spannung und demselben Stoffe sich umgekehrt verhalten wie die Radien der ganzen Membranen.

Stellt Fig. 25 *a* und 25 *b* eine kreisförmige Membran mit ihren beiden ersten Schwingungsformen vor, so gestattet diese Figur sofort noch eine Schlussfolgerung, welche mehrfach in der Akustik von Bedeutung sein kann. Stellen wir nämlich eine Membran vom Radius $BC = r_2$ und derselben constanten Spannung, wie sie überhaupt vorausgesetzt wird, her, so leuchtet ein, dass diese Membran einen Grundton besitzt, welcher gleich

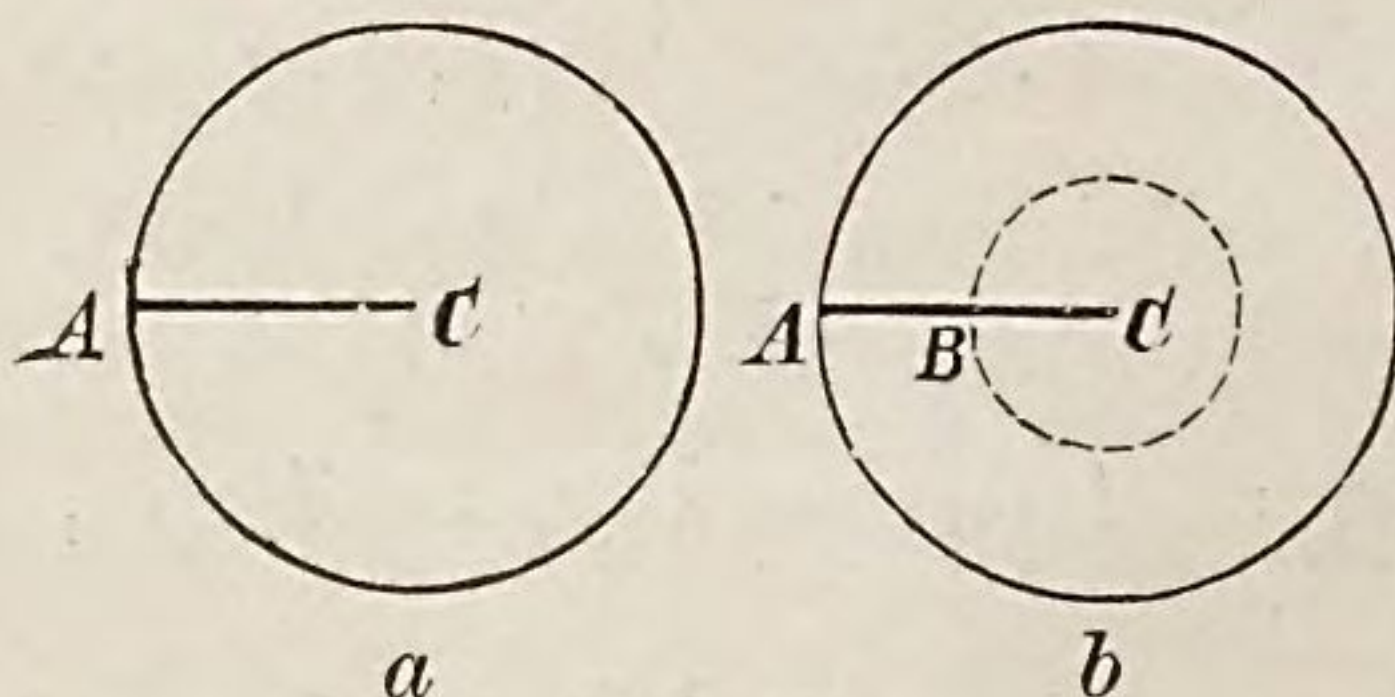


Fig. 25.

ist dem nächsten Oberton der Membran vom Radius $AC = r_1$. Ferner leuchtet ein, dass eine Membran, die von zwei Kreislinien, deren Radien r_2 und r_1 sind, fest begrenzt wird, d. h. die Kreisringzone, die man erhielt, wenn man in Fig. 25 *b* die innere kleine Kreisfläche herauschnitt, unisono erklänge mit einer Kreismembran vom Radius r_2 , wenn diese den Grundton, oder mit einer solchen vom Radius r_1 , wenn diese den nächsten Oberton lieferte. Man erkennt hiernach deutlich, wie hier die Lösung eines Problems in gewissen Fällen auch die Lösung anderer Probleme enthält.

Unsere Betrachtungen gestatten noch eine andere Ableitung. Denn offenbar muss, wenn wir die Membran vom Radius r_2 mit ihrem Grundton schwingen lassen und der Einfachheit halber $\pi \cdot d \cdot s = c$ setzen:

$$N_1 = \frac{0,6784}{r_1} \sqrt{\frac{P \cdot g}{c}} = \frac{1,5561}{r_2} \sqrt{\frac{P \cdot g}{c}}$$

sein, d. h. es muss

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{0,6784}{1,5561} = 0,435$$

das Verhältniss der Radien für die beiden Kreislinien des Grundtones und des Knotenkreises des nächsten Obertones sein, wie die Erfahrung bestätigt.

Eine umfassende Arbeit über die Schwingungen kreisförmiger Membranen verdanken wir ebenfalls Bourget, und ist diese im Jahre 1866 in den „Annales scientifiques de l'école normale supérieure“, III, 55—95, niedergelegt. Es hat dieser Forscher, im Gegensatze zu Poisson, das Problem in seiner Allgemeinheit gelöst und ist auf theoretischem Wege zu Resultaten gelangt, welche mit seinen sich hieran anschliessenden Experimenten bis auf einen Punkt, nämlich die berechneten Intervalle der Obertöne, vollkommen übereinstimmen. Diese Resultate sind folgende:

1) Die Knotenlinien sind entweder nur concentrische Kreise, oder zweitens nur Durchmesser, die in gleichen Winkelabständen voneinander liegen, oder drittens concentrische Kreise und Durchmesser zugleich.

2) Die Intervalle je zweier aufeinanderfolgenden Töne werden um so kleiner, je grösser die Ordnungszahlen der Obertöne sind, d. h. je höher die Töne werden.

3) Die Ueberführung eines Systems von Knotenlinien in das benachbarte durch etwaige allmähliche Veränderung des Erregungstones einer Anblasepfeife gelingt auch bei den kreisförmigen Membranen nicht, und müssen die Annahmen Savart's, die diesem Fundamentalsatze aller schwingenden Systeme widersprechen, fallen gelassen werden.

4) Die Radien der Knotenkreise lassen sich aus der Theorie sehr genau berechnen.

5) Die Intervalle dagegen findet die Erfahrung wesentlich verschieden von denen der Theorie und zwar, wie bei quadratischen Membranen, stets grösser wie die berechneten.

6) Bezeichnen wir ein System der Knotenlinien mit (K_m, D_n) , wobei K_m bedeutet, dass m concentrische Kreise, und D_n , dass n Durchmesser vorhanden sind, so folgen die sechs ersten Obertöne nach folgendem Schema aufeinander:

System	Anzahl der Schw.	Radien der Kreise
K_0, D_0	$1,00 = C$	1,000
K_0, D_1	$1,59 = gis$	1,000
K_0, D_2	$2,14 = cis +$	1,000
K_1, D_0	$2,39 = d +$	1,000 und 0,436
K_0, D_3	$2,65 = f -$	1,000
K_1, D_1	$2,92 = g -$	1,000 und 0,546.

Rechnet man vom Grundton aus, so stellen die Zahlen der zweiten Columnne auch die theoretischen Tonintervalle dar. Die durchs Experiment gelieferten Intervalle sind dagegen:

$$\begin{aligned}
 1,00 &= C \\
 1,97 &= c - \\
 3,00 &= g \\
 3,26 &= gis + \\
 3,94 &= c - \\
 4,32 &= cis +,
 \end{aligned}$$

woraus man erkennt, dass auch hierbei ein Zusammenklingen mehrerer Obertöne eine vollständige Dissonanz bilden würde.

Bei Kreismembranen hat man in der Regelmässigkeit, mit der sich die concentrischen Knotenlinien ausbilden, einen Maassstab für die überall gleiche Spannung. Ist sie nicht erreicht, so werden die concentrischen Kreise

in Ellipsen oder complicirtere Formen übergehen. Kommen Diameter als Knotenlinien hinzu, so ist klar, dass hierdurch im Mittelpunkte der Membran und in den Schnittpunkten mit den Kreisen Stellen angenommen werden müssen, auf welchen bis zu einiger Entfernung hin die Bewegung der Membran nicht so heftig ist, dass der Sand noch bewegt werden kann, und dass somit die Sandfigur nicht unwesentlich abweicht von dem Bilde einer regelmässigen Figur, das man der Theorie nach erwartet. Eine unregelmässige Spannung wird ausserdem bewirken können, dass anstatt der Diameter hyperbelähnliche Curven eintreten, welche, wenn sie einer sehr weitschenkeligen Hyperbel angehören, auch als Geraden aufgefasst werden können, die aber dann nicht durch den Mittelpunkt laufen.

Noch sei bemerkt, dass man auch mittels einer Stimmgabel, welche auf einem einseitig geschlossenen Resonanzkasten befestigt ist, wenn man sie mittels eines Violinbogens anstreicht und die Mündung des Resonanzkastens über oder unter die Membran hält, sehr schön die Knotenlinien der letztern erzeugen kann. Es wird freilich die Stimmgabel mit Laufgewichten zu versehen sein und auch die Luftsäule des Resonanzkastens durch einen Pappdeckeleinsatz, der sich herein- und herauschieben lässt, in ihrer Stimmung veränderlich gemacht werden müssen, wenn man genau sich einem Membranoberton anschliessen will.

51. Noch wollen wir einer eigenthümlichen Art von Membranen gedenken, welche sich ihrer natürlichen Beschaffenheit wegen sehr der Theorie anschliessen dürften; es sind dies die Flüssigkeitshäute, die wir mittels Seifenwasser herstellen können. Ihre Schwingungsgesetze habe ich¹ in einer Richtung hin experimentell verfolgt, und handelte es sich hierbei insbesondere um die Frage: Wenn man gleiche Flächen-

¹ „Ueber Transversalschwingungen flüssiger Lamellen.“ Poggendorff's Annalen, CLIX, 275—297 (1876).

räume bei einer Kreismembran, einem Quadrat, einem gleichseitigen Dreieck, Rechteck 2:1 und einer Ellipse voraussetzt, wie fällt die Schwingungszahl bei diesen verschiedenen Flächen aus? Bei Membranen der Kreisfläche, Dreiecksfläche und des Quadrats, die alle eine Fläche gleich a^2 haben, wenn a die Seite des Quadrats vorstellt, ergab sich für $a = 30$ cm aus zwei Versuchen für die Grundschrwingungen:

Fläche	Schwingungszahl in 1 Sec.	Verhältnisse
Kreis	1,026	1,000
Quadrat	1,076	1,049
Dreieck	1,206	1,175,

wonach der Satz bestätigt ist: dass von denjenigen gleichflächigen Membranen, deren Umfang ein reguläres Vieleck bildet, die Schwingungszahlen um so kleiner ausfallen, je grösser die Seitenzahl dieses Vielecks wird, oder mit andern Worten auch: je mehr sich der Umfang dieses regulären Vielecks einem Minimum nähert, welches Minimum vom Umfang des Kreises erreicht wird.

Kommt die Ellipse und das Rechteck noch hinzu, so fand ich nach einem weitem Versuche die Schwingungszahlen in wachsender Grösse als

Kreis	Quadrat	Ellipse	Dreieck	Rechteck
1,000	1,029	1,142	1,177	1,203

Da nun die Reihenfolge nach wachsendem Umfange ist:

Kreis	Ellipse	Quadrat	Rechteck	Dreieck
1,000	1,032	1,129	1,197	1,286

so ergibt sich, dass der oben angeführte Satz für die Ellipse wie für das Rechteck nicht gilt.

Diese Membranen gestatten auch, wie in der angeführten Arbeit nachgewiesen wurde, eine Beobachtung der Partialschwingungen und zwar leicht der mit con-

centrischen Kreisen. So liess sich bei einer Kreismembran von einer Fläche gleich 35^2 qcm Folgendes beobachten:

Partialschwingung	Schwingungszahl	Verhältniss
1.	0,864	1,000
2.	2,825	3,269
3.	5,000	5,789.

Bourget beobachtete an Papiermembranen die Verhältnisse 1,000, 3,26 und 5,65, was mit meinen Beobachtungen an flüssigen Lamellen wenigstens für das zweite Verhältniss sehr gut übereinstimmt.

52. Was die Longitudinalschwingungen der Membranen anlangt, so leuchtet ein, dass auch diese existiren. Denn es ist denkbar, dass z. B. bei einer Kreismembran in der Richtung der Radian die Erschütterungen stattfinden. Poisson hat diesen Fall auch theoretisch behandelt, doch liegt das Experimentelle noch sehr danieder. Müller bemerkt in seiner oben angeführten Arbeit, S. 138, dass man mittels eines Streichstäbchens, das man nahezu parallel zur Membranfläche aufkittet, im Stande sei, hohe schrillende Töne herauszubringen, wobei auch Sandfiguren entstehen, aber es ist dieses Experiment noch nicht näher verfolgt worden. Auch Savart hat noch weitere Experimente bekannt gemacht, doch kann hierbei nicht angenommen werden, dass man es lediglich mit Longitudinalschwingungen zu thun habe.

Wir wenden uns nun zu der zweiten Hauptgruppe der schwingenden Körper.

ACHTES KAPITEL.

Die Schwingungen der Stäbe.

53. Wir haben schon bei den Saiten die Bemerkung gemacht, dass, wenn dieselben als nicht beliebig leicht biegsam anzusehen waren, gewisse Abweichungen von den einfachen Schwingungsgesetzen eintraten. Es steht nichts im Wege, von einer Saite den Uebergang zu einem Stabe zu machen. Wir verstehen unter letzterm einen Körper, dessen Querdimensionen im Vergleich zu seiner Länge merklich sind, der infolge dessen nicht mehr leicht biegsam ist, dem nicht durch eine ganz geringe Kraftanwendung irgendeine Krümmung ertheilt werden kann, sondern der diesen Bestrebungen einen entschiedenen Widerstand entgegensetzt, so gross, dass unter gewöhnlichen Umständen von einer merklichen Biegung gar nicht die Rede sein kann und man in der That vielfach optische Hilfsmittel nöthig hat, um sie überhaupt zu erkennen. Man denke sich einen Stahlstab von 1 Quadratzoll Querschnitt und etwa 1 m Länge und versuche ihn zu biegen; es wird nur unter Anwendung sehr bedeutender Kräfte gelingen. Noch weniger wird aber eine andere Kraftanstrengung etwas vermögen, die bei den Saiten auffällig wirkte. Es ist dies die Spannung. Bei dem eben bezeichneten Stahlstabe in der Richtung seiner Länge eine Veränderung zu bewirken, selbst, wenn wir den Querschnitt sehr verringern, wenn wir ihn nur gleich 1 qcm oder selbst nur gleich 1 qmm voraussetzen, sind bedeutende Ge-

wichte nöthig. Wir müssten bei letzterm Querschnitt 20 kg, bei dem von 1 qcm dagegen gar 2000 kg anwenden, um den Stab nur um 1 mm länger zu machen.

Wenn wir demnach jetzt die Schwingungen der Stäbe untersuchen und kennen lernen wollen, so finden wir einen sehr wesentlich andern Zusammenhang wie bei den Saiten, und bezeichnet demnach Chladni die Stäbe als Körper, welche nicht durch Spannung, sondern vorzugsweise durch innere Steifigkeit, durch innere Rigorosität elastisch sind. Sie bedürfen keines äussern Zwanges, um erst hinreichend elastisch zu werden, sondern, wie sie sind, sind ihre Molekularkräfte so bedeutend, dass ein Stab unmittelbar einen tongebenden Körper bildet. Soll er dies wirklich, so ist nur nöthig, ihn in bestimmter Weise zu suspendiren, zu unterstützen, und kann dies, wie wir sehen werden, in sehr verschiedener Weise geschehen.

Das Material, woraus die Stäbe bestehen können, ist sehr verschieden. Metallstäbe kann man leicht in verschiedenen Maassen erhalten; so namentlich Stahl-, Eisen- und Messingstäbe. Eine jede grössere Eisenhandlung wird eine reiche Auswahl gestatten sowol von rundem wie auch quadratischem und rectangulärem Querschnitt. Freilich wird hierbei von vornherein nicht die grösste Regelmässigkeit eines überall gleichen Querschnitts anzutreffen sein, doch lässt sich dieser vielleicht durch Feilen oder Schleifen regelmässig erhalten. Will man dieselben in aller Regelmässigkeit und von beliebig gewünschten Dimensionen haben, so muss man sich an eine Maschinenwerkstätte wenden, welche eine Hobelmaschine besitzt und Eisen- und Messingstäbe von den gewünschten Dimensionen herstellen kann.

Anstatt des Metalls werden vielfach auch Glasstäbe zur Anwendung kommen können, doch werden dieselben, insbesondere wenn sie rectangulären Querschnitt haben und möglichst sorgfältig geschliffen sein sollen, nicht so leicht zu beschaffen sein. Jedenfalls müssen sie unter diesen Voraussetzungen aus Spiegel-

glas bestehen, und werden solche Stäbe in tadellosem Zustande schon bei einer Länge von 1 m als werthvolle Gegenstände zu betrachten sein.

Ausserdem können Holzstäbe verwendet werden und sind diese oft wegen ihrer verhältnissmässig leichten Beschaffung vielfach willkommen. Ebenso eignen sich sehr gut Gipsstäbe, und wird später die Methode angegeben werden, wie man solche sowol mit rundem als auch mit rectangulärem Querschnitt anfertigen kann.

Aber nicht blos Stäbe in der bisher bezeichneten Form sind es, denen wir unsere Aufmerksamkeit schenken werden, sondern namentlich auch Röhren, insbesondere von Metall und Glas. Glasröhren spielen in diesem Kapitel der Akustik eine Hauptrolle, nicht blos deshalb, weil sie in vielen Fällen einen massiven Glasstab ersetzen können, sondern auch deshalb, weil Röhren an sich eine ganze Reihe von Erscheinungen zu verfolgen gestatten, welchen man bei massiven Stäben nicht begegnet, oder deren Verfolgung diese letztern nicht gestatten.

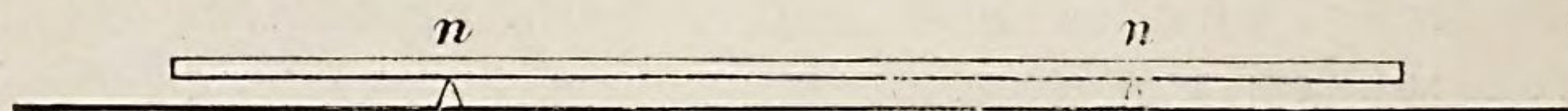


Fig. 26.

54. Es fragt sich, wie bringen wir einen Stab zum Schwingen bez. zum Tönen? Ein Stab, der der Länge nach auf einem Tische liegt, tönt nicht; er muss irgendwie suspendirt werden. Wir wollen hierbei, was die Transversalschwingungen betrifft, drei Fälle berücksichtigen. Erster Fall: Der Stab besitzt beim Schwingen zwei völlig freie Enden. Soll dies möglich werden, so muss er, wie die Fig. 26 zeigt, in mindestens zwei Stellen *n* unterstützt sein. Diese Stellen müssen aber, wie wir sehen werden, sogenannte Knotenstellen sein. Die Stützen können in nach oben zu geschärften Korkfüssen oder auch sehr gut in zwei stramm ausgespannten, entsprechend starken Seiden-

schnüren oder Bindfäden bestehen. Zweiter Fall: Der Stab ist an beiden Enden völlig fest. Dies lässt sich so leicht gerade nicht erreichen. Denn es ist hierbei nöthig, dass er mit seinen Enden in feste Widerlagen eingegipst oder eingebleit wird. Dritter Fall: Das eine Ende ist frei, das andere fest. Bezüglich der Befestigung dieses Endes gilt dasselbe wie für den zweiten Fall, wobei es sich von selbst versteht, dass man hierbei sehr die Dimensionen, insbesondere die Querdimensionen der Stäbe berücksichtigen muss. Denn wenn in vielen Fällen schon das Festmachen an einem Tischblatt genügt, wird in andern, wenn man einen dicken, schweren Stab festzumachen hat, eine Mauer oder sonst eine solide Widerlage benutzt werden müssen.

Bei den Longitudinalschwingungen der Stäbe, wobei wir dieselben drei Fälle unterscheiden werden, bleiben die Bemerkungen für den zweiten und dritten bezüglich der Art der Befestigung dieselben. Was den ersten Fall anlangt, so werden wir sehen, dass häufig schon eine Unterstützungsstelle genügt, dass jedoch sowol hierbei wie auch, wenn zwei Punkte festgemacht werden sollen, nicht ein blosses Auflegen, sondern ein genügenderes Festhalten erforderlich ist.

Während die sogenannten Torsionsschwingungen bei Saiten bisjetzt wol kaum beachtet worden sind, hat man dieselben bei Stäben experimentell und theoretisch genauer verfolgt. Die Befestigungsarten bleiben dieselben wie bei den Longitudinalschwingungen.

Was nun die Art der Tonerregung bei Stäben betrifft, so kann sie sehr verschieden sein. Zunächst bei Transversalschwingungen benutzt man mehrfach einen Hammer aus Holz und schlägt mit diesem senkrecht auf den Stab. Ferner kann in ausgedehnter Weise der Violinbogen benutzt werden. Die Art, ihn insbesondere bei schweren Stäben anzuwenden, wird später bezeichnet werden. Von besonderer Bedeutung aber wird bei Stäben das Streichstäbchen sein, ohne welches manche Fragen überhaupt nicht genügend verfolgt werden

können. Während dasselbe bei ganz dünnen Membranen wegen einer Vermehrung der Belastung ja immerhin einige Störung hervorrufen kann, hat es selbstverständlich bei Stäben in den allermeisten Fällen kaum einen Einfluss, und darf man bei dicken, schweren Stäben, ohne eine bemerkenswerthe Aenderung der Schwingungen zu veranlassen, schon ein ziemlich langes und dickes Glasstäbchen aufkitten. In bestimmten Fällen wird auch wol der elektrische Strom zu Hülfe genommen, um insbesondere bei gekrümmten Stäben, wie den Stimmgabeln, unter Dazwischenkunft eines Elektromagneten eine Transversalbewegung dauernd zu unterhalten.

Bei den Longitudinalschwingungen lassen die bisherigen Methoden, mit Ausnahme des Schlagens mit einem Hammer, im Stich. Man verfährt dann so, dass man Metall- oder Holzstäbe mit einem Lappen reibt, der vorher mit gepulvertem Colophonium überstäubt wurde. Bei Glasstäben macht man den Lappen vorher in Wasser oder Alkohol gehörig nass.

Zur Sichtbarmachung der Schwingungen und insbesondere der Knotenlinien und Knotenstellen bedient man sich meistens des Sandes. Bei Stäben mit kreisförmigem Querschnitt, insbesondere auch auf der Aussenfläche von Röhren, wendet man, da der Sand auf der Fläche nicht liegen bleiben würde, Reiterchen von Papier oder Metalldrähten an. Bei Röhren lässt sich auf der untern Innenfläche häufig der Sand wieder benutzen; ausserdem gestatten dieselben auch, eine Flüssigkeitsschicht in ihrer Bewegung zu beobachten. Besonders aber ermöglichen die Stäbe noch die Anwendung von optischen Hilfsmitteln entweder so, dass man mittels des Auges oder einer Lupe oder eines Mikroskops bestimmte glänzend gemachte Punkte des schwingenden Stabes beobachtet, oder auch so, dass man kleine Spiegel an den Stäben befestigt, um Reflexfiguren zu erhalten.

Zunächst verfolgen wir jetzt die Transversalschwingungen geradliniger Stäbe.

55. Es ist zuerst Chladni gewesen, der die Transversalschwingungen der Stäbe experimentell genau untersuchte, und wurden die hierauf bezüglichen Erfahrungen in seiner berühmten Schrift: „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“, veröffentlicht. Ausser den drei Fällen, welche wir im Vorausgehenden unterschieden, pflegte schon Chladni noch drei weitere zu berücksichtigen, wobei die Enden der Stäbe, die wir als völlig fest voraussetzten, nur als etwas fest oder bloß aufgestemmt anzunehmen sind. Chladni hat für all diese sechs Fälle die Obertöne und die Abtheilungen der Stäbe, welche ihnen entsprechen, untersucht und durch einfache Zeichnungen die Art der Biegungen, welche ein Stab bei solchen Schwingungen in den äussersten Grenzlagen annehmen muss, versinnlicht. Das Wichtige bei all diesen Untersuchungen war der Nachweis für die Richtigkeit des Satzes, dass die gleichartigen Töne bei Stäben von gleicher Materie sich verhalten wie $D:L^2$, wenn D die Dicke der Stäbe und L die ganze Länge derselben bedeutet; dass bei parallelepipedischen Stäben die Breite derselben von keinem Einfluss ist.

Bei cylindrischen Stäben muss für D der Durchmesser, bei parallelepipedischen die Dicke, d. h. die Dimension in der Richtung der Transversalschwingungen des Stabes gedacht werden.

Das vorliegende Problem theoretisch zu behandeln, war schon zum Theil vor diesen experimentellen Untersuchungen ermöglicht worden, und sind hier insbesondere die Untersuchungen L. Euler's in den „Act. Acad. Scient. Imp. Petrop. p. anno 1779“ (I, 103) zu erwähnen; ferner die Untersuchungen von Riccati 1782 in einem Aufsatz: „Delle vibrationi sonore dei cylindri“ im 1. Bande der „Mem. di matem. e fisica d. Soc. Ital.“; sodann diejenigen von D. Bernoulli und zwar schon vor Euler in den Schriften der Petersburger Akademie, Bd. XIII, in einer Abhandlung „De vibrationibus et sono lami-

narum elasticarum“. Späterhin war es Poisson im Jahre 1828, welcher im §. 4 seiner schon bei den Membranen citirten hochwichtigen Abhandlung das Problem behandelte; auch Cauchy gab Beiträge in seinen „Exerc. de Math.“ (III, 270 fg.). Die Hauptarbeit in Deutschland verdanken wir dem um die gesammte Akustik hochverdienten Forscher Seebeck jun. (geb. 1805, gest. 1849), und befindet sich diese unter dem Titel „Ueber die Schwingungen gespannter und nicht gespannter Stäbe“ in den „Berichten der Königl. sächs. Ges. der Wissensch. v. J. 1848“, sowie in „Pogg. Annal.“ (LXXIII, 442), jedoch hier nur in kurzem Auszuge. Ferner müssen wir zweier bedeutungsvollen Arbeiten theils theoretischen, theils experimentellen Inhalts gedenken: die eine aus dem Jahre 1833 von Strehlke (geb. 1797) herrührend, unter dem Titel „Ueber die Lage der Schwingungsknoten auf elastischen geraden Stäben, welche transversal schwingen, wenn beide Enden frei sind“ („Pogg. Ann.“, XXVII, 505—542); die andere von dem französischen Forscher Lissajous aus dem Jahre 1850 unter dem Titel „Mémoire sur la position des nœuds dans les lames qui vibrent transversalement“ („Ann. d. chim. et de phys.“, 3^{me} sér., t. XXX, p. 385—410).

Indem wir uns an die Arbeit Seebeck's anschliessen, bemerken wir, dass die Theorie für die Anzahl der Schwingungen von cylindrischen Stäben die Formel

$$N = \frac{\varepsilon^2 \cdot \pi \cdot r}{4 \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

und für parallelepipedische

$$N = \frac{\varepsilon^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

lieferte, worin E der Elasticitätsmodulus in Kilogrammen ausgedrückt, g die Beschleunigung durch die Schwere in Millimetern, s das specifische Gewicht in gewöhnlicher Weise, L die ganze Länge des Stabes, r der Radius

des Cylinders und h die Dicke der Stäbe, letztere drei Grössen in Metern ausgedrückt, bedeutet. Die Grösse ε ist einmal eine andere, je nachdem man einen der drei Fälle zu berücksichtigen hat, sodann aber ändert sie auch ihren Werth, wenn man, bei demselben Fall, die Schwingungszahl für die verschiedenen Obertöne haben will. Fassen wir bei einem und demselben Stabe alles, was constant bleibt, zu einer einzigen Constanten K zusammen, so ist

$$N_n = \varepsilon_n^2 \cdot K \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29),$$

wobei n die Ordnungszahl des betreffenden Obertons bezeichnet und für den Grundton gleich 1 zu setzen ist.

Für unsern ersten und zweiten Fall ist nun der Zusammenhang aus folgendem Schema zu übersehen:

Oberton	ε	$\frac{2n + 1}{2}$
1	1,5056	1,5000
2	2,4998	2,5000
3	3,5000	3,5000
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
n	$\frac{2n + 1}{2}$	⋮

Es zeigt sich in dieser Zusammenstellung, dass vom dritten Oberton an die Werthe für ε und $\frac{2n + 1}{2}$ als identisch zu betrachten sind, dass mithin von diesem Tone an die Schwingungszahlen der Obertöne gemäss Gl. (29) im Verhältniss der Zahlen $7^2 : 9^2 : 11^2$ stehen. Es ergibt sich hieraus sofort, dass bei diesen Stäben ein etwaiges Zusammenklingen mehrerer Töne keinen harmonischen Accord liefert.

Von weiterer Bedeutung ist die Lage der Knotenpunkte. Wir wollen die Ergebnisse der Theorie in der folgenden Zusammenstellung kennen lernen. Hierzu sei bemerkt, dass bei den ungeraden Ordnungszahlen der Obertöne für den ersten Fall stets eine gerade Anzahl Knoten und zwar je einer mehr als n anzunehmen ist. Die Knoten liegen hierbei symmetrisch gegen die Mitte des Stabes, die Mitte selbst bildet keinen Knoten. Bei den geraden Ordnungszahlen ist die Zahl der Knoten ungerade und bildet die Mitte einen Knoten. Wir brauchen wegen der Symmetrie zur Mitte des Stabes in der folgenden Zusammenstellung nur die eine Hälfte des Stabes zu berücksichtigen und würden wir daher bei der Ordnungszahl 3 nur zwei verschiedenartig gelegene Knoten, bei der Ordnungszahl 4, wenn wir den in der Mitte mit rechnen, nur drei haben. Die ganze Länge des Stabes denken wir ferner als 1 und rechnen die Knoten vom einen Ende des Stabes an.

A. Stab an beiden Enden frei.

Oberton	1. Knoten	2. Knoten	3. Knoten	m . Knoten
1	0,2242	(—)	(—)	(—)
2	0,1321	0,5000	(—)	(—)
3	0,0944	0,3558	(—)	(—)
4	0,0735	0,2768	0,5000	(—)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$\frac{1,3222}{4n + 2}$	$\frac{4,9820}{4n + 2}$	$\frac{9,0007}{4n + 2}$	$\frac{4m - 3}{4n + 2}$

Hiernach ist für die drei ersten Obertöne die Abtheilungsweise in Fig. 27 dargestellt worden. Die Längen der zwischen zwei Knoten des Stabes liegenden Strecken sind folgende:

Oberton	1. Strecke	2. Strecke
1	0,5516	(—)
2	0,3679	(—)
3	0,2614	0,2884
4	0,2033	0,2232

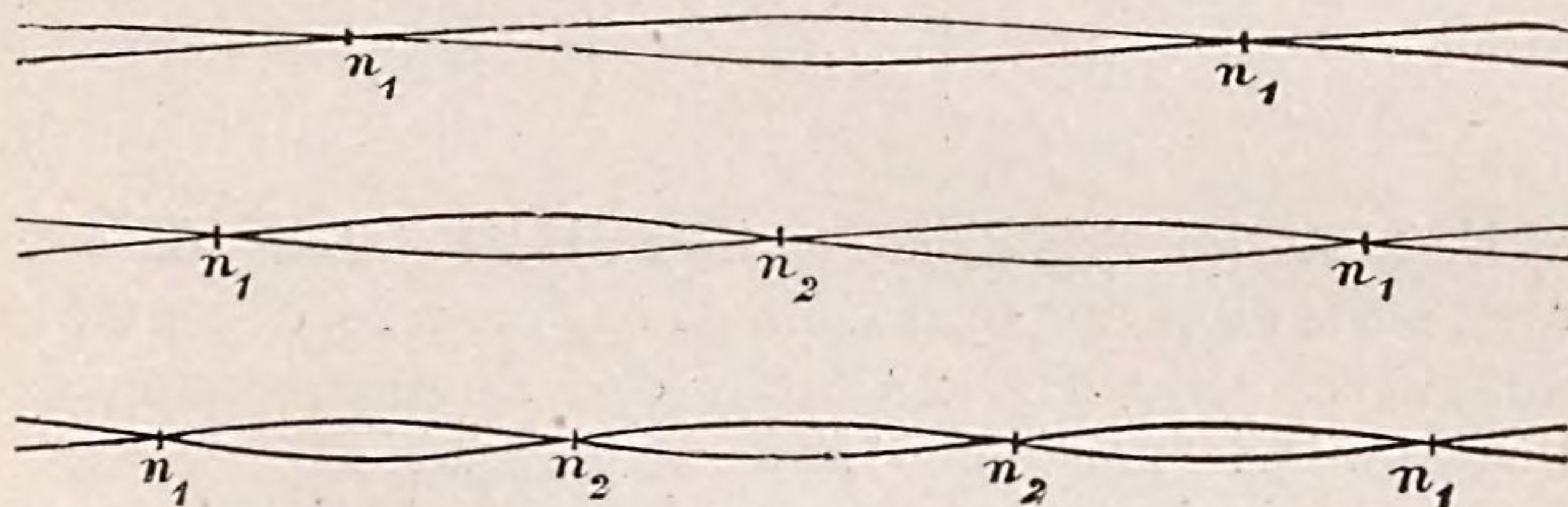


Fig. 27.

Man erkennt also die wichtige Thatsache, dass die erste und zweite Abtheilung je zwischen zwei Knoten gelegen, nicht gleich ausfallen, sondern dass die erste merklich kleiner als die zweite ist.

B. Stab an beiden Enden fest.

Oberton	1. Knoten	2. Knoten	3. Knoten	m. Knoten
1	(—)	(—)	(—)	(—)
2	0,5000	(—)	(—)	(—)
3	0,3593	(—)	(—)	(—)
4	0,2787	0,5000	(—)	(—)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$\frac{5,0175}{4n + 2}$	$\frac{8,9993}{4n + 2}$	$\frac{13,0000}{4n + 2}$	$\frac{4m + 1}{4n + 2}$

Die zwischen zwei Knoten, die festen Endpunkte beim ersten Oberton mitgerechnet, liegenden Strecken sind:

Oberton	1. Strecke	2. Strecke
1	1,0000	(—)
2	0,5000	(—)
3	0,3593	0,2814
4	0,2787	0,2213

Es bestätigt sich demnach hier die Thatsache, dass die erste Strecke wesentlich grösser wie die zweite ausfällt. Die Fig. 28 stellt den Zusammenhang dar. Beachten wir noch eine andere Thatsache.

Wenn wir die Werthe in der Tabelle *A* oder *B* für die Entfernungen der aufeinanderfolgenden Knoten durch einander dividiren, so ergibt sich z. B. aus Tabelle *A*:

Oberton	$\frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_3}{n_2}$	$\frac{m}{m-1}$
1	(—)	(—)	(—)
2	3,785	(—)	(—)
3	3,764	(—)	(—)
4	3,766	1,807	(—)
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
<i>n</i>	3,769	1,807	$\frac{4m-3}{4m-7}$

woraus zu erkennen ist, dass das Verhältniss zweier aufeinanderfolgender Knotenentfernungen sich einem Grenzwert nähert.

Der Hauptsatz, der sich also an die beiden ersten Fälle anschliesst, ist der, dass für dieselbe Ord-

nungszahl, sowol wenn beide Enden frei wie fest sind, derselbe Ton entsteht, obwol die Schwingungsstrecken wesentlich verschieden sind.

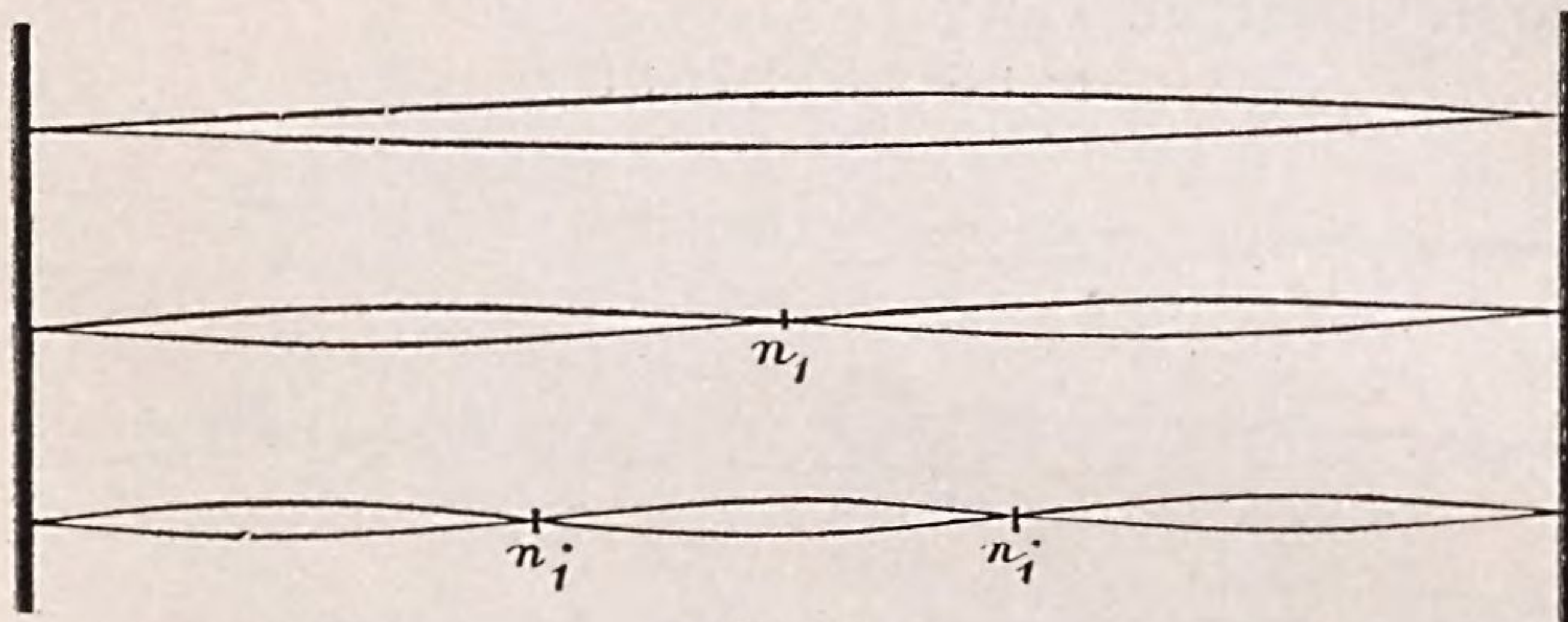


Fig. 28.

Für den dritten Fall, bei welchem der Stab an einem Ende fest, am andern frei ist, findet folgender Zusammenhang statt, wobei wir es unterlassen, die einzelnen, an die Zahlenzusammenstellung sich anschliessenden Sätze noch besonders in Worten hervorzuheben:

Oberton	ε	$\frac{2n-1}{2}$
1	0,5969	0,5000
2	1,4942	1,5000
3	2,5003	2,5000
⋮	⋮	
⋮	⋮	
n	$\frac{2n-1}{2}$	

Vom dritten Oberton an verhalten sich also die Schwingungszahlen wie

$$5^2 : 7^2 : 9^2 \quad . \quad . \quad .$$

Sehen wir davon ab, dass für den ersten und zweiten

Oberton die folgenden Zahlen nicht ganz genau sind, so wären die Verhältnisse der Schwingungszahlen für den ersten und zweiten Fall:

$$3^2 : 5^2 : 7^2 : 9^2 : 11^2,$$

für den dritten Fall:

$$1^2 : 3^2 : 5^2 : 7^2 : 9^2,$$

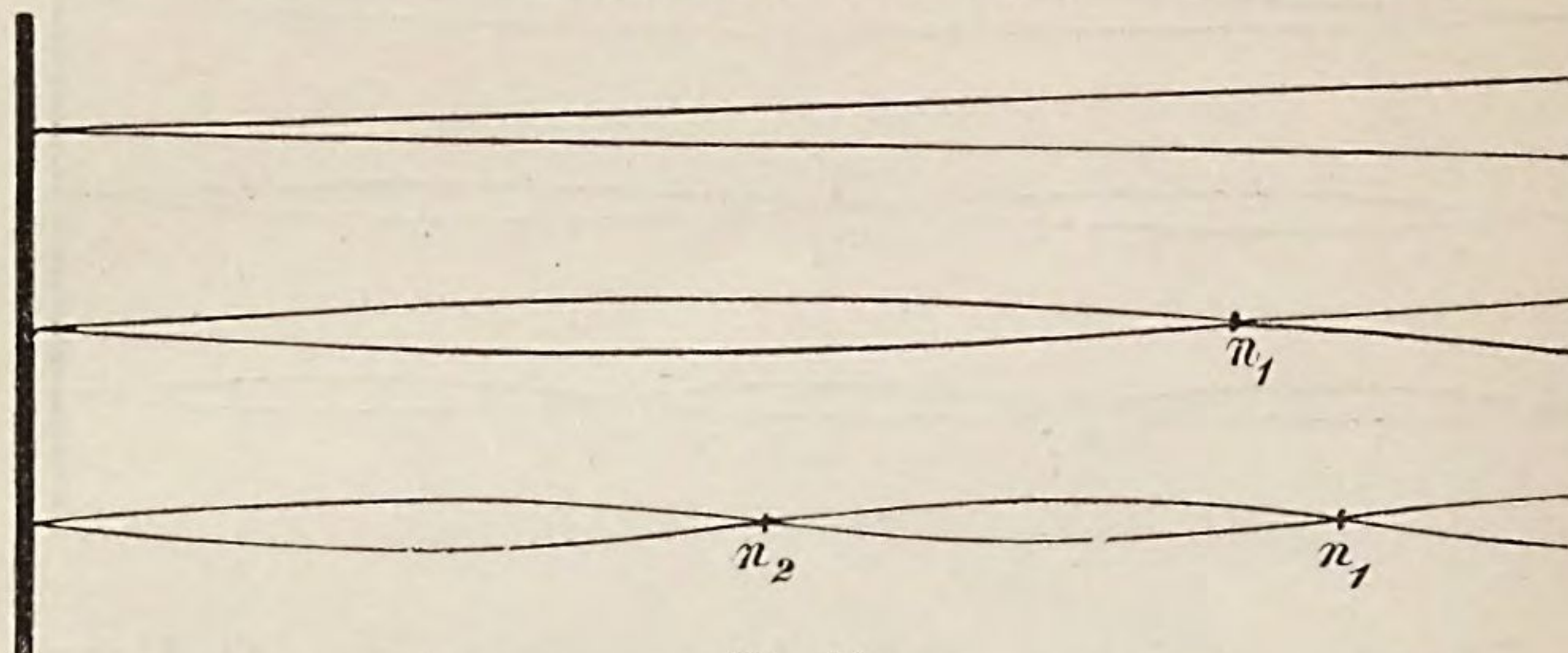


Fig. 29.

d. h. also, vom zweiten Oberton an folgen die Obertöne beim dritten Fall so, wie bei den beiden ersten Fällen gleich vom ersten an. Ferner ergibt sich noch:

C. Stab nur an einem Ende fest.

Oberton	1. Knoten	2. Knoten	3. Knoten	m. Knoten
1	(—)	(—)	(—)	(—)
2	0,2261	(—)	(—)	(—)
3	0,1321	0,4999	(—)	(—)
4	0,0944	0,3558	0,6439	(—)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	$\frac{1,3222}{4n - 2}$	$\frac{4,9820}{4n - 2}$	$\frac{9,0007}{4n - 2}$	$\frac{4m - 3}{4n - 2}$

Hiernach ist für die drei ersten Obertöne die Abtheilungsweise so wie in Fig. 29 dargestellt.

56. Eine interessante Frage war, wie verhalten sich poröse Stäbe, wenn dieselben mit Flüssigkeiten getränkt werden? Schliessen sie sich den theoretischen Entwicklungen unserer bisher betrachteten Stäbe an oder bieten sie Verschiedenheiten? Ferner, wie verhalten sich die verschiedenen Flüssigkeiten hierbei? Es hat diesen Gegenstand C. Müller im Jahre 1875 in ausführlicher Weise behandelt und sollen hier die Hauptresultate seiner Untersuchung¹ mitgetheilt werden. Die hierbei benutzten Stäbe waren aus Gips dargestellt: Die rectangulären einfach so, dass Holzlatten zu einem Troge zusammengeschraubt wurden, in welchen der Gipsbrei eingegossen und dessen obere Seite dadurch regelmässig gemacht wurde, dass man mit einem Lineal über die obern Trogränder hinstrich, um den überschüssigen Gips zu entfernen. Sobald derselbe hinreichend fest war, konnten die einzelnen Theile des Troges weggenommen werden und blieb ein schöner, vollkommen regelmässiger Stab übrig, der nur noch langsam austrocknen musste, um zu den betreffenden Versuchen zu dienen. Um cylindrische Stäbe zu erhalten, wird so verfahren, dass man eine regelmässige Glasröhre mit Hülfe einer Sprengkohle der Länge nach in drei Theile spaltet, die im allgemeinen vielleicht unregelmässige Spaltränder haben, ohne dass dies etwas schadet. Die drei Längsstücke setzt man dann wieder zusammen und sucht sie mit dünnem Draht an passenden Stellen so zusammenzubinden, dass wieder die ganze Röhre möglichst vollkommen erhalten wird. Sodann schliesst man das eine Ende der Röhre durch einen Korkpfropfen und Wachskitt zu und stellt die Röhre mit diesem Ende nach unten in einen Napf. In diesem sammelt sich der überschüssige Gipsbrei und das Wasser, welches aus dem in die Röhre gegossenen Gips austritt und insbesondere auch noch durch die drei Bruch-

¹ Poggendorff's Annalen, CLV, 481—526.

fugen hindurch kann. Sobald man die Ueberzeugung hat, dass der Gips hinreichend erhärtet ist, kneift man mit einer Zange die Binddrähte ab, zwängt mit einem Federmesser vorsichtig erst einen, dann den zweiten und zuletzt den dritten Längstheil der Röhre ab und erhält so einen schönen regelmässigen Cylinder von einer Länge, die bis zu einem Meter und darüber gehen kann. Die vielleicht ihm anhaftenden riefenförmigen Erhöhungen der Länge nach, daher rührend, dass die Bruchfugen der einzelnen Röhrenstücke nicht haarscharf aufeinander passten, kann man leicht mit einem Messer, solange der Gips noch nicht ganz erhärtet ist, wegschneiden. Ebenso lassen sich einzelne Vertiefungen durch Einsmieren von etwas Gipsbrei ausgleichen.

So erhaltene Stäbe wurden nun zunächst auf die Tonhöhen ihrer Obertöne geprüft, deren Schwingungszahlen nach der in 37. angegebenen Methode genau bestimmt wurden. Ebenso geschah dies auch, nachdem die Stäbe einmal mit Wasser, dann mit Alkohol und zuletzt mit Oel vollkommen imprägnirt waren. Von den zahlreichen Einzelbestimmungen wollen wir blos eine kennen lernen.

Stab Nr. II.

Länge = 670 mm; Durchmesser = 27 mm. Cylindrisch.

	Trocken	Wasser	Alkohol	Oel
<i>N</i>	0,01460 <i>C</i>	0,01203 <i>C</i>	0,01443 <i>C</i>	0,01411 <i>C</i>

C stellt eine Constante vor, deren Bedeutung oben mitgetheilt wurde.

Man erkennt hieraus zunächst Folgendes: Die Töne der Stäbe werden durch Imbibition von Flüs-

sigkeiten erniedrigt und zwar am meisten durch Wasser, weniger durch Alkohol und Oel.

Beachten wir ferner die folgende Zusammenstellung:

Stab Nr. I.

Cylindrisch. Länge = 1340 mm. Durchmesser = 26,9 mm.

	1. Oberton	3. Oberton	5. Oberton
Trocken . .	0,00424 <i>C</i>	0,02036 <i>C</i>	0,05327 <i>C</i>
Mit Wasser	0,00342 <i>C</i>	0,01738 <i>C</i>	0,04289 <i>C</i>

Da nach Gl. (29) die Schwingungszahlen $N_1, N_2 \dots$ sich verhalten müssen wie die Quadrate der Werthe $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots$, welche aus der, der Gl. (29) folgenden, Tabelle zu entnehmen sind, so wollen wir diese Zahlen hier auch einmal zusammenstellen:

Stab	$\frac{N_5}{N_1}$	$\frac{\varepsilon_5^2}{\varepsilon_1^2}$	$\frac{N_3}{N_1}$	$\frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_1^2}$	$\frac{N_5}{N_3}$	$\frac{\varepsilon_5^2}{\varepsilon_3^2}$
Trocken . .	12,56	13,44	2,62	2,47	4,80	5,41
Mit Wasser	12,54		2,47		5,08	

Man sieht, dass nach der Imprägnirung mit Wasser diese Verhältnisse wohl hinreichend übereinstimmen mit je denen für den trockenen Stab. Wir dürfen daher den Satz aussprechen: Die Imprägnirung eines porösen Stabes mit einer Flüssigkeit liefert einen neuen elastischen Stab, dessen Schwingungsgesetze ganz denen des trockenen Stabes entsprechen, sodass man für einen solchen imprägnirten Stab auch einen aus Metall oder irgendeinem andern Stoffe setzen könnte.

Die weitere Frage war nun: Wirkt bei der Vertiefung der Töne nur die Vermehrung des Gewichts oder nur eine Veränderung des Elasticitätscoefficienten oder beides zusammen? Müller weist nach, dass letzteres der Fall ist, weshalb er noch einen dritten Satz ausspricht, nämlich: Die Tonveränderung durch Aufsaugen von Flüssigkeit wird zugleich auch durch eine Aenderung des Elasticitätscoefficienten und zwar durch seine Abnahme bewirkt. Am stärksten tritt dies bei Wasser, geringer bei Alkohol, am wenigsten aber bei Oel hervor.

57. Ebenso wie massive Stäbe können auch Röhren benutzt werden. Zunächst ist es am zweckmässigsten,

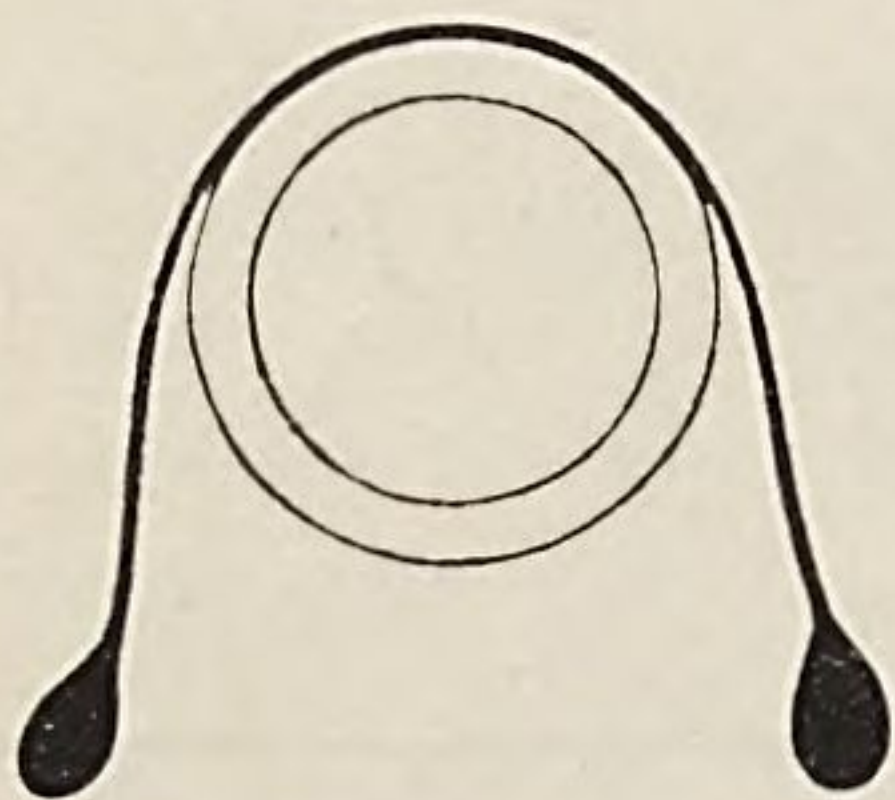


Fig. 30.

hierzu sich der Glasröhren zu bedienen, denn man will hierbei auch übersehen, was auf der innern Fläche vorgeht. Die Mittel, welche wir besitzen, um eine solche Röhre in Schwingung zu versetzen, sind dieselben wie bei Stäben überhaupt. Die Sichtbarmachung der Knoten geschieht auf sehr verschiedene Weise. Erstens bedienen wir uns

im Innern der Röhren des Sandes. Derselbe läuft, wie der Versuch sofort zeigt, beiderseits von den Knoten weg und wirbelt heftig auf den Schwingungsstrecken auf. Vertheilt man den Sand in nicht zu geringem Maasse über eine Knotenstelle, so kann man beim Anstreichen die Stelle des Knotens aus der conträren Bewegung des Sandes scharf erkennen. Zweitens bediene ich mich eines vortrefflichen Mittels, um ebenso dieselben Stellen auf der äussern Oberfläche der Röhre nachzuweisen. Dies Mittel besteht in Reiterchen von gebogenem Draht in der Form der Fig. 30. Dieselben sind unten mit etwas Kitt schwerer und stabiler gemacht und bewegen sich, beiderseits einer Knotenstelle aufgesetzt, zu dieser Knotenstelle hin. Sollte ein Reiterchen das Umgekehrte thun, so braucht man dasselbe

nur umgekehrt aufzusetzen, um seine Wanderung zu den Knoten zu bewirken. Die Bestimmung dieser Knoten mit solchen Drahtreiterchen ist sehr bequem und sehr scharf. Ihre Form kann mannichfach abgeändert werden und wird ihr Bewegungsmodus noch mancherlei Erscheinungen darbieten, die untersucht zu werden verdienen. Drittens können Flüssigkeiten benutzt werden, um die Knotenlagen zu bezeichnen, und zwar in doppelter Weise. Einmal nämlich kann man auf der innern Unterfläche der Röhre eine nicht zu grosse Flüssigkeitsmenge eingiessen, welche vielleicht auf die Höhe eines oder zweier Millimeter die Röhrenwand überragt. Die Wellenriefen, die beim Schwingen der Röhre eintreten, geben ein gutes Mittel ab, um die Lage der Knoten zu erkennen. Nimmt man anstatt Wasser Alkohol, so kann man in diesen eine Quantität eines schweren Pulvers, z. B. Mennige oder Bleiweiss, bringen. Schüttet man von diesem Gemenge, das in einem besondern Glase zurechtgemacht wird, eine entsprechende Menge in die Röhre, so setzt sich das Pulver in einem linearen Streifen der ganzen Röhre entlang ab, und streicht man nun diese letztere an, so bilden sich im Pulver an den Schwingungsstrecken Riefen, die dauernd sind und die wir noch bei einer andern Gelegenheit wiederfinden werden. Man kann aber die Flüssigkeitswellen auch ausserhalb der Röhre beobachten, wenn man diese letztere in einen Zinktrog legt und Flüssigkeit bis zu einer gewissen Strecke an die Röhre heranreichen lässt. Die hierbei in Betracht kommenden Erscheinungen sind von Wichtigkeit und verdienen näher untersucht zu werden.

Fragen, welche sich an die Röhrenschwingungen speciell anschliessen, und deren Lösung empfohlen werden kann, sind folgende:

- 1) Wie hängt die Tonhöhe ab von den Dimensionen der Röhre, insbesondere von der Wandstärke derselben?
- 2) Wie verhalten sich die Tonhöhen der Ober-

töne zu denen eines massiven Stabes
 a) vom Radius der äussern Fläche, b) vom
 Radius der innern?

- 3) Liegen die Knoten für denselben Oberton an denselben Stellen wie bei einem massiven Stabe nach 2 a, bez. 2 b?
- 4) Ist der Werth von ε derselbe wie bei den massiven Stäben?
- 5) Wenn die Röhren ganz mit Flüssigkeit gefüllt werden, wie hängen die Tonhöhen von der Beschaffenheit der Flüssigkeit ab? Entscheidet blos ihr specifisches Gewicht oder auch noch andere Verschiedenheiten?
- 6) Wenn man anstatt der Flüssigkeiten andere Körper hineinbringt, z. B. Sand, oder die Röhren mit Wachs oder Gips ausgiesst, wie sieht es dann aus?

58. Die Obertöne der geraden Stäbe spielen in der praktischen Musik keine Rolle von Bedeutung. Es ist bekannt, dass man kleine Apparate construirt, wobei entweder Glas- oder Metallstäbe verwendet werden, die über einem Resonanzboden auf Schnüren oder sonst passend aufgelegt sind und zwar so, dass die einzelnen Stäbe ihren Grundton hören lassen, d. h. dass die Schnüre, worauf sie gelegt sind, durch die beiden Knoten des Stabes laufen. Das Anschlagen der Stäbe geschieht entweder durch ein Tastenwerk nach Art eines Klaviers oder mittels Klöpfelchen, die man mit der Hand bewegt. Es ist ferner bekannt, wie man hierbei auch Holzstäbe, insbesondere von Fichtenholz, verwendet, die einfach auf eine Strohmatten oder besser auf zwei auf dem Tische hinlaufende Seile oder Kautschukschläuche gelegt werden. Herumreisende Künstler entwickeln oft eine staunenswerthe Fertigkeit auf einem solchen Instrument, das den Namen Holzharmonika führt.

Die Obertöne mächtiger Stäbe sind von grosser

Wirkung auf das Ohr. Sie einzeln herauszubringen, muss man sich eines Violinbogens, beziehungsweise eines Bassbogens bedienen. Nimmt man erstern, so erreicht man, wenn der Bogen wie von einem Violinspieler gehalten wird, absolut sein Ziel nicht, und will ich hier angeben, wie man in solchen Fällen und bei vielen andern Gelegenheiten verfahren muss, um die Körper zum Tönen zu bringen. Ich nehme den Violinbogen in die rechte Hand und zwar so, dass der dritte, vierte und fünfte Finger (nach üblicher Bezeichnung beim Klavierspiel) zwischen das Haarband und den Stiel des Bogens, der Daumen dagegen als Stützpunkt oben auf den Stiel zu liegen kommt. Mit diesen vier Fingern kann der Bogen an jeder Stelle seiner Länge festgehalten werden. Der noch übrigbleibende Zeigefinger übernimmt nun weiter eine doppelte Rolle: nämlich einmal grenzt er ein Stück des Haarbandes ab und sodann, was die Hauptsache ist, er drückt das Haarband nach dem ihm gegenüberliegenden Daumen hin und spannt so den Bogen in einem Maasse, wie es für gewöhnlich ganz unmöglich ist. Ein Violinspieler wird diese Handhabung des Bogens für barbarisch erklären; aber sie ist unbedingt nöthig, und muss sich Jeder, der akustische Untersuchungen machen will, darauf einüben. Eines so gespannten Bogens bedarf es, wenn man schwere Metallstäbe in Transversalschwingungen versetzen will. Ich führe meinen Zuhörern einen Eisenstab von 1510 mm Länge, 60 mm Breite und 18 mm Dicke vor. Er wird auf zwei Unterlagen gelegt, sodass sein eines Ende etwas über den Tisch hinausragt, um senkrecht hierzu auf der Endfläche mit dem Bogen operiren zu können. Der Stab ist matt schwarz angestrichen und zeigt, wenn gepulverter Schwerspath daraufgestreut wird, die Knotenlinien, in besonderer Schönheit, als scharfe Linien, die die Oberfläche des Stabes senkrecht zur Länge durchsetzen. Diese Töne, wie sie hierbei entstehen, sind nun ganz besonders mächtig und lange anhaltend. Die höhern derselben sind so intensiv,

dass sie das Ohr beleidigen. Hat man die Knotenlinien eines solchen Tones durch den Violinbogen erhalten, so kann man ihn auch mit einem Hammer durch Anschlagen zwischen zwei Knoten erzeugen. Es tönt dann dieser Ton aus einer Schaar von Obertönen vorzugsweise heraus.

Bindet man einen Eisenstab an einen Bindfaden und schlägt ihn mit einem Hammer von Holz an, so hört man ein Tongewirr, von dem die tiefern Töne weniger gut durch die Luft fortkommen wie die höhern. Aber wenn man den Aufhängefaden in den Gehörgang eindrückt oder auch denselben zwischen die Zähne hält, wirkt eine solche Tonfülle auf uns ein, dass man glaubt, man befände sich in der Nähe einer grossen Kirchenglocke. Um aus einem solchen Tongewirr einen Oberton abzuscheiden, hat man nur nöthig, den Stab zwischen Zeigefinger und Daumen an irgendeiner Stelle momentan abzdämpfen. Die Aehnlichkeit derartiger Tongemische mit denen von Glocken tritt auch in recht deutlicher und interessanter Weise hervor, wenn man einige Glasröhren von verschiedenem Kaliber an Bindfaden vertical aufhängt und dann dieselben mit einem Hammer, der mit Filz überzogen ist, nacheinander anschlägt. Man glaubt ein veritables Glockengeläute zu vernehmen, das man leicht durch gehörige Auswahl der Röhren mit einem bekannten Geläute in möglichste Aehnlichkeit bringen kann.

59. Wir wollen nun die hauptsächlichsten Erscheinungen bei den Transversalschwingungen gekrümmter Stäbe betrachten. Chladni hat hier schon die Gesetzmässigkeiten auf experimentellem Wege festgestellt, und sind es nur die Ringe und Stimmgabeln, welche zunächst Interesse besitzen. Man kann die Ringe von verschiedenem Metall herstellen, am einfachsten vielleicht von Messing, und lässt sich das hierher Gehörige zunächst nach zweifacher Richtung betrachten. Wir können nämlich einen Ring vollkommen schliessen, d. h. mit seinen Enden zusammenlöthen, und nennen ihn dann einen geschlossenen Ring, oder auch diese

Enden frei lassen, wodurch der offene Ring entsteht. Die Schwingungen beider sind wesentlich verschieden.

Der geschlossene Ring zeigt bei seinen Schwingungen ein sehr einfaches Gesetz. Er kann offenbar nur so schwingen, dass er eine gerade Anzahl gleicher Abtheilungen liefert. Denn nur so ist es möglich, dass die benachbarten Schwingungsstrecken gleichzeitig sich in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden. Wollte man annehmen, es könnte vielleicht eine Abtheilungsweise wie in Fig. 31 existiren, so würde dies in doppelter Beziehung unmöglich sein.

Einmal müsste nämlich, wenn die Schwingungsstrecke $n_1 n_2$ etwa nach oben schwingt, die Strecke $n_1 n_3$ sowol wie auch $n_2 n_3$ gleichzeitig nach unten schwingen. Hiermit wäre aber die Bildung des Knotens n_3 eine Unmöglichkeit. Ferner leuchtet sofort ein, dass, wenn wir ungleich grosse Schwingungsstrecken in einem solchen Kreissystem annehmen, doch nothwendig zugegeben werden muss, dass

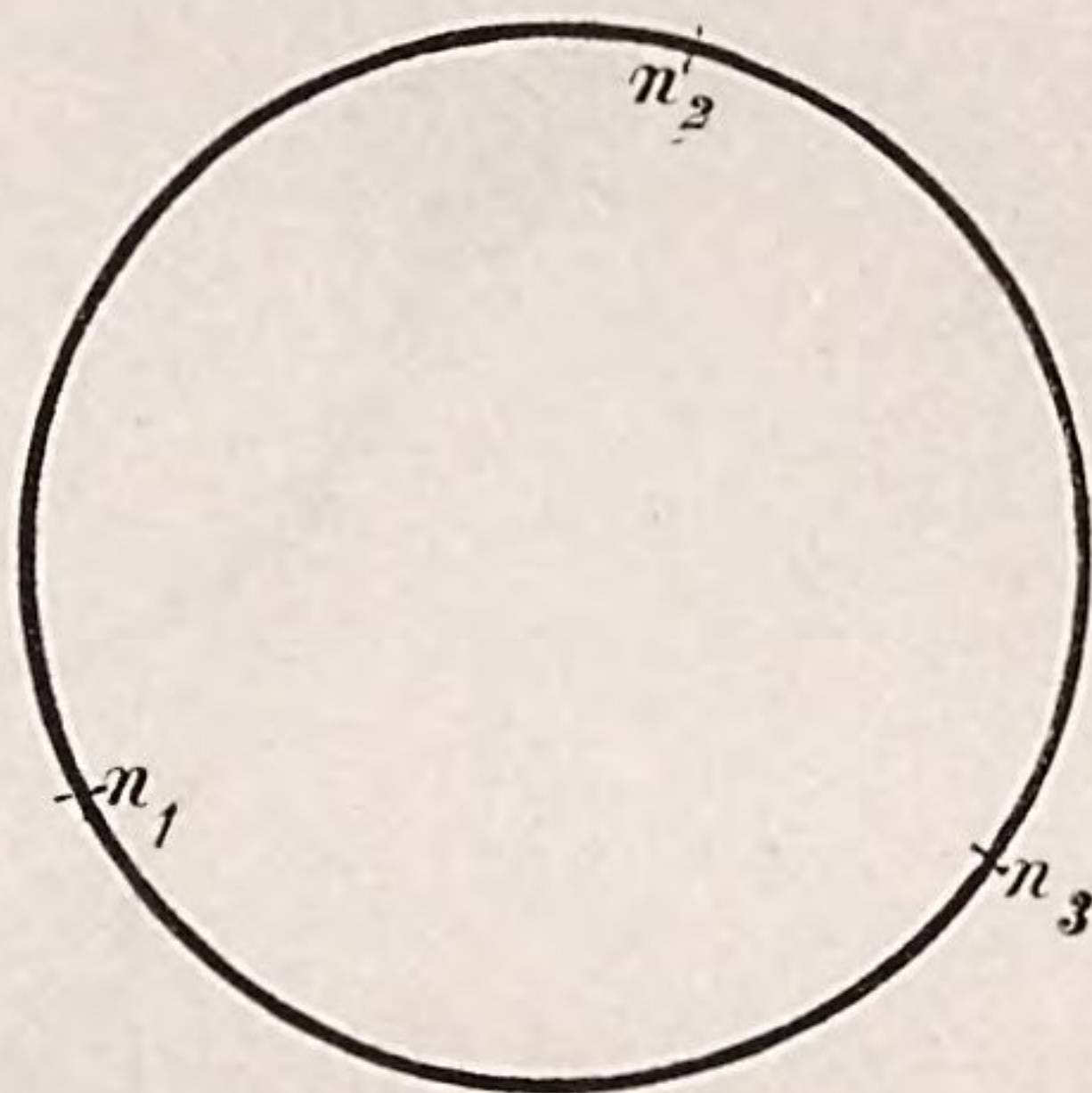


Fig. 31.

eine längere Strecke $n_1 n_2$ nicht in derselben Zeit eine Schwingung vollenden kann wie die kürzere $n_2 n_3$, da hier doch überall dieselben Bedingungen der Elasticität und Dimension stattfinden und bei ungleichen Abtheilungen kein Isochronismus der einzelnen Schwingungsstrecken eintreten kann. Es bleiben somit nur die Abtheilungsarten mit einer geraden Anzahl Knoten und zwar mit vier im Minimo übrig; hierauf folgen 6, 8 u. s. w. Schwingungsknoten mit ebenso vielen Schwingungsstrecken. Die Töne, welche hierbei eintreten, sind nach Chladni, falls der Grundton mit C bezeichnet wird,

$$C; fis; \overline{fis} -; \overline{\overline{dis}} - . . .$$

Um einem solchen Ringe seine Obertöne zu entlocken, streicht man ihn nicht, wie Chladni es that, mit einem Violinbogen an, sondern man bedient sich eines Streichstäbchens, das senkrecht zur Fläche des Ringes aufgekittet wird. Da in der Richtung eines bestimmten Durchmessers immer zwei Knoten liegen, so kann man den Ring sofort so unterstützen, dass er an nur zwei Stellen

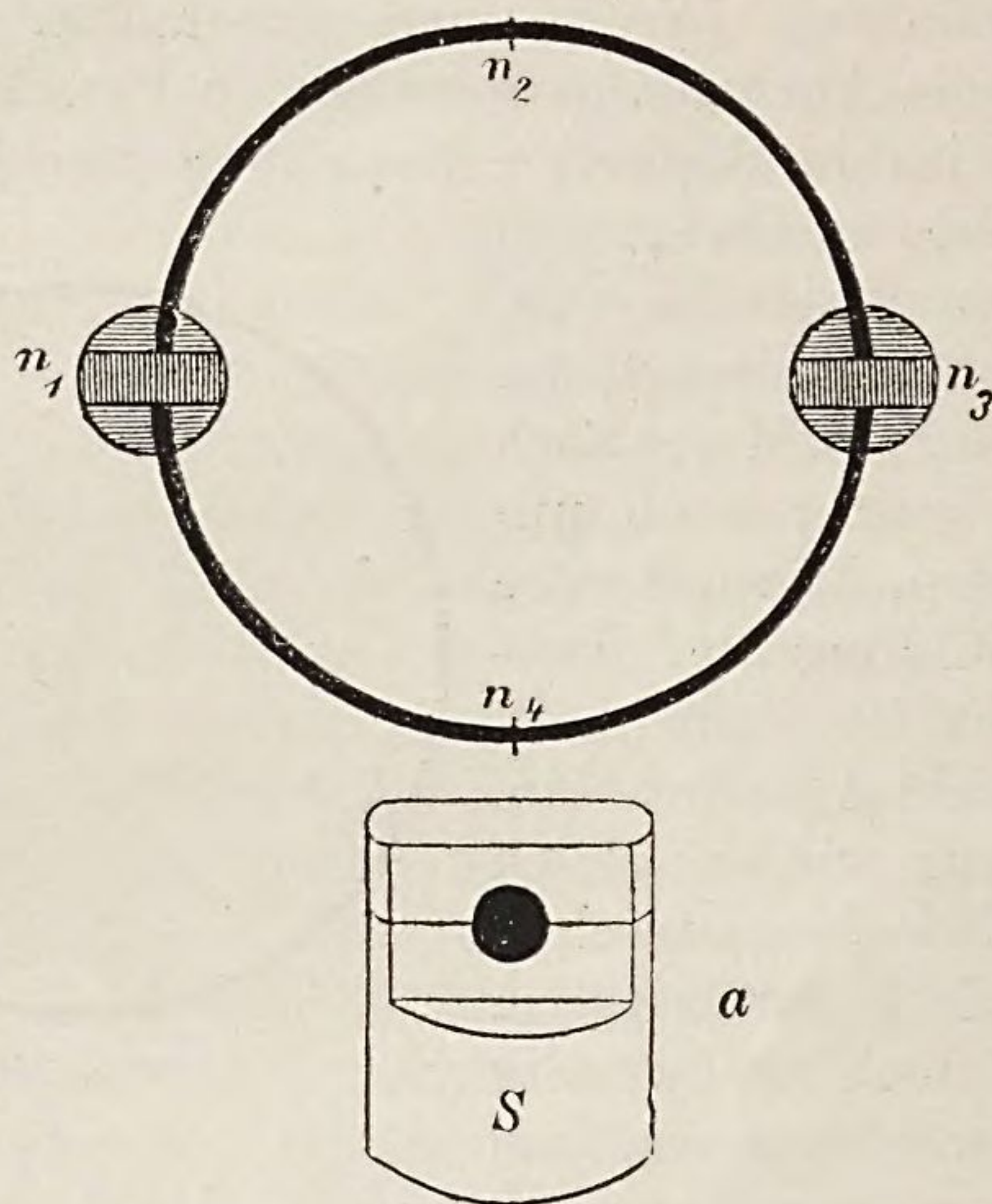


Fig. 32.

gehalten wird. Man kann dies durch zwei passend geschnittene Korke erreichen, von denen einer in Fig. 32 a dargestellt ist. Die obere Hälfte wird der Figur gemäss zu einem dünnern Stück geformt, sodann wird dieses dünnere Stück mit einem dem Querschnitt des Ringes entsprechenden Loch durchbohrt und sodann in der Mitte durchgeschnitten, sodass, wenn der Ring bei n_1 und n_3 auf den untern Höhlungen aufgekittet ist, die obern Hälften der Korkstücke auch noch aufgekittet werden können, wodurch der Ring schon ziemlich

fest liegt. Soll nun der Grundton desselben erklingen, so setzt man noch einen dritten nur oben zugeschärften Kork bei n_4 unter den Ring und kittet das Streichstäbchen zwischen n_1 und n_4 auf; soll der zweite Oberton erklingen, so wird der dritte Kork in $\frac{1}{3}$ des Halbkreises n_1 n_4 n_3 von n_1 nach n_4 untergesetzt und das Streichstäbchen zwischen dieser Stelle und n_1 aufgekittet u. s. w. Auf der andern Hälfte n_1 n_2 n_3 kann man die Stahlreiterchen aufsetzen, um sich von der Lage der Knoten zu überzeugen. Der Vortheil, den ein so festgelegter Ring darbietet, liegt z. B. auch darin, dass man das Streichstäbchen in der Ebene des Ringkreises liegend festkitten kann. Die Töne ändern sich dann und werden höher.

Die Schwingungen eines offenen Ringes, dessen Enden nur einen ganz kleinen Zwischenraum zwischen sich lassen, sind von Cauchy theoretisch untersucht¹ worden, und fand er für die betreffenden Obertöne die Formel

$$N = \frac{1}{2L} (n^2 + 4)^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{5}{2} \cdot \frac{E}{s}} \quad . \quad . \quad (30),$$

worin L die ganze Länge des Stabes und n die Ordnungszahl des Obertons bedeutet. Für die drei ersten Obertöne verhalten sich demnach die Schwingungszahlen wie

$$N_1 : N_2 : N_3 = \sqrt{5} : \sqrt{8} : \sqrt{13}.$$

60. Von besonderer Bedeutung in der Akustik und mit einer ganzen Reihe praktischer Anwendungen verbunden sind die Stimmgabeln. Zunächst ist allgemein bekannt, dass dieselben fast ausschliesslich dazu dienen, einen bestimmten Ton zu manifestiren, der als Normalton z. B. für die grossen Theater gilt und somit auf dem Gebiete der praktischen Musik von hervorragender Wichtigkeit ist. Also das, was musikalische

¹ Exerc. math., III, 323.

Stimmung genannt wird, d. h. die Anzahl der Schwingungen, die einem bestimmten Tone der Scala — in der Regel dem eingestrichenen a — zukommt, liegt verkörpert in einer Stimmgabel. Sie ist demnach für die Tonmessung das, was die verschiedenen Originalmaassstäbe für Längenmessungen sind. Da diese Gabeln selbstverständlich mit Sorgfalt aufgehoben werden, so geben sie zugleich Zeugniß dafür ab, wie etwa die Stimmung sich im Laufe der Zeit geändert hat. So hat sich ergeben:

Ort: Paris.	Schwingungen des a_1 .	Zeit.	Beobachter.
Grosse Oper	431	1821	Fischer,
„	434	1833	Scheibler,
„	449	1855	Lissajous,
Ital. Oper	424	1821	Fischer,
„	439	1833	Scheibler,
„	441	1833	„

woraus folgt, dass an diesen Instituten mit der Zeit die herrschende Stimmung hinaufgegangen ist. Im Jahre 1858 wurde von der Französischen Akademie, um diesen Unsicherheiten und Verschiedenheiten ein Ende zu machen, festgestellt, dass das eingestrichene a in einer Secunde 875 halbe oder 437,5 ganze Schwingungen haben solle. Es wird demnach dieser Ton in unsern Orchestern als Normalton angesehen und beim Stimmen des Orchesters von der Oboe angegeben.

Was nun die Schwingungen der Stimmgabeln anlangt, so haben sich seit Chladni, dem man die erste Erläuterung verdankt, verschiedene Forscher mit dem Gegenstande beschäftigt. Denn abgesehen von der soeben bezeichneten Bedeutung der Stimmgabeln, macht die neuere Akustik und andere Wissenschaftstheile einen so ausgedehnten Gebrauch von den Stimmgabeln, dass die Frage nach der genauen Bestimmung der Schwingungszahlen derselben sowie nach der Natur der Obertöne stets eine wichtige geblieben ist. Chladni verfuhr

sehr einfach, indem er eine $\frac{1}{2}$ Zoll breite Eisen- oder Messinglamelle nahm und dieselbe in die verschiedenen Formen *a* bis *e* der Fig. 33 umbog. Es zeigte sich hierbei, dass die Knoten *n* immer näher zusammenrückten und dass der Ton, der dem geraden Stabe *a* zukam, hierbei um eine übermässige Quinte 16 : 25 tiefer wurde. Das Zusammenrücken der Knoten kann leicht durch Aufstreuen von Sand auf die breite Fläche des Streifens documentirt werden. Doch werden sich hierzu wohl Stahlreiterchen besser eignen. Chladni hielt

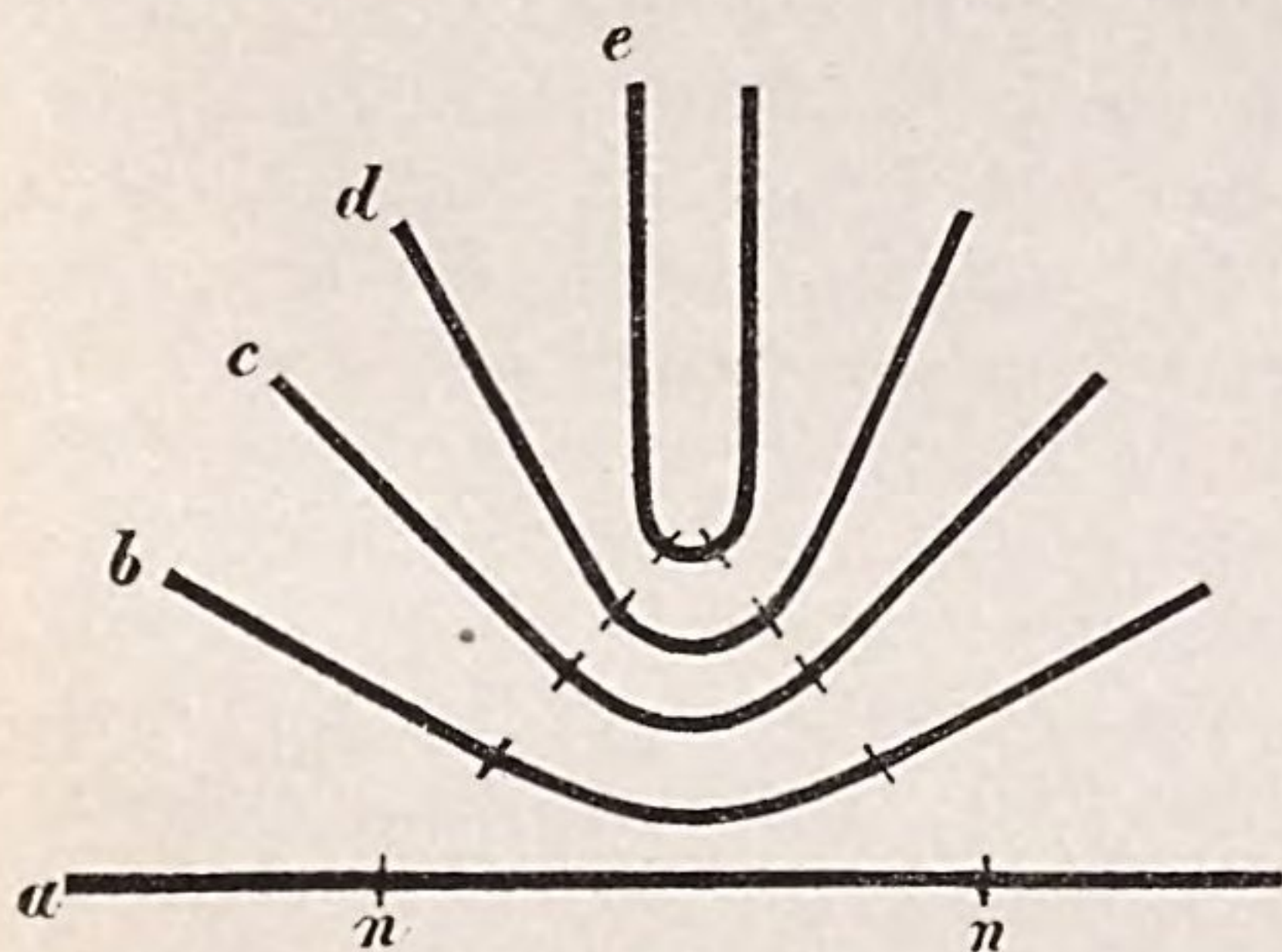


Fig. 33.

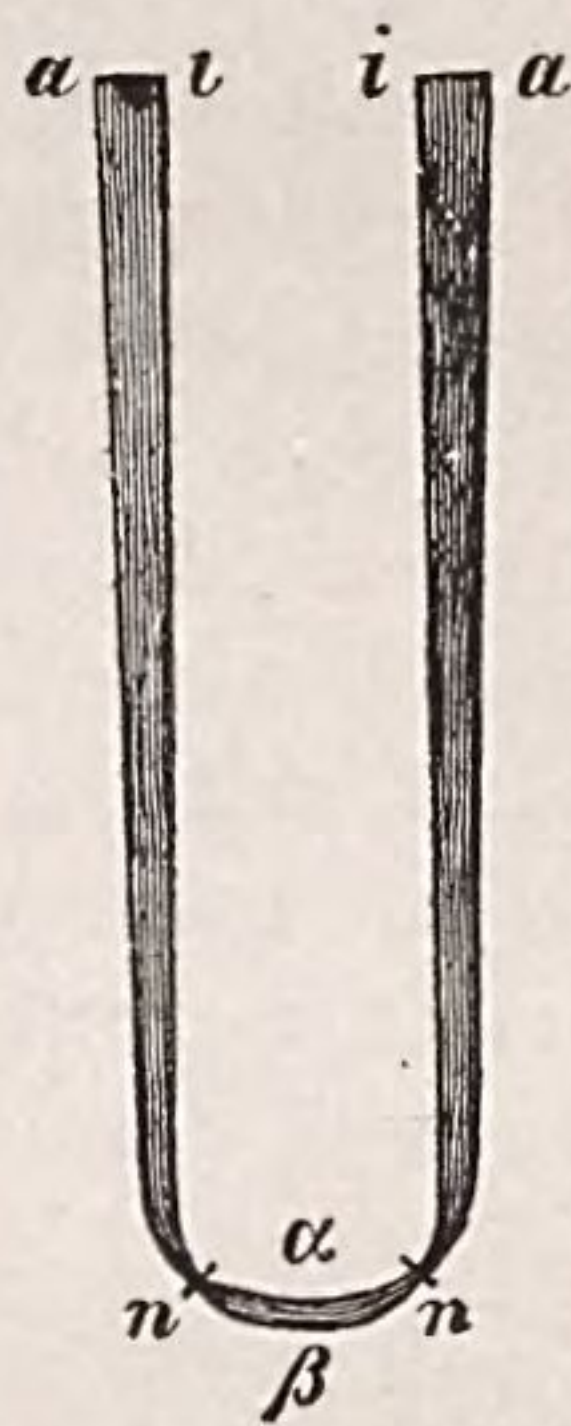


Fig. 34.

einen solchen Streifen zwischen zwei Fingern fest, und obwol er in dieser Handhabung sicherlich eine erstaunliche Fertigkeit erlangt hatte, so muss doch eine andere Unterstützung der Streifen und Stäbe eintreten, wenn diese ihre Knoten regelrecht zeigen sollen.

Die Schwingungsart, welche ein Streifen von der Form Fig. 33 *e* darbietet, entspricht zugleich nach Chladni der Grundschwingung einer Stimmgabel. Man erklärt sich hieraus, wie der Stiel der Gabel, der als ein Appendix in der Mitte ihrer Umbiegung anzusehen ist, eine in der Richtung der Längsaxe der Gabel hin- und hergehende Bewegung erlangt. Denn offenbar muss ein

Streifen der Art so schwingen, wie die Fig. 34 andeutet. Während der rechte Zinken nach aussen schwingt, schwingt auch gleichzeitig der linke nach aussen und der zwischen n und n liegende kurze Theil nach oben; eine halbe Schwingungszeit später ist alles umgekehrt, die beiden Zinken schwingen gleichzeitig nach innen und der untere Theil nach unten. Daraus folgt, dass, wenn man die Gabel vertical hält, der schmale Theil nn und mit ihm der zusammenhängende Stiel innerhalb enger Grenzen $\alpha\beta$ auf- und niederschwingt. Daher erklärt es sich, warum eine solche Stimmgabel, sobald sie mit dem Stiel fest auf eine Tischplatte oder einen Resonanzboden gesetzt wird, ihren Grundton viel lauter hören lässt wie durch die Luft allein, eine Thatsache, der wir auch schon bei den Tönen der Saiten begegneten. Denn diese Töne würden, wenn die Resonanz der festen Umgebung, woran die Saiten befestigt sind, nicht mitwirkte, bei ihren tiefern Tönen durch die Luft allein nur sehr schwach gehört werden. Die Unterlage aber, worauf die Gabel aufgesetzt wird, geräth auf eine weitere Strecke hin in Transversalbewegungen, und diese übertragen sich auf die Luft, wodurch eine grössere Luftmasse erschüttert wird und das Ohr einen stärkern Ton vernimmt.

Ausser dieser Grundschwingung zeigt ein Körper von der Gestalt einer Stimmgabel noch weitere Aliquot-schwingungen, die den Schwingungsarten eines geraden Stabes entsprechen. Bei diesem würden anstatt zweier Schwingungsknoten nun drei kommen, wobei einer in der Mitte liegt. Die entsprechende Schwingung einer Gabel mit einem dieser drei Knoten in der Mitte der Biegung, also da, wo der Stiel liegt, soll nach Chladni nicht möglich sein. Der nächste Oberton der Gabel ist mit vier Schwingungsknoten verbunden; die Gabelzinken schwingen wieder symmetrisch zur Axe der Gabel. Nach Chladni soll nun die viertmögliche Schwingungsart fünf Knotenlinien haben und einer dabei wieder in der Mitte liegen. Wie es kommt, dass letzteres hier möglich ist

und vorhin nicht, bedürfte noch einer weitem Aufklärung.

Eine Stimmgabel kann noch eine andere Schwingungsart vollführen, sobald man einen ihrer Zinken senkrecht zur Zinkenebene anstreicht. Zwei Stimmgabeln, welche beide als tiefsten Ton das $c = 256$ Schwingungen hören liessen, wurden senkrecht zur Zinkenebene angestrichen, und gab die eine Gabel einen Ton von 328, die andere einen solchen von 352. Die Dimensionen der Gabeln waren:

Länge der Zinken.	Dicke der Zinken.	Breite der Zinken.
125 mm	6,2 mm	12,0 mm
120 „	5,8 „	10,6 „

Dass hierbei eine Erhöhung des Tones eintreten muss, ist ja wol klar. Denn die Dimensionen der Breite sind grösser als die der Dicke, und gibt ja auch ein Stab mit rechteckigem Querschnitt alle Transversaltöne höher, wenn er auf die hohe Kante gestellt wird. Hieraus würde nun folgen, dass eine Stimmgabel, die aus einem cylindrischen Stabe hergestellt wurde, diese Verschiedenheiten des Tones nicht so auffällig zeigen könne und sich vielmehr wie ein Ring verhalten müsse, dessen Töne, wie schon oben bemerkt wurde, höher sind, wenn man in der Richtung der Ringebene streicht. In der That, als ich mir eine Stimmgabel aus einem cylindrischen Messingstabe verfertigte, konnte ich wahrnehmen, wie der Ton durch Streichen in der Gabelebene etwas höher war wie der beim Streichen senkrecht hierzu.

61. Wir dürfen diesen Gegenstand nicht verlassen, ohne noch auf zwei Arbeiten unsere Aufmerksamkeit zu richten. Die eine ist von Chladni selbst herrührend und erschien 1821 in Leipzig bei Breitkopf u. Härtel unter dem Titel: „Beiträge zur praktischen Akustik und zur Lehre vom Instrumentenbau u. s. w.“ In dieser Schrift beschreibt Chladni aufs genaueste die beiden

von ihm erfundenen Instrumente, den Clavicylinder und das Euphon. Da hierbei gerade und gekrümmte Stäbe zur Anwendung kamen, so war Chladni genöthigt, deren Schwingungen nach allen Richtungen hin zu studiren. Wir finden in dieser Schrift infolge hiervon eine Fülle von Thatsachen erörtert, die wahrhaft überraschend ist, und verdient dieselbe auch heute noch von seiten der Akustiker volle Aufmerksamkeit. Bei dieser Gelegenheit dürfte die Frage gerechtfertigt erscheinen: Existirt irgendwo noch ein Clavicylinder oder ein Euphon? Es wäre hochinteressant, dies zu erfahren.

Eine andere interessante Untersuchung der Neuzeit verdanken wir dem französischen Forscher Mercadier, und wurden deren Resultate in den „Comptes rendus“ mitgetheilt, wonach auch die Referate in den „Fort-schritten der Physik“ der Berl. phys. Ges. (Jahrg. 1874, S. 383 und 1876, S. 373) erfolgten. Mercadier hatte sich zunächst die Frage vorgelegt: wie ändert sich die Tonhöhe einer Gabel mit den Aenderungen der Breite, Dicke und Länge der Zinken? Um den Einfluss der Breite zu erkennen, feilte er diese Dimension gleichmässig an den Zinken nach und nach weg und fand:

Breite der Gabel	35,3 mm	30,90 mm	24,8 mm
Schwingungszahl	144,5	144,7	144,9

Die Verminderung der Breite um ein Drittheil, wobei das Gewicht der Gabel von 1550 bis 1100 abgenommen hatte, war fast ohne Einfluss. Die Schwingungszahl ist demnach unabhängig von der Breite. Bezüglich einer Aenderung der Dicke fand er:

Dicke	10,25 mm	7,70 mm	4,37 mm
Schwingungszahl	87,98	67,43	40,00

Hieraus ergibt sich, dass die Schwingungszahl einer solchen prismatischen Gabel proportional der Dicke ist, was theoretisch zu erwarten war.

Bezüglich der Längenänderung ergab sich:

Länge L der Zinken.	Schwingungszahl N .	$N L^2$.
295,4 mm	40,00	3 485 720
255,7 „	53,24	3 481 937
156,5 „	139,54	3 417 614
86,4 „	438,07	3 274 135

Unsere Gl. (27) oder (28) für die Schwingungszahl eines transversalschwingenden Stabes zeigt, dass das Produkt $N L^2$ für denselben Ton, also auch für den Grundton, der ja bei den Gabeln hier nur allein gemeint ist, eine Constante sein muss. Eine Gabel verhält sich also nicht genau wie ein schwingender gerader Stab von der Länge der Zinken. Um das Produkt $N L^2$ constant zu machen, fügte Mercadier zu L eine Constante y hinzu und fand, dass diese gleich 3,8 mm sein müsse. Hiermit gab er für N nun folgende Formel:

$$N = K \cdot \frac{D}{(L + y)^2} \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

wenn man unter K eine Constante:

$$K = 818\,270$$

und ebenso unter D die Dicke der Zinken versteht. Bezüglich anderer hierher gehöriger Fragen müssen wir auf die Originalarbeiten, beziehungsweise die betreffenden Referate hinweisen.

62. Wir wenden uns nunmehr zu den Longitudinalschwingungen der Stäbe. Auch diese sind zuerst von Chladni untersucht worden, wie er ja der Erste war, welcher überhaupt Longitudinalschwingungen bekannt machte. Die Natur dieser Schwingungen ist genau so aufzufassen, wie wir dies früher bei den Longitudinalschwingungen der Saiten auseinandergesetzt haben. Doch wird es sich zeigen, dass wir bei den Stäben besondere Veranlassung haben, das ganze Phänomen auch nach der Richtung hin zu betrachten, dass wir auf das gleichzeitige Auftreten von Longitudinal- mit Transversal- und Torsionsschwingungen achten.

Was zunächst die Longitudinalschwingungen allein betrifft, so lassen sich wiederum drei verschiedene Befestigungsarten der Stäbe unterscheiden. Entweder können nämlich die beiden Enden des Stabes frei sein, oder es können beide Enden fest, oder es kann nur ein Ende fest, das andere aber frei sein. Im Vergleich mit den Saiten leuchtet ein, dass deren Longitudinaltöne zunächst übereinstimmen müssen mit den Tönen eines Stabes, der an beiden Enden festgemacht ist. Die Formel für die Zahl der Longitudinalschwingungen beim zweiten Fall wird demnach dieselbe sein, nämlich

$$N' = \frac{n'}{2L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad (32),$$

wobei wiederum E den Elasticitätsmodulus bedeutet. Die Abtheilungen bei den Obertönen sind dieselben wie bei einer Saite, und befolgen diese Töne das Gesetz der natürlichen Zahlen. Man sollte nun meinen, dass der experimentellen Bestätigung dieses Gesetzes nichts im Wege stände; denn wenn man, wie Chladni einfach erwähnt, einen beliebig langen Stab in zwei Schraubstöcke spannt, so, dass beide Enden vollkommen fest sind, und den Stab entsprechend mittels eines Kolo-phoniumlappens reibt, so wäre zu erwarten, dass der Stab sofort ertöne. Dem ist jedoch nicht so, und es ist auffällig, wie die Schwierigkeit, einen an beiden Enden festgemachten Stab ins Tönen zu bringen, bisjetzt sich nicht erwähnt findet. Es muss daher angenommen werden, dass dieser Umstand überhaupt noch nicht hinreichend untersucht ist. Es handelt sich hierbei um die äussern Bedingungen, unter welchen ein Stab tönt, und wann dies unmöglich ist.

Für den dritten Fall ergibt die Theorie eine Anzahl Schwingungen gleich

$$N' = \frac{2n' - 1}{4L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad (33),$$

d. h. also, der Grundton ist um eine Octave tiefer wie

bei dem zweiten Falle. Ferner entsprechen die Obertöne hierbei nicht den aufeinanderfolgenden Zahlen 1, 2, 3, sondern nur den ungeraden Zahlen 1, 3, 5 Dieser Fall liesse sich nun experimentell noch leichter verfolgen wie der vorausgehende; denn man bedarf hierzu nur eines Schraubstocks. Versucht man aber einen Metallstab, der an dem einen Ende absolut befestigt ist, ins Tönen zu bringen, so täuscht man sich sehr; er wird in den meisten Fällen nicht tönen. Es müssen also auch hier noch Factoren mitspielen, welche man leicht übersehen kann. In den Lehrbüchern der Physik, wie auch in Tyndall's Schrift „Der Schall“, S. 194, findet sich eine Einrichtung abgebildet, wo vier oder mehr Stäbe auf einem Holzklotze befestigt sind, die, wenn man sie der Länge nach reibt, ohne Schwierigkeit ins Tönen kommen. Man klemme nun diesen Klotz in einem grossen Schraubstocke fest und versuche die Stäbe wieder zum Tönen zu bringen: man wird finden, dass dies nicht geht. Ich führe diese That-sachen bloß an, ohne für jetzt im Stande zu sein, etwas Bestimmteres darüber mittheilen zu können. Wenn demnach Experimentatoren die Longitudinaltöne eines an beiden oder an einem Ende festen Stabes ohne weiteres herausbrachten, so muss ich annehmen, dass die Befestigungen nur unvollkommen starr waren.

Alle diese Schwierigkeiten fallen weg, wenn wir den Stab an beiden Enden frei voraussetzen. Ob es ein Metall-, ein Holz- oder Glasstab oder ob es Röhren sind, es gelingt ohne weiteres, den Grundton und auch den nächsten Oberton herauszubringen. Letzteres jedoch in dem Maasse weniger gut, als die Länge des Stabes mehr und mehr abnimmt.

Die Theorie ergibt für diesen Fall als Anzahl der Schwingungen dasselbe wie für den Fall, wobei beide Enden fest sind, also

$$N' = \frac{n'}{2L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (34).$$

Um den Grundton der Longitudinalschwingungen hervorzubringen, hält man den Stab in der Mitte zwischen Daumen und Zeigefinger der linken Hand und streicht

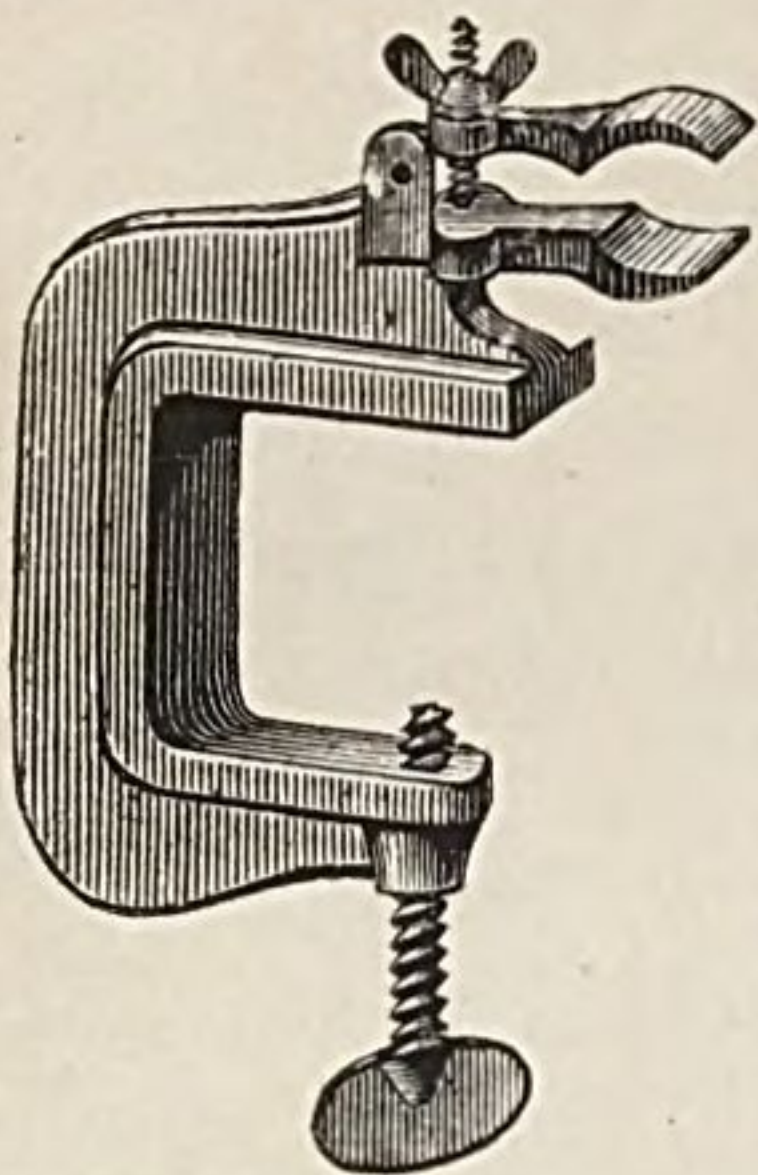


Fig. 35.

das eine Ende mit harzigen Fingern der rechten Hand, beziehungsweise mit einem Harzlappen oder, falls der Stab oder die Röhre von Glas ist, mit einem nassgemachten Tuchläppchen. Sehr zweckmässig kann man aber auch eine Zwingge verwenden, wie sie insbesondere von Weinhold in seiner wichtigen Schrift: „Physikalische Demonstrationen“¹, empfohlen wird und wovon unsere Fig. 35 eine Vorstellung gibt. Die Zwingge, aus Metall gefertigt, wird an einer Tischplatte festgeschraubt, und

kann dann der Stab oben zwischen den ausgerundeten und mit Kork ausgefüllten Backen in seiner Mitte festgeklemmt werden, sodass man zu seinem Festhalten der linken Hand nicht mehr bedarf. Sehr zweckmässig ist es hierbei aber noch, wenn man über die Mitte des

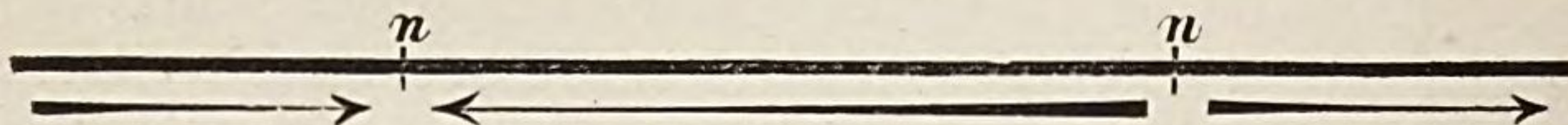


Fig. 36.

Stabes oder der Röhre — insbesondere einer Glasröhre — noch ein etwa zolllanges Stück eines Gummischlauches überstreift, wodurch bewirkt wird, dass die Röhre nicht rutscht und dabei doch hinlänglich festgehalten wird.

Die eben erwähnte Klemme und die ganze Art der Festklemmung erlangt noch erhöhte Bedeutung, wenn man den zweiten oder dritten Oberton des Stabes herausbringen will. Man verwendet dann am besten zwei solcher Klemmen, welche so befestigt werden, dass

¹ Leipzig, Quandt u. Handel, 1881, S. 220.

die Backen in den beiden Knotenpunkten n Fig. 36 den Stab festhalten, wenn man denselben zwischen den beiden Klemmen reibt. Die Punkte n liegen genau um $\frac{1}{4}$ der Länge von den freien Enden ab und muss die Schwingungsweise des Stabes der Fig. 36 gemäss aufgefasst werden. In einem bestimmten Moment entsteht am linken Knoten n , indem die Molekülschichten beiderseits symmetrisch eine Verschiebung nach dem Knoten hin gemacht haben, in ihm eine Verdichtung; in demselben Moment entsteht rechts in n , indem die Molekülschichten sich beiderseits symmetrisch entfernt haben, eine Verdünnung. Eine halbe Schwingungszeit später hat sich der Zustand verändert: die Verdichtung ist rechts, die Verdünnung links bei n . Es ergibt sich hieraus, dass die Mitte des Stabes, ebenso die beiden Enden die Stellen sind, welche man im Gegensatze zu den Knoten, wie schon S. 100 erwähnt, mit dem Namen Bäuche zu bezeichnen pflegt als diejenigen Stellen, in welchen der Dichtigkeitszustand des Stabes unverändert bleibt. Die Strecken von jedem Ende bis zum Knoten sind gleich einer Viertelswellenlänge, die Strecke zwischen den Knoten selbst gleich zwei Viertels- oder einer halben Wellenlänge, d. h. die ganze Länge des Stabes ist gleich einer ganzen Wellenlänge des betreffenden zweiten Obertones. Gibt der Stab seinen Grundton, so befindet sich nur ein Knoten in der Mitte und zwei Bäuche an den Enden; in der Mitte wechseln Verdichtung und Verdünnung, und die ganze Länge des Stabes ist gleich einer halben Wellenlänge des Tones. Bezeichnen wir demgemäss die Wellenlängen der Obertöne mit $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$ und die Ordnungszahl der Obertöne allgemein mit n' , so besteht die Gleichung:

$$\lambda_{n'} = 4 \cdot \frac{L}{2n'} = 2 \cdot \frac{L}{n'} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (35).$$

Betrachten wir ferner, dass nach frühern Erläuterungen Gl. (1) die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallbewegung allgemein gleich

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = N \cdot \lambda \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

ist, so ergibt sich für unsere Longitudinalschwingungen

$$v = N' \cdot 2 \cdot \frac{L}{n'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

oder, wenn man den Grundton hierbei allein berücksichtigt,

$$v = 2 N' \cdot L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38).$$

Diese einfache Formel beweist, dass die Stäbe sehr wohl und noch einfacher wie die Saiten, dazu dienen können, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in verschiedenen Medien zu bestimmen. Ich hatte einen Stahlstab von der Länge gleich 1400 mm und einen Glasstab von einer Länge gleich 1574 mm. Mit einem Appunn'schen Sonometer bestimmte sich der Longitudinalgrundton des erstern mit 1872, der des letztern mit 1696 Schwingungen, und berechnet sich hiernach $v_1 = 5249$ und $v_2 = 5339$ m, woraus folgt, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei Stahl nahezu dieselbe ist wie bei Glas. Ein Messingstab von 1043 mm Länge zeigte $N^1 = 1760$, mithin $v = 3681$ m. Die Fortpflanzung im Stahl vollzieht sich demnach 1,42 mal so schnell wie in Messing.

63. Wenn man versucht, durch Sand oder ein anderes Mittel die Knoten bei longitudinal schwingenden Stäben sichtbar zu machen, so stösst man auf Erscheinungen, welche man nicht erwartet; man erhält nämlich mehr Knotenlinien von dem Sande angezeigt, als der Longitudinalton für sich liefern kann, und beim weitem Verfolg dieser mehrfachen Knoten zeigt sich, dass man es mit im allgemeinen recht complicirten Verhältnissen zu thun hat, welche auch schon bei den Longitudinalschwingungen der Saiten in Betracht kommen, aber noch nicht weiter besprochen worden sind. Ein Stab, welcher longitudinal erschüttert wird, vollzieht nämlich nicht allein Longitu-

dinalschwingungen, sondern macht auch eine Transversalbewegung, und es leuchtet ein, wenn in der Reihe der Transversaltöne des Stabes sich einer befindet, der z. B. mit dem ersten oder zweiten Longitudinalton unisono klingt oder hiermit nahezu unisono ist, dass die Bewegung der Moleküle auf der Oberfläche eines Stabes eine Gesetzmässigkeit erlangt, welche sich im voraus bestimmen lässt, und welche eine Schwingungsfigur bedingt, die anders ist, als wenn die Transversalbewegung oder die Longitudinalbewegung allein vorhanden wäre. Dieser interessante Gegenstand ist zuerst von Savart untersucht worden, und verdanken wir diesem Forscher eine Reihe wichtiger Aufklärungen. Die drei Abhandlungen, welche sich hierauf beziehen, erschienen in den „Annales de chim. et phys.“ und zwar in den Bänden XIV (1820), XXV (1824) und LXV (1837). Die beiden ersten Abhandlungen sind insbesondere von W. Weber im 14. und 15. Bande des Schweigger'schen „Journal für Chemie und Physik“ ihrem Inhalte nach dargestellt und kritisch beleuchtet worden, während über die dritte Abhandlung insbesondere A. Seebeck im 6. Bande des Dove'schen „Repertorium der Physik“, S. 60 u. fg., berichtete. Ferner hat Seebeck im 8. Bande des letztern Journals, S. 53, eine bemerkenswerthe Notiz gegeben unter dem Titel: „Ueber die Sandanhäufungen auf longitudinalschwingenden Körpern.“ Derjenige jedoch, welcher die Longitudinalschwingungen der Stäbe am gründlichsten untersucht hat, ist der französische Forscher A. Terquem gewesen. Seine Untersuchung erschien in den „Annales de chim. et de phys.“ (LVII, 129 — 190) unter dem Titel: „Étude des vibrations longitudinales des verges prismatiques libres aux deux extrémités“, und muss dieselbe als eine der gediegensten Arbeiten auf dem Gebiete der Experimentalakustik bezeichnet werden. Durch einige Beobachtungen W. Weber's veranlasst, unternahm auch in neuerer Zeit noch Kundt eine Experimentaluntersuchung „Ueber die Bewegung elastischer Körper

auf tönenden Röhren und Stäben“ („Poggend. Ann.“, CXXVI, 515), und förderte hierdurch wesentlich den in Rede stehenden verwickelten Gegenstand. Es soll nicht unsere Aufgabe sein, im einzelnen die verschiedenen Thatsachen, auf welche sich die mitgetheilten Untersuchungen beziehen, zu besprechen, vielmehr kommt es hier nur darauf an, einige Hupterscheinungen hervorzuheben und ihre Ursachen zu erklären.

Zunächst wollen wir die Bedingungen kennen lernen, unter denen ein Longitudinal- und ein Transversalton eines an beiden Enden freien Stabes unisono werden können. Für einen prismatischen Stab haben wir oben S. 140 gesehen, dass die Anzahl der Transversalschwingungen

$$N = \frac{\varepsilon^2 \cdot \pi \cdot h}{4 \cdot \sqrt{3} \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}}$$

oder, wenn man für ε den Werth $\frac{2n+1}{2}$ von S. 141 einsetzt,

$$N = \frac{(2n+1)^2 \cdot \pi \cdot h}{16 \cdot \sqrt{3} \cdot L^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}}$$

ist. Die Anzahl der Longitudinalschwingungen eines solchen Stabes für die Gesammtheit der Obertöne ist dagegen:

$$N' = \frac{n'}{2L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}}.$$

Soll demnach ein Longitudinalton einem Transversalton gleich werden, so muss

$$n' = \frac{(2n+1)^2 \cdot \pi \cdot h}{8 \cdot \sqrt{3} \cdot L}$$

oder, wenn wir von vornherein uns auf den Fall beschränken, dass wir $n' = 1$ setzen, d. h. nur den ersten Longitudinalton berücksichtigen:

$$1 = \frac{(2n+1)^2 \cdot \pi \cdot h}{8 \cdot \sqrt{3} \cdot L}$$

oder auch, wenn wir den Zahlenwerth $\frac{\pi}{8\sqrt{3}} = 0,2265$ einführen:

$$\frac{L}{h} = 0,2265 (2n + 1)^2 \cdot \cdot \cdot \cdot (39)$$

sein. Terquem verwandte unter anderm einen Messingstab von 1000 mm Länge und 6,14 mm Dicke; bei diesem müsste also

$$(2n + 1)^2 = 718,3$$

und

$$n = \frac{\sqrt{718,3} - 1}{2} = \frac{25,8}{2} = 12,9$$

werden, woraus sich ergibt, dass bei einem solchen Stabe eine völlige Coincidenz von zweien Tönen überhaupt nicht möglich ist, dass jedoch der 13. Oberton der Transversalschwingungen, wobei, wie wir wissen, 14 Knoten sich bilden, ein Ton ist, welcher dem Grundtone der Longitudinalschwingungen mit einem Knoten in der Mitte sehr nahe kommt. Wollte man ein vollkommenes Unisono herausbringen, so hätte man offenbar zwei Mittel: nämlich entweder eine Veränderung der Dicke h oder eine Veränderung der Länge L . Die Veränderung von h könnte nur dann in Betracht kommen, wenn wie hier der Fall so läge, dass der betreffende Transversalton, welcher der nächstgelegene ist, zu hoch wäre und demgemäss durch eine Verkleinerung der Dicke sein Transversalton anfang tiefer zu werden. In unserm Falle müsste also, wenn $L = 1000$ bleiben soll und $n = 13$ gesetzt wird, dann

$$h = \frac{1000}{0,2265 \cdot 27^2} = 6,050 \text{ mm}$$

gemacht werden. Man begreift leicht, dass das gleichmässige Dünnermachen eines Stabes ohne besondere mechanische Hilfsmittel nicht möglich ist, und wird man demnach viel einfacher anstatt einer Aenderung von h

eine solche von L vornehmen. Jetzt müsste aber, da der 13. Transversalton etwas zu hoch ist, L vergrößert werden, was unmöglich ist. Will man und muss man nur die Länge verändern, so kann in dem vorliegenden Falle daher nur so operirt werden, dass man nicht den 13., sondern den 12. Oberton mit 13 Knoten, mit dem Longitudinaltone in Einklang zu bringen sucht. Bei dem angeführten Stabe tritt dies ein, wenn

$$L = 0,2265 \cdot 6,14 \cdot 25^2 = 869,2 \text{ mm}$$

wird.

Bleiben wir indess bei dem Stabe von der Dicke 6,14 mm und einer Länge gleich 1000 mm stehen und setzen voraus, er gäbe seinen 13. Transversalton mit 14 Knoten. Wir können nach den Formeln, welche früher mitgetheilt wurden, die Lage der 14 Transversalknoten berechnen. Sie liegen alle gegen die Mitte des Stabes symmetrisch, doch fällt auf die Mitte selbst kein Transversalknoten. Die Fig. 37 stellt die Lage der Knoten dar und ist der Stab zugleich so gezeichnet, wie er in den äussersten Grenzlagen seiner Schwingung zu denken ist. Man sieht sofort, dass, wenn bei der einen Elongationslage z. B. rechts zwischen den Knoten n_5 und n_6 ein Wellenberg, dagegen zwischen n_6 und n_7 ein Thal liegt, dass dieses Thal nach einer halben Schwingungszeit auch ein Berg wird, d. h. es kommt während einer vollen Schwingung zwischen je zwei Knoten ein Berg und ebenso ein Thal zu liegen. Sieht man den Stab in der Richtung von M nach unten hin an, so blickt man auf seine Oberfläche, während ein Blick von unten nach M hin die Unterfläche zeigt. Es leuchtet sofort ein, dass, wenn man den Stab so umdreht, dass die Unterfläche zur Oberfläche wird, auf dieser, wenn wir es mit der Transversalbewegung allein zu thun haben, genau dieselben Erscheinungen, mithin auch dieselbe Vertheilung der Knoten stattfinden muss, und es folgt weiter, dass auch der Sand, der bei einer Lage des Stabes an den 14 Knoten sich etwa aufhäuft, auch an denselben

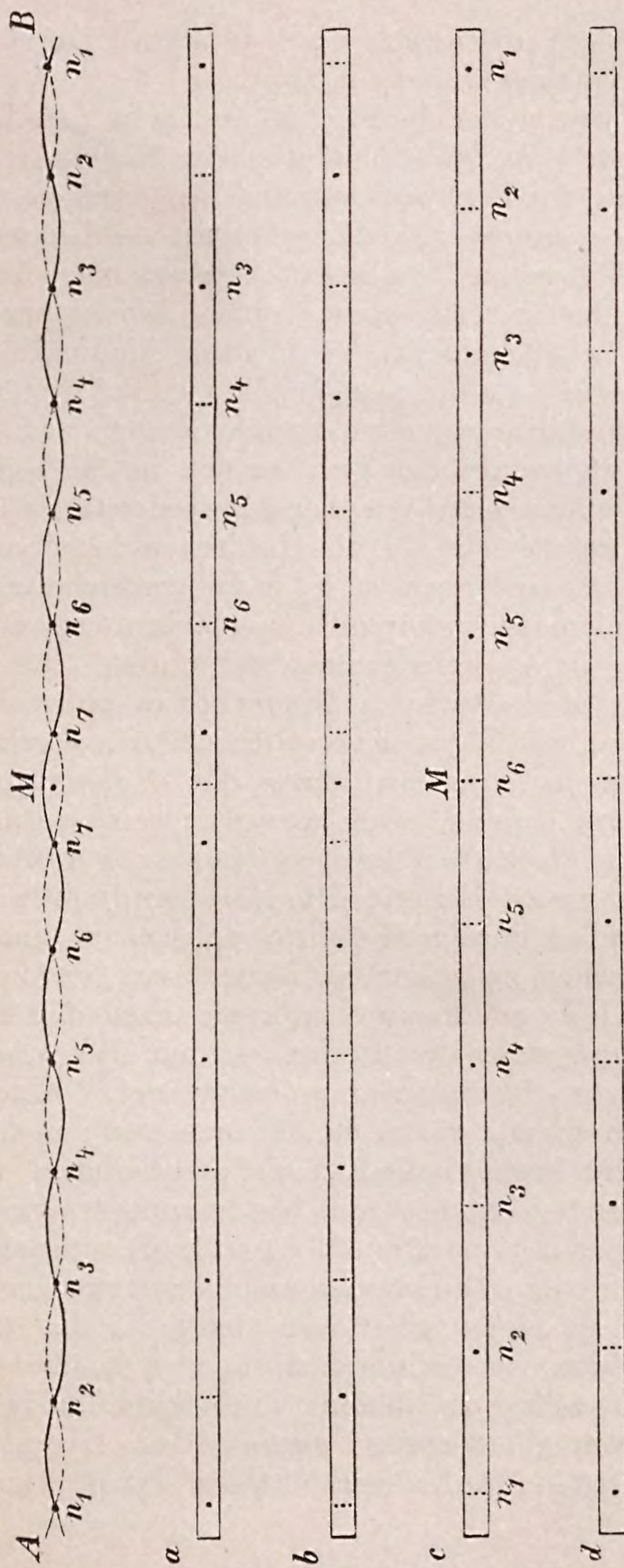


Fig. 37.

Stellen sich aufhäuft, wenn man die Unterfläche zur Oberfläche macht.

Denken wir weiter in Fig. 37, es liege gleichmässig auf der noch in Ruhe befindlichen Strecke $n_6 n_5 n_4$ eines Stabes Sand verbreitet, und der Stab setze sich nach der — ausgezogen dargestellten — Elongationsgrenze in Bewegung, so leuchtet sofort ein, dass der Sand auf der Strecke $n_6 n_5$ einen Bewegungsimpuls nach oben erhält und infolge hiervon in die Höhe geschleudert wird, während umgekehrt er auf der Strecke $n_5 n_4$ der Stabbiegung ohne Impuls einfach nach unten nachfolgt. Schwingt der Stab zurück in die Ruhelage, so wird offenbar jetzt der Sand zwischen $n_5 n_4$ einen Bewegungsimpuls nach oben erhalten, welcher so lange fort dauert, bis die Strecke $n_5 n_4$ in die gestrichelte Grenzlage gekommen ist; während dieser Zeit würde aber auf der Strecke $n_6 n_5$ kein Impuls stattfinden. Es ergibt sich hieraus, dass bei der Transversalschwingung ein Impuls zur Bewegung des Sandes von den Momenten an beginnt, wo die Schwingungsstrecken anfangen, sich aus der grössten Ausbiegung nach unten in die grösste Ausbiegung nach oben umzusetzen. Die stärksten Impulse erhält hierbei offenbar ein Partikelchen, welches auf eine Stelle mitten zwischen zwei Knoten, also an ein Schwingungsmaximum zu liegen kommt, während nach den Knoten hin mehr und mehr die Stärke der Impulse während der ganzen Bewegung verschwindet. Unendlich mannichfach werden die kleinen Bahnen sein, in welchen ein auf dem Stabe befindliches Sandtheilchen infolge dieser Bewegungsimpulse sich bewegen muss; viele Partikelchen werden je nach der Elasticität des aufgestreuten Sandes ganz vom Stabe herabgeschleudert werden, viele von ihnen gelangen aber sehr bald in das Bereich grösserer Ruhe, um schliesslich in den Knoten selbst diese Ruhe völlig zu finden. Sämmtliche Knoten der **Transversalbewegung** sowol der Oberfläche wie der Unterfläche des Stabes sind demnach

schliesslich durch Sand bezeichnet, und sind diese Sandlinien das, was man **bedeckte Knoten** zu nennen pflegt.

Kommt aber nun zur Transversalbewegung noch eine Longitudinalbewegung hinzu, so ändert sich das Aussehen der Knotenlinienfigur sehr wesentlich. Wir nehmen an, der betreffende Longitudinalton, der mit dem 13. Transversalton unisono klinge, sei der Grundton, d. h. die Longitudinalbewegung verlange für sich in der Mitte M des Stabes auf der Ober- und Unterfläche

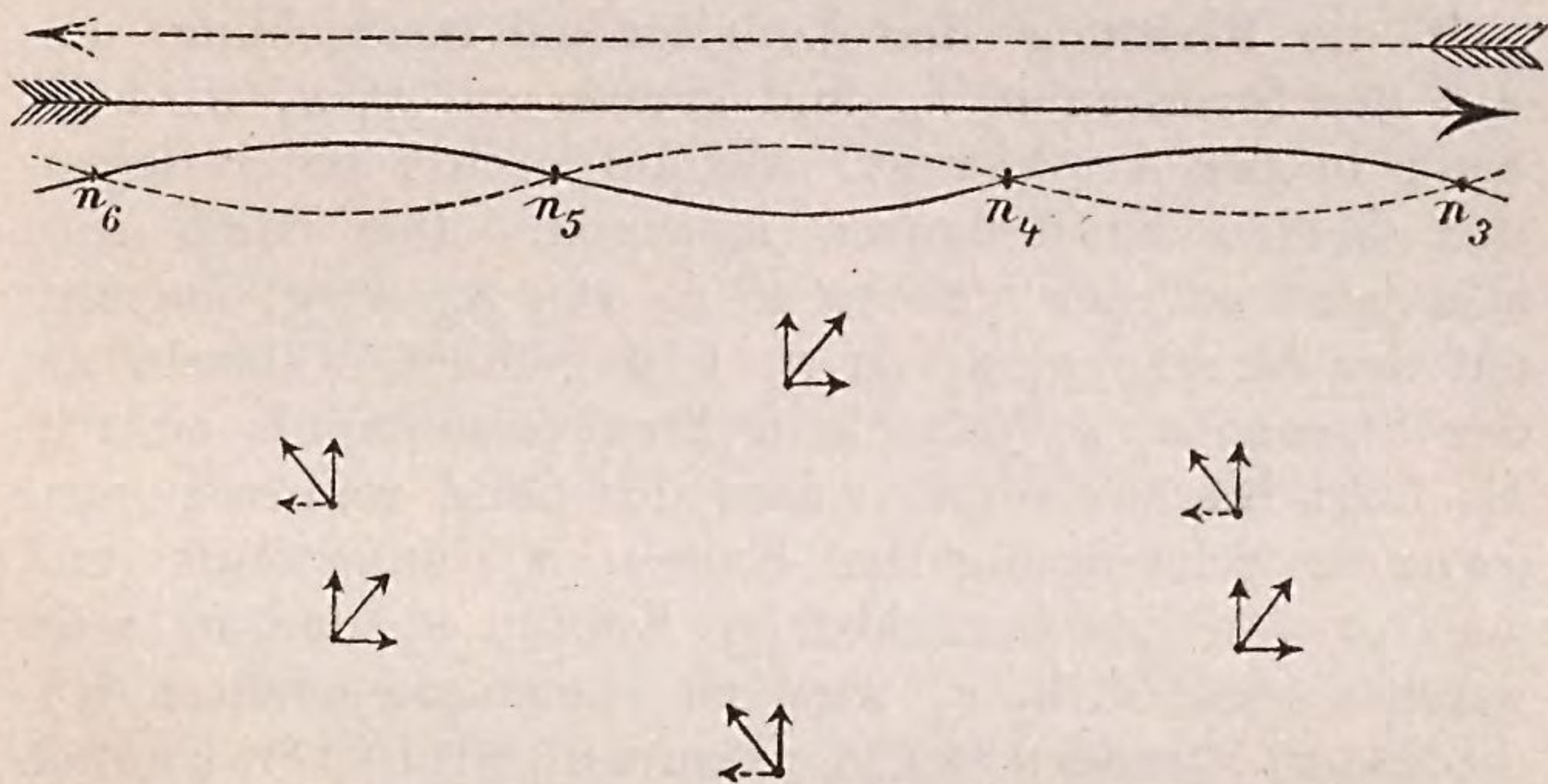


Fig. 38.

eine bedeckte Knotenlinie. Zur weiteren Versinnlichung des interessanten Zusammenhangs der Bewegungen dient die Fig. 38. Sie stellt ein Stück des Stabes rechts von seiner Mitte gelegen, der Fig. 37 gegenüber, vergrößert gezeichnet dar. Wegen der Longitudinalbewegung des Stabes würden alle Sandpartikelchen während einer halben Schwingungszeit von links nach rechts in der Richtung des ausgezogenen Pfeils, und in der andern halben Schwingungszeit von rechts nach links einen Bewegungsimpuls auf der Oberfläche des Stabes erhalten, während die Impulse der Transversalschwingungen für ein Sandpartikelchen, wie wir gesehen haben, nur von unten nach oben gerichtet sind.

Indem demnach der Stab von der ausgezogenen Lage in die gestrichelte übergeht, wird der Sand auf der Strecke $n_5 n_4$, wie eine unter dieser Strecke gezeichnete kleine Kräftefigur andeutet, überall eine resultirende Bewegung von links unten nach rechts oben erlangen, d. h. er wird vom Knoten n_5 weg und zum Knoten n_4 hin geführt werden. Auf den schwingenden Theilen $n_4 n_3$ und $n_5 n_6$ fehlen während dieser halben Schwingungszeit die Transversalimpulse. Ist der Stab aber in die gestrichelte Lage gekommen und fängt an zurückzuschwingen, so kehrt sich die Richtung der Longitudinalverschiebung um: Auf den Strecken $n_5 n_6$ und ebenso auf $n_4 n_3$ wird der Sand in der Art bewegt, wie die nächst tiefer liegenden beiden Kräftefiguren anzeigen. Der Sand wird also jetzt auf der Strecke $n_5 n_6$ von n_5 weg, dagegen auf der Strecke $n_4 n_3$ zu n_4 hin geführt, während auf der Strecke $n_5 n_4$ jetzt kein Transversalimpuls eintritt. Es folgt hieraus sofort, dass der Sand während einer ganzen Schwingung im Knoten n_4 aufgehäuft und dass er von den benachbarten Knoten n_3 und n_5 weggeführt wird, d. h. n_4 wird zu einem sogenannten bedeckten, n_3 und n_5 zu je einem unbedeckten Knoten. Es folgt demnach überhaupt, dass bei dieser Zusammenwirkung der beiden Bewegungen auf der Oberfläche des Stabes die Knoten abwechselnd bedeckte und unbedeckte werden müssen. Welche Knoten aber nun so oder so werden, das hängt davon ab, ob wir die Longitudinalschwingung zuerst in der Richtung des ausgezogenen Pfeils (Fig. 38) oder in der Richtung des gestrichelten Pfeils zur Transversalbewegung hinzukommend denken. Da wir im Vorausgehenden das erstere annehmen, so sind demnach auf der Oberfläche jetzt offenbar (vgl. Fig. 37 a) bedeckte Knoten:

$n_2 \quad n_4 \quad n_6 \quad n_6 \quad n_4 \quad n_2$

und unbedeckte:

$n_1 \quad n_3 \quad n_5 \quad n_7 \quad n_7 \quad n_5 \quad n_3 \quad n_1$

Auf der Unterfläche, wenn sie zur Oberfläche gemacht wird, muss sich die Sache umkehren. Denn jetzt wird die neue Oberfläche im Anfang eine Lage erhalten wie die gestrichelte in Fig. 38. Es sind hierbei, wenn wir mit ihr den Anfang des Zusammenwirkens der beiden Bewegungen angenommen hätten, unter die Strecken $n_6 n_5$ und $n_4 n_3$ Kräftefiguren wie in der dritten Reihe unter der Fig. 38 und beim Rückschwingen eine Kräftefigur wie in der vierten Reihe zu denken, d. h. es wird jetzt n_5 bedeckt, dagegen n_4 unbedeckt werden.

Merkwürdig gestaltet sich aber noch die Sache für die Mitte des Stabes. Da auf der Oberfläche die beiden Knoten n_7 unbedeckt sind, so wird von diesen bei der Bewegung des Stabes der Sand beiderseits nach der Mitte hingeführt. Die Mitte der Oberfläche muss demnach, wie sie durch die Longitudinalbewegung schon allein geworden wäre, eine bedeckte Knotenlinie werden. Für die Unterfläche aber werden, wie wir bereits wissen, n_7, n_7 bedeckte Knoten, und der Sand wird durch die combinirte Bewegung in der ersten halben Schwingungszeit beiderseits von der Mitte weggeführt; in der zweiten halben Schwingungszeit, wo der Berg $n_7 n_7$ sich in ein Thal umsetzt, würde von der Transversalbewegung kein Impuls ausgehen, sondern nur durch die Longitudinalbewegung allein ein Hinschieben des Sandes nach der Mitte erfolgen. Aber die combinirte Wirkung der beiden Bewegungen, wobei der Sand schief weggeschleudert wird, räumt so vollständig mit dem Sande auf, dass der Longitudinalbewegung kein Sand mehr zufällt, d. h. es muss die Mitte der Unterfläche eine unbedeckte Linie bleiben. Hiernach gestaltet sich der Zusammenhang wie in Fig. 37 *a* für die Oberfläche, *b* für die Unterfläche dargestellt ist.

Im Fall die Anzahl der Knoten der Transversalbewegung eine ungerade ist, ergibt sich z. B. bei 11 Knoten gemäss der mitgetheilten Theorie für die

Oberfl.: bedeckt	n_1	n_3	n_5	n_6	n_4	n_2
„ unbedeckt	n_2	n_4			n_5	n_3
Unterfl.: bedeckt	n_2	n_4		n_6	n_5	n_3
„ unbedeckt	n_1	n_3	n_5		n_4	n_2

woraus folgt, dass die Unterfläche (Fig. 37 d) entgegengesetzte Verhältnisse zeigt wie die Oberfläche (Fig. 37 c), nur mit Ausnahme der Mitte des Stabes, welche auch für die Unterfläche ein bedeckter Knoten bleibt.

Es war mir interessant, die Theorie, deren genaue experimentelle Begründung wir Terquem verdanken, an einem Stabe zu erproben. Zu dem Ende bezog ich von der Firma Breithaupt u. Sohn in Kassel einen möglichst genau gearbeiteten Messingstab. Seine Länge betrug ursprünglich circa 1040 mm und musste, damit der 10. Transversalton mit dem Grundtone der Longitudinalschwingungen nahezu isochron wurde, die Länge auf 979 mm verkürzt werden. Die Dicke des Stabes betrug 9,63 mm, die Breite 19,50 mm. Nach der Berechnung musste das gewünschte Unisono für die Breitenfläche eintreten, wenn man die Länge gleich 962 mm machte. Der Stab war also noch etwas zu lang, wurde jedoch unverändert gelassen. Hierauf wurde er in einen festen Schraubstock in seiner Mitte eingeklemmt, nachdem vorher um diese ein dicker Streifen Kautschuk herumgelegt war. Diese Art, das Kautschuk zu benutzen, empfiehlt sich auch hier sehr, indem einmal der Stab beim Einklemmen keinen Schaden leidet und dann beim Reiben zwischen den Fingern nicht rutscht. Als Streupulver wählte ich, wie Terquem empfiehlt, sehr fein gepulverten schwefelsauren Baryt. Es zeigten sich nun, wenn man recht wenig Pulver aufstreute, die bedeckten Knoten sehr nett, und wurden dieselben für die Ober- und Unterfläche auf einem Streifen Papier, der genau nach dem Stabe abgeschnitten war, mit einem Bleistift markirt. Hierauf wurde der Stab mit seiner breiten Seite auf Kautschukstreifen gelegt und mittels eines Violinbogens an einem Kopfe angestrichen, bis

der entsprechende Transversalton sich hören liess. Die Knoten, die sich nun bildeten, waren ausserordentlich scharf und fielen mit den bedeckten Knoten bei der Longitudinalerschütterung fast völlig genau zusammen, womit die Theorie hinreichend bestätigt war.

Der betreffende Stab besitzt solche Dimensionen, dass man auch ohne Schwierigkeit die Transversaltöne für die Stellung auf die hohe Kante herausbringt. Die Rechnung zeigte nun, dass der Longitudinalton mit dem 7. Transversalton unisono wurde, wenn die Länge des Stabes 994 mm betrug, welche von seiner wirklichen Länge um 15 mm abwich, woraus zu schliessen war, dass auch hierbei die Coincidenz der Knoten nach den beiden Erregungsweisen, wenn auch nur nahezu, eintreten musste. Eine genaue Prüfung zeigte allerdings, dass hier die Coincidenz nicht so übereinstimmend war, woraus also hervorgeht, dass die beiden Töne nicht so vollkommen im Einklang vorhanden waren wie bei der Stellung des Stabes auf die breite Kante. Die Abweichungen der Knoten bei der Longitudinalerschütterung von den Transversalknoten waren symmetrisch zur Mitte des Stabes und nahmen von den Enden nach der Mitte des Stabes hin zu.

Wir haben es im Vorausgehenden demnach mit drei verschiedenen Erregungsarten des Stabes zu thun, nämlich erstens mit der Longitudinalerregung, zweitens mit der Transversalerregung senkrecht zur Breite, d. h. in der Richtung der Höhe des Stabes, und drittens mit der Transversalerregung in der Richtung der Breite des Stabes. Nach unsern Experimenten ruft also, wenn wir die drei Arten mit L , T_1 und T_2 bezeichnen, L das T_1 und ebenso L das T_2 hervor. Es kann aber auch umgekehrt durch T_1 und T_2 das L erregt werden, d. h. ein Stab kann durch eine Transversalerschütterung eine Longitudinalbewegung erhalten. Ebenso kann aber auch T_1 das T_2 und umgekehrt hervorrufen, d. h. es kann eine Transversalbewegung eine zweite, vorzugsweise die unter 90° dagegen stattfin-

dende, Transversalbewegung hervorrufen, insbesondere wenn das Unisono der betreffenden Töne nahe erreicht ist. Ueber eine Reihe der hierher gehörigen Erscheinungen hat uns Terquem in seiner oben citirten Abhandlung Aufklärung verschafft; andere Thatsachen lassen noch weitere Untersuchungen zu. Auch hebe ich hier noch speciell hervor, dass im Vorausgehenden sich darauf beschränkt wurde, nur einige interessante Thatsachen bei prismatischen Stäben zu besprechen, dass es ausser unserer Absicht lag, auf die nicht weniger interessanten Erscheinungen bei cylindrischen Stäben und insbesondere bei Röhren einzugehen.

65. Wir wollen noch die dritte Art von Schwingungen eines Stabes betrachten, welche man nach Chladni mit dem Namen Torsionsschwingungen bezeichnet, und welche ebenfalls von diesem Forscher im Jahre 1799 entdeckt wurden. Was er darüber veröffentlichte, findet sich in den „Neuen Schriften der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin“ (II, 274—277); ferner in „Gilbert's Annalen“ (II, 87) und in seiner „Akustik“ (§§. 97, 98 und 133) niedergelegt. Die theoretischen Untersuchungen verdanken wir Poisson, „Ueber cylindrische Stäbe“, in den „Mém. de l'Acad.“ (VIII, 455); ferner Cauchy, „Ueber parallelepipedische Stäbe“ in seinen „Exerc. math.“ (IV, 47) oder auch „Mém. de l'Acad.“ (IX, 119). Sodann müssen wir noch einer Arbeit Werthheim's erwähnen in den „Annales de chimie et de phys.“ (L, 201).

Um sich einen Begriff zu machen von dem Wesen dieser Schwingungen, kann man sehr leicht ein einfaches Hülfsmittel verwenden, das in Fig. 39 versinnlicht ist. S und S_1 stellen zwei kreisrunde Blechscheiben vor, mit in gleichen Abständen an der Peripherie gebohrten Löchern, durch welche man beliebig lange Fäden hindurchziehen kann, welche Fäden die Längsfasern eines cylindrischen Stabes versinnlichen können. Hält man die eine Scheibe fest und lässt die andere an den verticalen Fäden herunterhängen, so stellen sich alle

Fäden parallel und deutet dies die Ruhelage eines Stabes an. Bringt man aus ihr jetzt das System heraus, indem man nur die untere Scheibe dreht, so nehmen die Fäden eine schiefe Lage an; lässt man die untere Scheibe wieder los, so schwingt das System zurück über die Gleichgewichtslage nach der andern Seite, von hier wieder zurück, um deutlich das zu veranschaulichen, was man unter Torsionsschwingungen zu denken hat. Freilich muss bemerkt werden, dass die Fäden in ihrer Verstellung nicht ganz genau den Vorgang wiedergeben, insofern als sie ja immer nur gerade Linien bilden, während die Fasern auf der Oberfläche eines cylindrischen Stabes, der tordirt wird, Schraubenlinien bilden. Doch können wir hiervon einmal absehen. Wollen wir unser

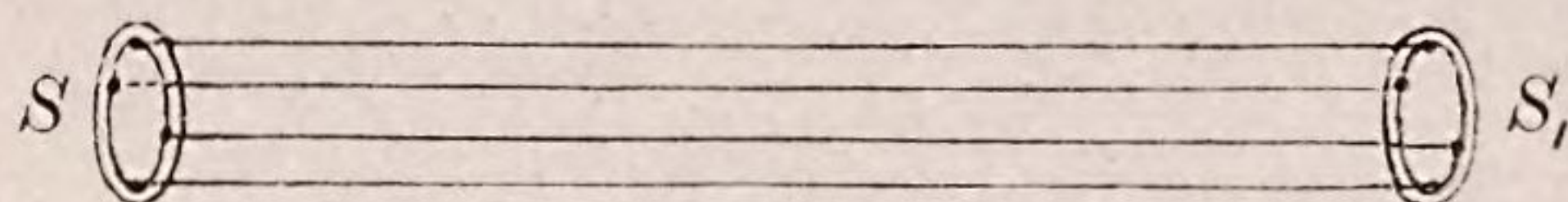


Fig. 39.

Versinnlichungsmittel der Wirklichkeit vollkommen anschliessen, so ist es ein Leichtes, eine cylindrische Pappröhre innerhalb der Fäden zu etabliren, auf deren Oberfläche nun die Fäden bei den mit ihnen vorzunehmenden Verdrehungen wirkliche Schraubenlinien bilden. Es entspricht unsere jetzige Bewegung des Systems offenbar dem Falle, wobei ein cylindrischer Stab an einem Ende eingeklemmt, mit Gewalt um seine Längsaxe gedreht und dann sich selbst überlassen wird. Er vollführt die Grundschwingung der Torsionsschwingungen. Man kann das beschriebene Hülfsmittel auch so einrichten, dass man in der Mitte der Fäden noch eine dritte Scheibe anbringt. Denkt man diese festgehalten, so kann man die eine der äussern Scheiben wie die Zeiger der Uhr, die andere — falls man in derselben Richtung der Axe hindurchsieht — umgekehrt wie die Zeiger der Uhr drehen, und so beide hin- und herbewegen. Die Fäden werden dann eine Bewegung machen, die die Grundtorschwingung eines an beiden

Enden freien Stabes bei seiner Torsionsbewegung versinnlicht. Ebenso könnte man, um den Fall zu versinnlichen, wobei beide Enden fest sind; die mittlere Scheibe allein um ihren Mittelpunkt hin- und herdrehen, während man die beiden äussern Scheiben festhält.

Nehmen wir anstatt kreisförmiger Scheiben quadratische, so würden mit einer solchen Vorrichtung sofort auch die verschiedenen Schwingungen bei der Torsionsbewegung eines quadratischen Stabes sich versinnlichen lassen.

Was die Obertöne der Torsionsschwingungen anlangt, so befolgen sie in ihrer Aufeinanderfolge genau die Gesetze der Longitudinalschwingungen. Die Töne eines an beiden Enden freien oder festen Stabes verhalten sich demgemäss wie $1 : 2 : 3 \dots$ und sind in beiden Fällen je einander gleich. Die Töne eines Stabes, der nur an einem Ende fest ist, stehen im Verhältniss von $1 : 3 : 5 \dots$ und sind auch je um eine Octave tiefer wie die der beiden andern Fälle.

Bedeutet L wiederum die Länge des Stabes, E den Längenelasticitätsmodulus, so ist für einen cylindrischen Stab in den beiden ersten Fällen

$$N'' = \frac{n''}{2L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{2 \cdot s \cdot (1 + \alpha)}} \dots \dots \dots (40),$$

im dritten Falle aber

$$N'' = \frac{(2n'' - 1)}{4L} \sqrt{\frac{E \cdot g}{2 \cdot s \cdot (1 + \alpha)}} \dots \dots \dots (41),$$

wobei noch bemerkt werden muss, dass unter α das Verhältniss der Quer- zur Längenänderung zu verstehen ist, falls ein Stab durch ein Gewicht eine Ausdehnung erfährt. Dieses α ist eine Zahl, welche Werthe zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{3}$ annehmen kann, je nachdem ein verschiedenes Material oder auch verschiedene Zustände — hart, weich — desselben Materials in Betracht kommen.

Schnebeli¹ fand z. B. für harten Stahl $\alpha = 0,296$, für weichen $\alpha = 0,306$. Nehmen wir demgemäss für Stahl $\alpha = 0,3$ an, so würde das Verhältniss der Longitudinalschwingungen N' zu den je entsprechenden Torsionsschwingungen N'' , indem ja $n' = n''$ gesetzt werden muss, für alle drei Fälle

$$\frac{N'}{N''} = \sqrt{2(1 + \alpha)} = \sqrt{2,6} = 1,612 \quad (42)$$

sein.

Bei dem oben S. 168 aufgeführten Stahlstabe wurden die beiden Töne erzeugt und nach ihnen der Longitudinalton einer Saite des Weber'schen Monochords unisono gestimmt. Es ergab sich für den Longitudinalton eine Saitenlänge gleich 1344 mm, für den Torsionston eine solche gleich 2162, demgemäss

$$\frac{N'}{N''} = \frac{2162}{1344} = 1,609,$$

welcher Werth mit dem berechneten sehr nahe übereinstimmt.

Die Erregung der Torsionstöne bei cylindrischen Stäben oder Röhren gelingt leicht, insbesondere die des Grundtones. Zu dem Ende bohrt man in einen etwa 3 cm dicken guten Kork ein möglichst glattes Loch, welches nahe der Stabdicke entspricht; schneidet dann den Kork der Länge nach in zwei Hälften und bestreut diese mit Kolophonium. Fasst man dann gegen das Ende des Stabes hin diesen zwischen die, mit einer Hand zusammengehaltenen, Korke und dreht den, in seiner Mitte von der andern Hand gefassten, Stab hin und her, so wird man bald den Torsionston vernehmen.

Etwas anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn die Stäbe einen rechteckigen Querschnitt besitzen,

¹ Poggendorff's Annalen, CXL, 589 (1870).

was schon daraus erhellt, dass man jetzt die Stäbe nicht in der soeben mitgetheilten Manier, sondern mit Hülfe eines Violinbogens in die betreffenden Schwingungen versetzen muss. Am bequemsten lässt sich hier der Fall verfolgen, wobei ein Ende fest, das andere frei ist. Spannt man einen solchen Stab in einen Schraubstock ein, sodass die Breitseiten gefasst werden, und streicht ihn an der schmalsten Seite mit einem Violinbogen an, so wird man die betreffenden Schwingungen, beziehungsweise die Töne, bald erhalten,

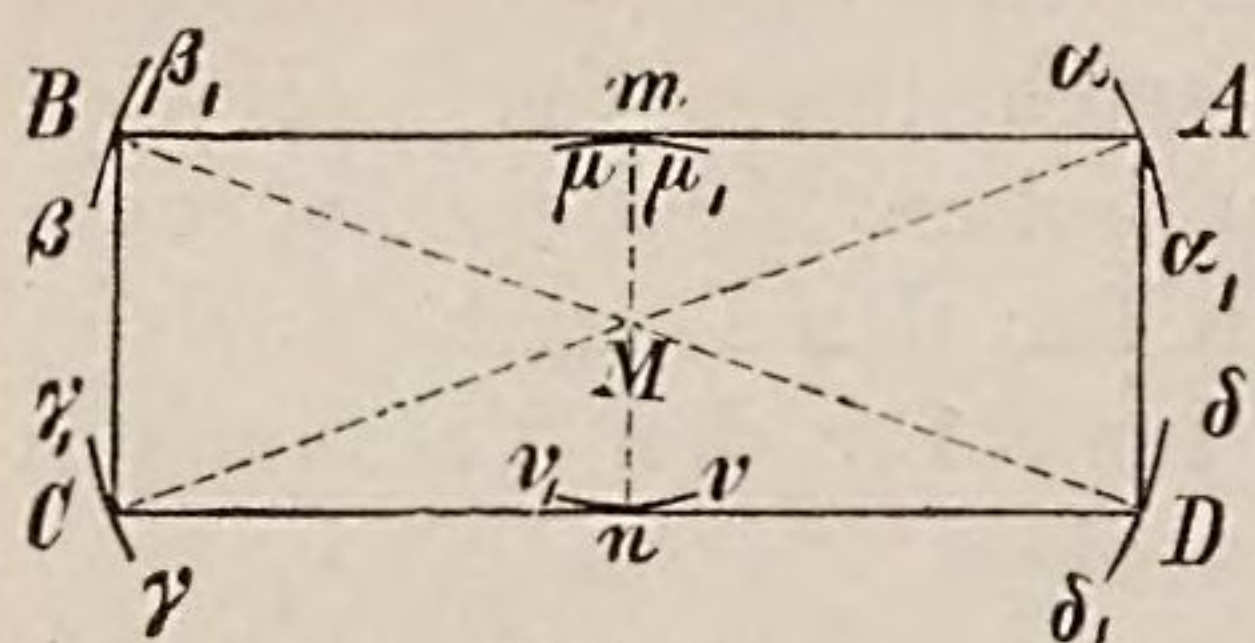


Fig. 40.

doch gehört dazu, dass die Stäbe im Verhältniss zu ihrer Breite eine merklich kleinere Dicke besitzen, weil sonst wol anstatt der Torsionsbewegung die Transversalbewegung eintritt. Am leichtesten wird es daher

gelingen, wenn man einen Streifen Bandeisen verwendet. Doch können auch schon platte Eisen- oder Stahlstäbe gewählt werden. Ich benutzte z. B. einen möglichst regelmässigen Stahlstab, wie man ihn im Handel zu kaufen bekommt, von 4,7 mm Dicke und 18,4 mm Breite, ebenso einen langen Stahlstab von 1698 mm Länge, 5,1 mm Dicke und 17,0 Breite. Wenn Stücke von diesem in einen schweren Schraubstock so eingespannt wurden, dass dieser die Breitseiten fasste, so konnten durch Streichen mit dem Violinbogen an einer Längskante die Torsionstöne sehr leicht erhalten werden.

Die Knotenlinien, die bei einem solchen Stabe auf den Breitseiten sich bilden, sind interessant. Was zunächst den Grundton anlangt, so leuchtet ein, wie hierbei eine gerade Linie auftreten muss, welche den Stab in zwei der Länge nach symmetrische Hälften theilt. Fig. 40 wird zum Verständniss des Zusammenhangs beitragen. $ABCD$ stellt einen Querschnitt eines rechteckigen Stabes senkrecht zur Längsaxe vor. Wenn nun die Kante A etwa in der Richtung $\alpha\alpha$, mit dem Violinbogen angestrichen

wird, so leuchtet ein, dass die Punkte dieser Kante und ebenso die der Kanten B , C und D innerhalb der Bahnstrecken $\alpha\alpha, \dots \delta\delta$, hin- und herschwingen, d. h. nahezu Kreisbögen beschreiben, deren Radien $MA = MB \dots$ sind. Desgleichen werden die Mitten m und n der Ober- und Unterfläche des Stabes kleine Bögen $\mu\mu$, und $\nu\nu$, beschreiben, deren lineare Ausdehnung offenbar viel kleiner sein muss wie die von

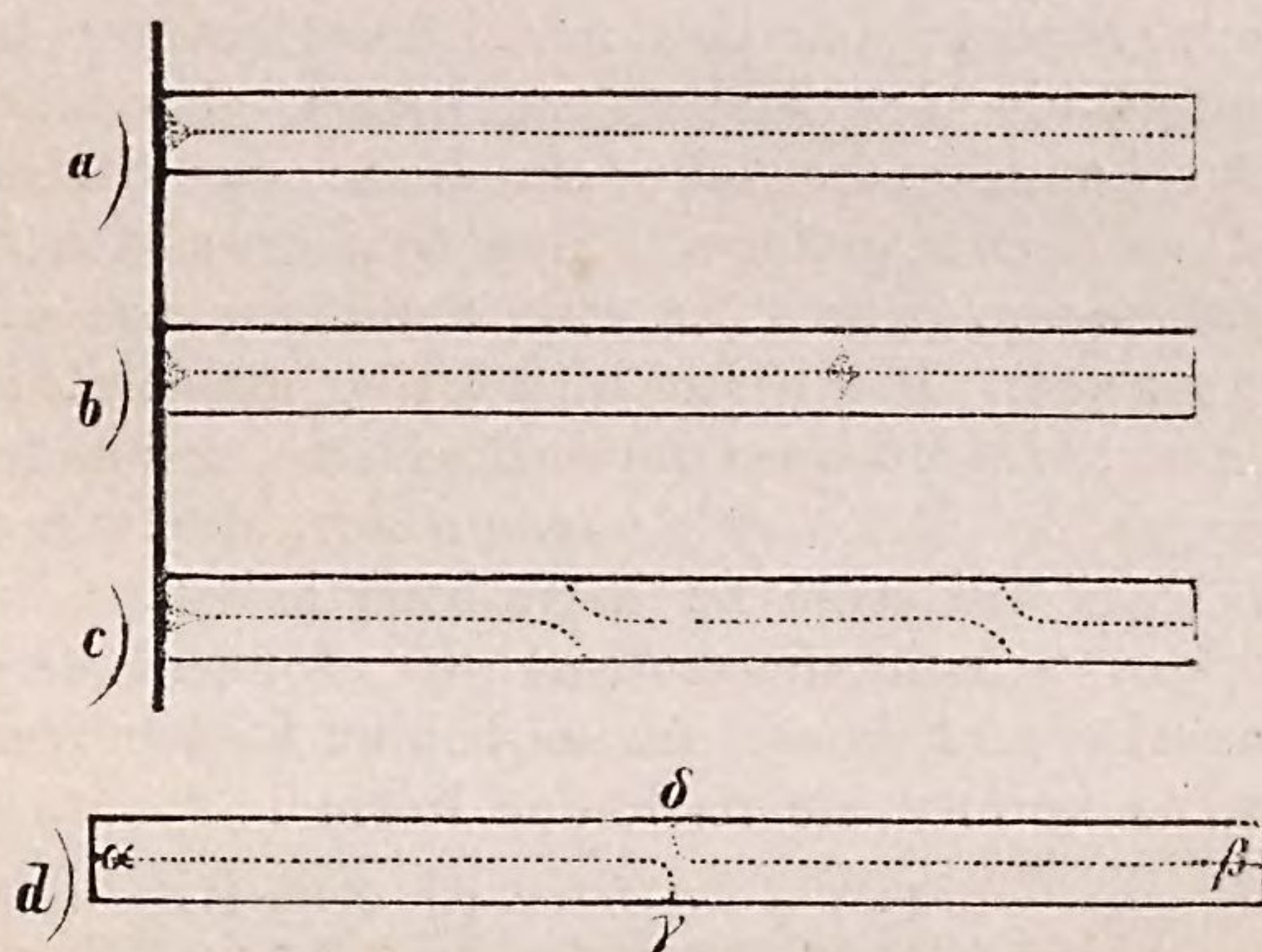


Fig. 41.

$\alpha\alpha, \dots$, und die auch sehr nahe mit den geraden Durchschnitlinien AB und CD zusammenfallen werden, während die Punkte der Kanten merklich über die Ruhelage der Ober- und Unterfläche hinauskommen. Alle zwischen der Mittellinie m und den Kanten A und B liegenden Punkte werden infolge davon um so mehr aus der Ruhelage herauskommen, je mehr sie von der Mitte m nach A oder B hin liegen und umgekehrt. Es erklärt sich hieraus, warum bei der Grundschiwingung der Sand nur längs der Mittellinie m liegen bleibt (Fig. 41 a). Weicht diese Knotenlinie von einer Geraden ab, so ist hierfür die unregelmässige Einklemmung oder auch eine Unregelmässigkeit im Gefüge des Stabes die

Ursache. Bei dem zweiten und dritten Obertone gestalten sich die Knotenlinien wie in Fig. 41 *b* und *c*.

Will man die Torsionstöne herausbringen, die ein an beiden Enden freier Stab liefert, so verfähre ich in folgender Weise: Drei Korke werden, nach oben in eine Schneide verlaufend, abgeschnitten. Einer derselben kommt nun mit der Schneide senkrecht zur Längsrichtung des Stabes unter die Mitte des letztern, die beiden andern aber kommen an die Enden des Stabes und zwar mit der Schneide parallel zur Längsrichtung in die Längsmittellinie des Stabes zu liegen. Streicht man nun eine Längskante mehr am Ende des Stabes an, so wird es leicht gelingen, den Grundton des Stabes herauszubringen, wobei er eine Sandfigur wie die der Fig. 41 *d* zeigt. Die Figur bildet also eine Art Kreuz, dessen einer Arm $\gamma\delta$ quer durch die Mitte, der andere $\alpha\beta$ längs durch die Mitte geht; eine Figur, die wir später bei Scheiben wiederum zu betrachten haben.

Was die Schwingungszahlen der Grundtöne bei rectangulären Stäben, die an beiden Enden frei sind, anlangt, so können sie nach der Formel

$$N'' = \frac{1}{2L} \cdot \frac{a \cdot b}{a^2 + b^2} \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{E \cdot g}{s}} \quad (43)$$

berechnet werden, wenn L die Länge, a die Dicke und b die Breite des Stabes bedeutet. Es ist hierbei ferner zu bemerken, dass nach den Untersuchungen Werthheim's unter dem Wurzelzeichen noch ein Correctionsfactor c anzubringen ist, dessen Werth vom Material des Stabes und auch von den Dimensionen desselben abhängt. Eine möglichst genaue directe Bestimmung von N'' bei einem Stabe ergab für den Grundton 500 Schwingungen. Nehmen wir $E = 19500$, $s = 7,8$ an, so berechnet sich N'' gleich 495 Schwingungen, welches Resultat zeigt, dass c einen Werth grösser als 1 erhalten müsste. Doch kann darüber so lange nicht mit Bestimmtheit geurtheilt werden, als man den Werth von E bei einem solchen Stabe nicht genau kennt und

als auch die Annahme des Werthes von $s = 7,8$ der Wirklichkeit wol nicht ganz entspricht. Ferner werden auch bei einem im Handel bezogenen Stabe die Dimensionen a und b nicht so regelmässige sein.

Setzen wir in obiger Formel $a = b$, so wird für einen quadratischen Stab

$$N'' = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad (44).$$

Noch können wir den Fall betrachten, wenn a gegenüber b sehr klein ist. Dividiren wir im Ausdruck $\frac{a \cdot b}{a^2 + b^2}$ im Zähler und Nenner jetzt mit b und setzen $\frac{a^2}{b}$ gleich Null, so würde

$$N'' = \frac{1}{2L} \cdot \frac{a}{b} \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{E \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad (45)$$

werden. Es würden demgemäss die Töne zweier solcher dünnen Lamellen sich direct wie die Dicken und umgekehrt wie die Breiten verhalten.

Es leuchtet wol ein, dass auch die Torsionsschwingungen mit transversalen und longitudinalen combinirt vorkommen können, und hat insbesondere auch hier Terquem in seiner oben angeführten Abhandlung den Zusammenhang entwickelt.

Ferner müssen wir hier noch einer Arbeit Guthrie's erwähnen, welche im „Philos. Magazine“ unter dem Titel „On certain Vibrations of Solids“ im Jahre 1880 erschien, und worin insbesondere die Gesetzmässigkeiten der Torsionsschwingungen von Lamellen in übersichtlicher Weise dargestellt worden sind.

NEUNTES KAPITEL.

Schwingungen ebenflächiger Scheiben.

66. Die Erscheinungen, welche hierher gehören, sind in erster Linie diejenigen, welche den Namen Chladni in aller Welt berühmt gemacht haben, und mit deren Bekanntwerden die Akustik in ein neues Stadium trat, derart, dass Entdeckungen auf Entdeckungen folgten. Die Chladni'schen Klangfiguren, wer kennt sie nicht? Wen fesseln nicht diese Gebilde, wenn sie wie im Moment hervorgezaubert erscheinen? Schon Galilei berichtet, dass Sand auf schwingenden Körpern in eine hüpfende Bewegung gerathe; doch ist es unzweifelhaft zuerst Chladni gewesen, der dieses Phänomen genauer auffasste und hierdurch nun der eigentliche Entdecker der Figuren wurde, die nach ihm ihren Namen erhielten. Die Veranlassung zur Entdeckung gab Lichtenberg in Göttingen durch die von ihm zuerst 1771 dargestellten Lichtenberg'schen Figuren, welche bekanntermaassen entstehen, sobald auf eine Harzfläche ein positiv oder negativ elektrischer Funke überspringt und man dann auf die betreffende Stelle des Harzes feinen Staub, insbesondere Schwefel und Mennige aufstreut. Diese interessanten Erscheinungen brachten Chladni auf die Idee, es möchte wol Sand, der auf schwingende Flächen aufgestreut würde, auch eine bestimmte Figur bilden, und siehe da, als er auf eine kreisförmige Metallscheibe, die in ihrer Mitte festgehalten wurde, Sand streute und sie dann am Rande

mit einem Violinbogen anstrich, bildete sich, als die zuerst wahrgenommene Klangfigur, ein zehnstrahliger Stern, wie ihn unsere Fig. 42 versinnlicht. Man kann sich wol die Ueberraschung Chladni's vorstellen und begreift, wie er sofort diesen Dingen eifrig nachging, bis er im Jahre 1787 seine berühmte Schrift „Entdeckungen über die Theorie des Klanges“ in Leipzig erscheinen liess, welche Schrift das Wesen der Klangfiguren näher beleuchtete und die Aufmerksamkeit aller Gebildeten auf sie lenkte. Chladni, der vielfach auf Reisen seine Entdeckungen bekannt machte, wurde zu einer gefeierten Persönlichkeit, wie insbesondere auch daraus erhellt, dass Napoleon I. sich so lebhaft für ihn und seine Entdeckungen interessirte, dass Chladni im Februar 1809 an einem Dinstage abends 7 Uhr in den Tuileries sich dem Kaiser in Gegenwart seines Hofes und mehrerer berühmten Gelehrten vorstellen musste, um insbesondere die Klangfiguren darzustellen und auch das von ihm erfundene Instrument, den Clavi-cylinder, vorzuführen.¹

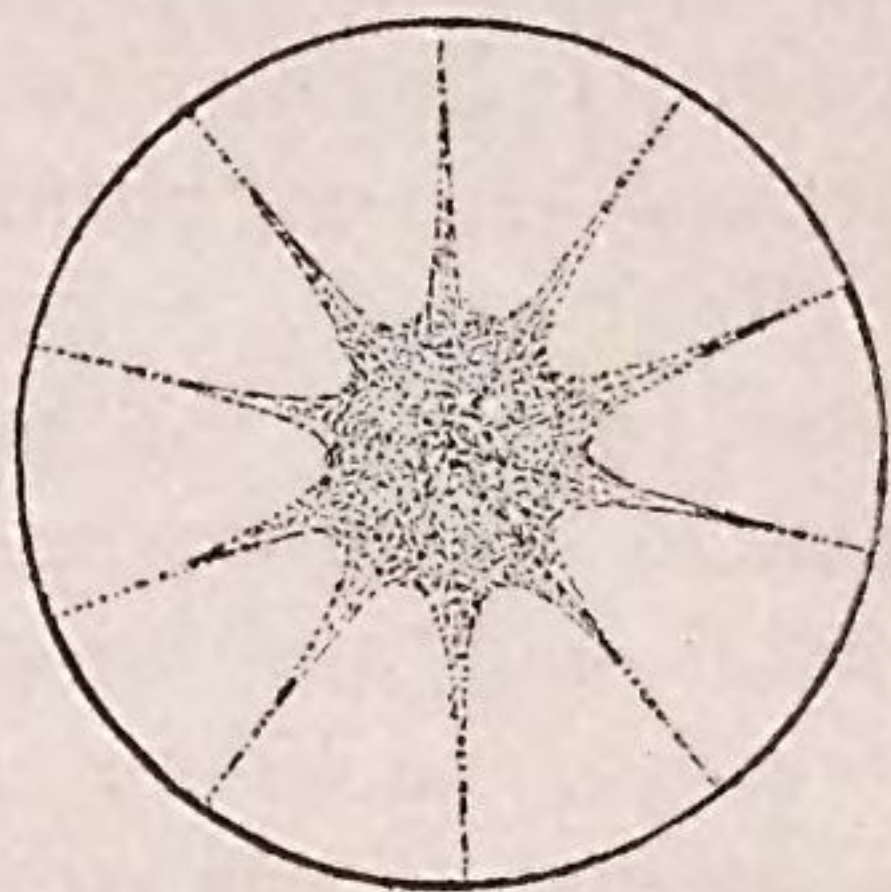


Fig. 42.

Dieser Vortrag Chladni's vor Napoleon hatte auch die Folge, dass ersterer veranlasst wurde, seine „Akustik“, welche 1802 erschienen war, in verbesserter Form als „Traité d'Acoustique“ 1809 in französischer Sprache erscheinen zu lassen, und insbesondere noch die weitere Folge, dass ein Preis ausgesetzt wurde für eine mathematische Behandlung der Erscheinungen bei schwingenden Flächen. Dieser Preis wurde im Jahre 1816 von einer Dame, Sophie Germain

¹ Den hochinteressanten Bericht, den Chladni selbst von dieser Audienz gegeben hat, findet man in der musikalischen Zeitschrift „Cäcilia“, Bd. 5 (Heft 18); ferner in meiner Programmschrift „Ueber Chladni's Leben und Wirken nebst einem chronologischen Verzeichniss seiner literarischen Arbeiten“ (Marburg, Elwert, 1866).

(1776—1831), durch ihre Schrift „Recherches sur la théorie des surfaces élastiques“ gewonnen, ohne dass jedoch das hier in Betracht kommende Problem eine endgültige Lösung erfuhr, im Gegentheil, es ist in seiner allgemeinen Lösung ein so schwieriges, dass es selbst in unserer Zeit noch nicht völlig gelungen ist, dasselbe auf theoretischem und experimentellem Wege zu bewältigen, wiewol die hervorragendsten Mathematiker und Physiker diesem Gegenstande fortwährend ihre Aufmerksamkeit zuwandten. Unsere Aufgabe soll hier insbesondere sein, eine Uebersicht zu gewinnen über die verschiedenen Arten der Klangfiguren, welche auf einer ebenen Scheibe sich bilden können, und betrachten wir zunächst die eigentlichen Chladni'schen Klangfiguren, auf welche sich bisjetzt die theoretischen Untersuchungen fast ausschliesslich beziehen.

Man erhält bekanntermaassen dieselben, wenn man eine Scheibe, sie mag eine äussere Begrenzung haben, welche sie wolle, in passender Weise festhält oder unterstützt und am Rande mittels eines Violinbogens anstreicht, nachdem man vorher trockenen Sand auf die möglichst trockene Scheibe gestreut hat. Sehr vorthellhaft kann man aber auch ein Streichstäbchen verwenden, indem man dieses auf die Scheibe senkrecht aufkittet und durch Reiben desselben mit nassen Fingern bestimmte Töne der Scheibe hervorbringt. Zur Unterstützung der Scheiben empfiehlt es sich sehr, auf konische Korke oben ein kleines Stückchen Klavierfilz aufzukleben und diese Füsse passend unter der Scheibe zu vertheilen. Denn offenbar müssen diese Füsse so gestellt werden, dass die Scheibe einmal gehörig festliegt und ausserdem so, dass durch die Unterstützungspunkte eine Knotenlinie des Tones, der erklingen soll, hindurchläuft. Mit vier solchen Füßen wird man immer zum Ziel gelangen.

Das Material der Scheiben kann verschieden sein. In den meisten Fällen, namentlich wenn man grössere Flächen zu wählen hat, wird man sich der Glasscheiben,

insbesondere von Spiegelglas gefertigt, bedienen müssen. In gleicher Weise können Metallscheiben vorzugsweise von Messing verwendet werden. Ferner lassen sich sehr wol auch Scheiben von Gips herstellen, und endlich werden auch da, wo man Scheiben wünscht, welche nach zwei verschiedenen Richtungen hin ein verschiedenes Gefüge haben, Scheiben von Resonanzholz verwendet.

Die äussere Umgrenzung kann unendlich mannigfaltig sein, wie man sich sofort überzeugt, wenn man ein irgendwie begrenztes Stück Glas verwendet und versucht, ihm in einer der angedeuteten Weisen Töne zu entlocken. Ein dickes

Stück Spiegelglas, als Bruchstück von einer grossen Glasscheibe, von der Form der Fig. 43, wurde auf vier Füsschen gesetzt und mittels eines Streichstäbchens zum Tönen gebracht. Es zeigten sich bei drei verschiedenen Stellungen der Füsse und drei verschiedenen Befesti-

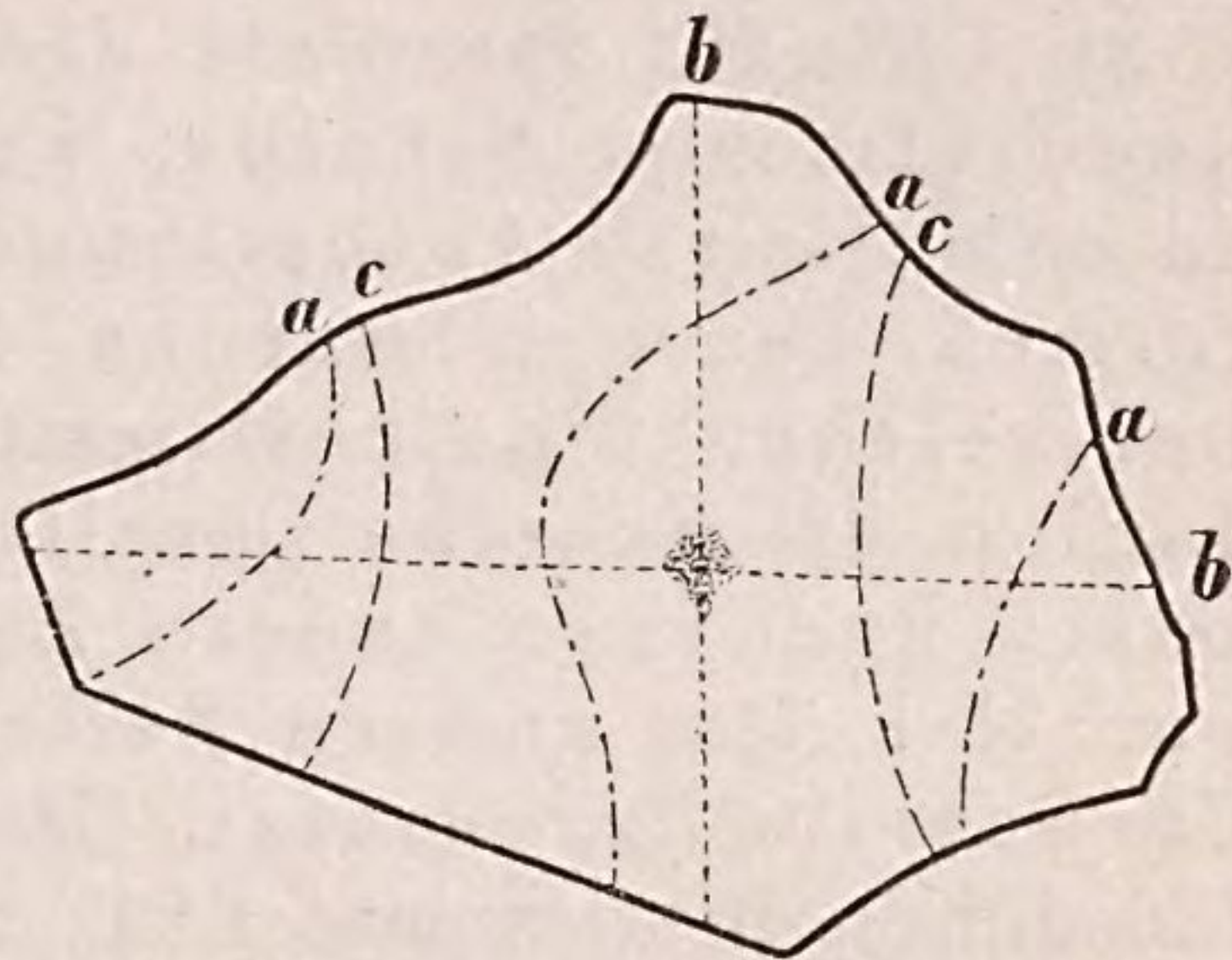


Fig. 43.

gungsstellen des Stäbchens die Knotenlinien Fig. 43 *a*, *b* und *c*, und zwar in der grössten Nettigkeit. Die zu den betreffenden Tönen gehörenden Schwingungszahlen waren 640, 356 und 242.

67. Es leuchtet ein, dass es zunächst bei den hierher gehörigen Fragen geboten erschien, aus der unendlichen Mannichfaltigkeit der Formen einzelne herauszuwählen, die sich durch besondere Einfachheit auszeichnen, und hat sich Chladni mit kreisrunden, elliptischen, halbkreisrunden, rechteckigen, quadratischen, sechseckigen und dreieckigen Scheiben beschäftigt. Wir wollen einige Hapterscheinungen bei quadratischen und kreisförmigen Platten betrachten.

Was Chladni über die Schwingungsarten der erstern erforscht hat, ist von ihm insbesondere ausführlich in seiner Schrift „Neue Beiträge zur Akustik“ (1817) dargestellt worden. Als allgemeine Sätze für quadratische Scheiben lassen sich hiernach folgende anerkennen:

1) Jedem Ton, den eine Scheibe ohne Zwang bei einer bestimmten Unterstützung zu geben vermag, entspricht eine ganz bestimmte Figur der Knotenlinien.

2) Je nach der Art, wie die Unterstützung sich ändert, kann es sich aber auch ereignen, dass demselben Tone verschiedene Klangfiguren zugehören.

3) Chladni fasst als die Abtheilungen einer quadratischen Scheibe, worauf alle und noch so complicirte Abtheilungen und Schwingungsformen bezogen werden können, solche auf, bei welchen eine bestimmte Anzahl m gerader Linien die Scheibe parallel dem einen Seitenpaar, und eine andere Zahl n gerader Linien parallel dem andern Seitenpaar des Quadrats die Scheibe durchsetzt. Demgemäss wird z. B. nach Chladni die Bezeichnung $1 | 1$, $2 | 0$, $2 | 1$, $2 | 2$ Grundformen bedeuten, wie sie in unserer Fig. 44 a , b , c , d dargestellt sind.

4) Diese Fundamentalformen kommen aber meistens nicht zu Stande, sondern statt ihrer krummlinige Knotenlinien, welche Abweichungen Chladni mit dem Namen „Verzerrungen“ bezeichnet. Der Hauptgrund, weshalb diese Verzerrungen als blosse Modificationen der Fundamentalformen betrachtet werden, ist für ihn der, dass zu ihnen dieselben oder nahezu dieselben Töne gehören.

5) Die Verzerrungen treten in der Weise ein, dass eine Gerade sich entweder in eine nach aussen convexe oder concave Curve verwandelt, oder auch so, dass Theile einer Geraden

mit Theilen anderer Geraden sich zu einer Curve zusammensetzen, wie wir hernach deutlicher sehen werden.

6) Die Schwingungsfiguren werden um so complicirter, je höher die betreffenden Töne sind.

7) Die Intervalle benachbarter Töne sind um so kleiner, je höher die Töne sind.

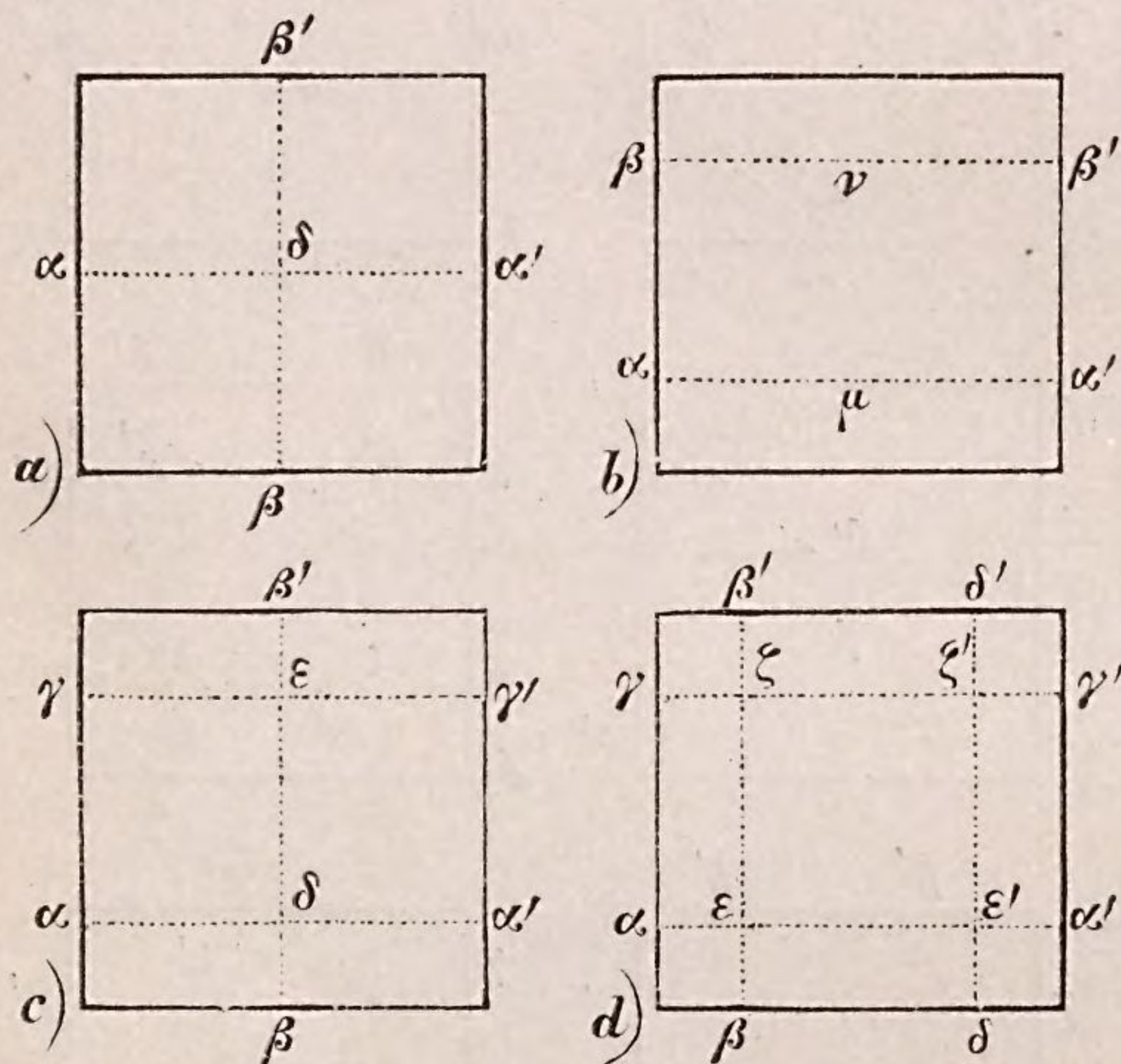


Fig. 44.

8) Zwei durch Knotenlinien getrennte Theile einer Scheibe befinden sich in demselben Moment immer in einer zur Ruhelage entgegengesetzten Lage, sodass, wenn die Scheibe z. B. horizontal liegt, der eine Theil über, der andere Theil zu gleicher Zeit unter dem Horizont in Bewegung begriffen ist.

9) Die Schwingungsfelder einer Scheibe können begrenzt werden theils von Curven oder Geraden allein, theils von Curven und den ge-

radlinigen, entweder ganzen oder stückweisen Seiten der Scheiben. Die geringste Zahl der Schwingungsfelder ist Zwei, Fig. 45 *a* (vielleicht auch, wie wir später sehen werden, blos Eins), die grösste unbegrenzt.

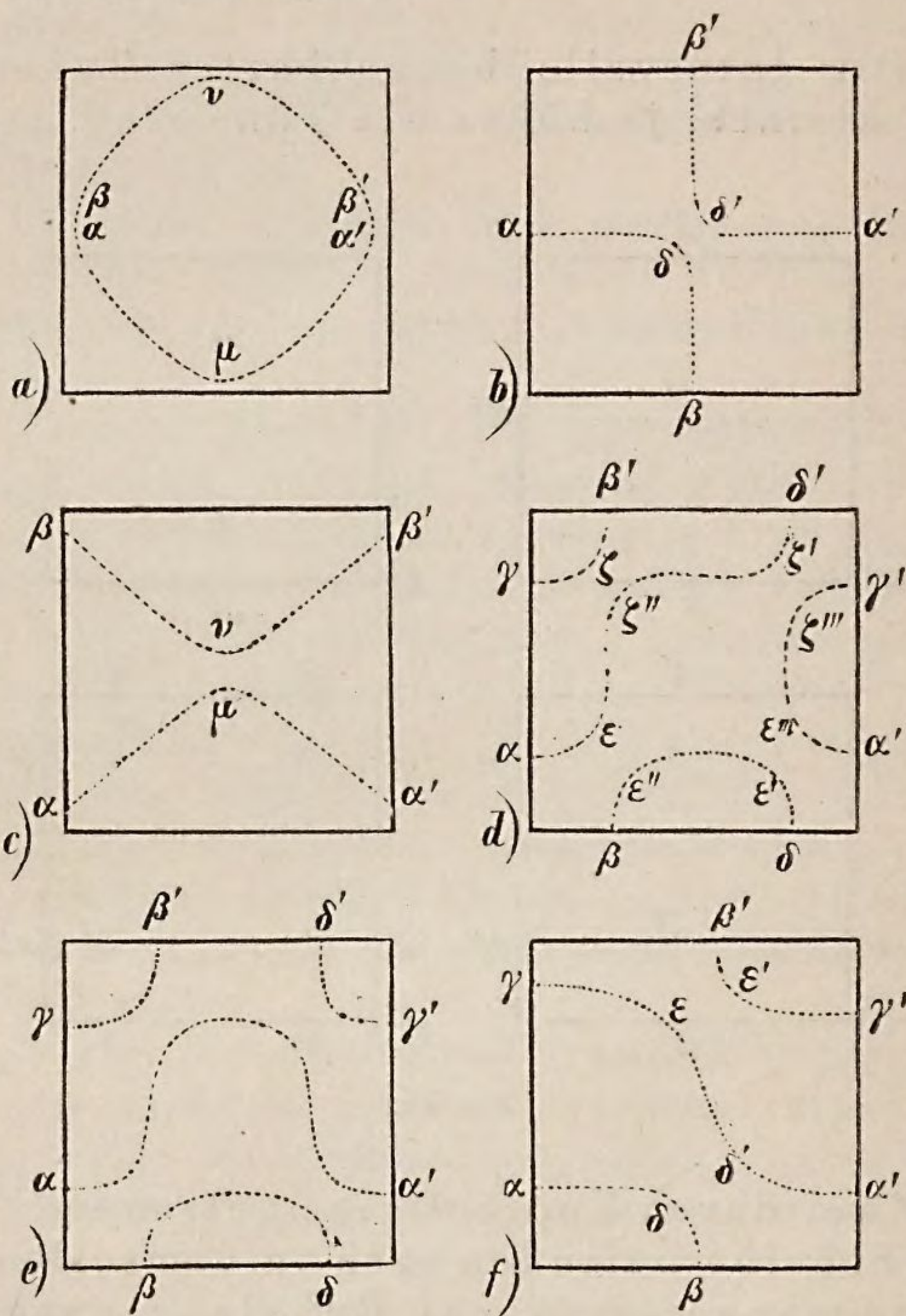


Fig. 45.

In der Fig. 45 *a* ist demnach die Sache so zu denken, dass während der von der kreisähnlichen Knotenlinie umschlossene Theil nach oben schwingt, gleichzeitig der ganze übrige ringsherum nach aussen liegende Theil sich nach unten bewegt, und umgekehrt.

auf diesem Theile der Akustik sehr werthvolle Er-
 rungenschaften. Es finden sich die hierher gehörenden
 Arbeiten in „Poggendorff's Annalen“¹ niedergelegt, und
 müssen wir einige Hauptpunkte aus denselben hervor-
 heben.

Wenn man versucht, die Fundamentalformen der Kno-
 tenlinien nach Chladni, wobei gerade Linien sich durch-
 schneiden sollen, herauszubringen, so kann insbesondere
 die Fig. 45 *b* sehr leicht erhalten werden. Es scheint bei
 oberflächlicher Betrachtung hiernach so, als habe man ein
 Kreuz vor sich, erzeugt durch zwei Geraden $\alpha\alpha'$ und $\beta\beta'$,
 die sich in dem Mittelpunkt der Scheibe durchschnitten.
 Eine genauere Prüfung zeigt jedoch, dass anstatt dieser
 Auffassung die, in der Fig. 45 *b* wirklich gezeichnete,
 Figur angenommen werden muss, wonach sie als aus
 zwei Hyperbeln $\alpha\delta\beta$ und $\alpha'\delta'\beta'$ zusammengesetzt
 erscheint. Bei dieser Prüfung überzeugt man sich so-
 fort, dass die Art des Einspannens der Scheibe nicht
 gleichgültig ist. Eine Einspannung in der gewöhnlichen
 Weise mittels einer Klemmvorrichtung muss man über-
 haupt, wenn es sich um hierher gehörige Fragen han-
 delt, vermeiden und statt ihrer die Unterstützungen
 auf der Unterfläche allein zur Anwendung bringen, in-
 dem man die Scheibe auf die oben angegebene Weise
 auf Korke legt, welche oben kleine Filzstückchen oder
 Gummistückchen tragen. Nur bei dieser Art der Fest-
 legung der Scheibe schwingt sie möglichst ohne Zwang
 und zeigt Knotenlinien ihrer Eigenschwingungen,
 während eine starre Einklemmung im Stande ist, den
 Zug einer Klangfigur zu ändern und namentlich be-
 wirkt, dass die Scheitelpunkte δ, δ' der Hyperbeln
 (Fig. 45, *b*) näher aneinander- oder weiter auseinander-
 gehen. Chladni hielt zwischen zwei Fingern der linken
 Hand die Scheibe fest; es sammelt sich bei diesem
 Modus des Festhaltens oder auch, wenn die Scheibe

¹ IV, 205—218 (1825); XVIII, 198—225 (1830); XCV,
 577—602; CXLVI, 319—320.

mittels einer Klemme in der Mitte festgeklemmt wird, um die Einklemmstelle herum Sand, der schon von einer gewissen Grenze an sich nicht mehr bewegt. Die Stelle der Mitte und ihre nächste Umgebung wird somit nicht in ihrer freien Thätigkeit erkannt. Gelingt es, die Scheibe völlig trocken zu erhalten, da nur bei einer solchen Scheibe der Sand noch nahe um die Mitte herum sich bewegt, und steht ausserdem die Scheibe vollkommen horizontal, so zeigen sich anstatt des Kreuzes zwei hyperbolische Aeste.

In gleicher Weise bietet die Fig. 45 *c* Gelegenheit, sich davon zu überzeugen, dass dieselbe nicht ein Kreuz ist, durch die Diagonalen erzeugt, sondern eine Hyperbel mit ihren beiden Aesten $\alpha\mu\alpha'$ und $\beta\nu\beta'$.

Offenbar gehört die Fig. 45 *b* dem Chladni'schen Schema 1 | 1 an, und die Verzerrung Fig. 45 *b* im Chladni'schen Sinne besteht darin, dass die Strecken Fig. 44 *a*, $\alpha\delta$ und $\beta\delta$, $\alpha'\delta$ und $\beta'\delta$, sich zu einer nach aussen concaven Curve umgebildet haben. Die Fig. 45 *c* ist das Chladni'sche Schema 2 | 0; denn er fasst sie als eine Verzerrung auf, wobei die Geraden $\alpha\mu\alpha'$ und $\beta\nu\beta'$ der Fig. 44 *b* sich nach aussen in concave Curven umgewandelt haben. Es kann nach Chladni auch das Umgekehrte eintreten. Die Geraden können nach aussen convex werden und kann so, wenn die Enden α und β , α' und β' sich begegnen, eine geschlossene Curve Fig. 45 *a* herauskommen. Auch diese Figur wäre also eine Verzerrung der Figur 2 | 0, was schon bei oberflächlicher Betrachtung wol nicht zugegeben werden kann, zumal der Ton von Fig. 45 *a* um eine Terz und mehr höher sein kann wie 45 *c*.

Eine Figur wie 44 *c* erhält man nie, sondern statt ihrer stets Fig. 45 *f*, wobei aus den beigesetzten Buchstaben leicht zu erkennen ist, wie Chladni die betreffende Verzerrung auffasst.

Ebenso wird man leicht erkennen, wie die Fig. 45 *d* und 45 *e* als Verzerrungen von 44 *d* anzusehen sind.

Nach Strehlke sind demnach die sogenannten Ver-

zerrungen Chladni's das, was regelmässig eintritt, während gerade Linien weder im parallelen Verlaufe noch sich gegenseitig durchschneidend vorkommen.

68. Eine bemerkenswerthe Auffassung von dem Zustandekommen der Chladni'schen Figuren verdanken wir Wheatstone. Im Jahre 1833 veröffentlichte dieser Forscher in den „Philosoph. Transactions“, S. 593 — 633, unter dem Titel „On figures obtained by strewing sand of vibrating surfaces commonly called acoustics figures“ eine Abhandlung, in welcher er zeigt, wie man das Entstehen der Klangfiguren dadurch erklären kann, dass man eine Superposition zweier Schwingungen zugibt, welche gleichzeitig die Scheibe durchsetzen, sodass durch das Zusammenwirken hiervon die Scheibe eine resultirende Bewegung annimmt und die Klangfiguren als die Interferenzlagen an denjenigen Stellen auftreten, wo die gegenseitigen Bewegungen sich aufheben. Die ursprünglichen Einzelbewegungen oder Componenten würden die Scheibe jede für sich so abtheilen, dass gerade Linien als Klangfiguren herauskämen und zwar so, dass diese Geraden alle miteinander parallel laufen. Zwei solche Systeme liefern dann eine Resultante, deren Form zunächst abhängt

- 1) von dem Winkel, unter dem die beiden Systeme sich durchkreuzen;
- 2) von der Zahl der jedem System angehörigen geraden Linien;
- 3) von der Phasendifferenz, unter welcher das Zusammentreffen stattfindet.

Wir beschränken uns mit Wheatstone nur auf quadratische Flächen und auch hier nur auf einige einfache Fälle.

Erster Fall. Fig. 46 *a*. Zwei Componentenbewegungen sind parallel zu den Diagonalen des Quadrats angenommen und zwar so, dass die Componente I für sich in den dick ausgezogenen Geraden *AB* und *CD*, die Componente II in den Geraden *BD* und *AC*

Ruhelinien besitzt. Diejenigen Scheibentheile, welche hierbei gleichzeitig über der Ruhelage sich befinden, sind durch die feinem ausgezogenen Geraden, die, welche gleichzeitig unter der Ruhelage sind, durch die gestrichelten Geraden bezeichnet. Dieser erste Fall repräsentirt also eine Schwingung, wobei wegen der einen Componente zwei Ecken gleichzeitig nach oben, die Mitte nach unten schwingt und wegen der andern Componente gleichzeitig das Umgekehrte eintritt. Es ist nun sofort klar, dass da, wo die primären Knotenlinien zusammenfallen, also in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* Ruhepunkte eintreten müssen; ferner dass da,

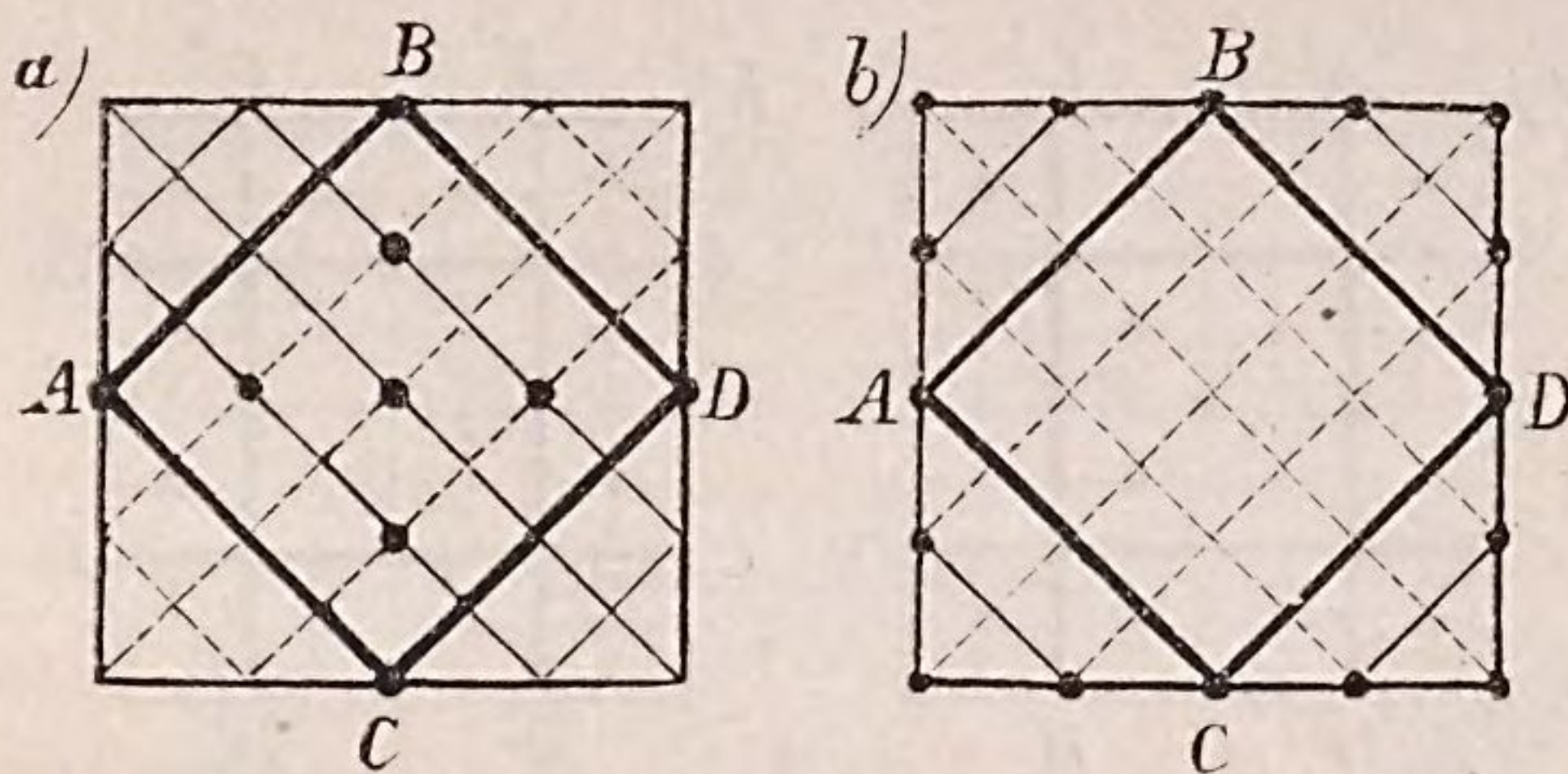


Fig. 46.

wo gleichwerthige Strecken der feinem ausgezogenen und der gestrichelten Linien zusammenfallen, also in den Kreuzungspunkten, welche in der Figur durch dickere Punkte markirt sind, auch Ruhe eintreten muss. Die resultirende Figur wird demnach durch diese dicken Punkte bezeichnet und ist keine andere als die der Fig. 44 *a*, d. h. das bekannte Kreuz durch die Mitten der Seiten.

Zweiter Fall. Angenommen (Fig. 46 *b*), beide Componenten wirkten so, dass die vier Ecken zu gleicher Zeit über, die Mitte der Scheibe dagegen unter der Ruhelage sich befänden. Die Stellen, welche um gleiche Strecken von je einer primären Knotenlinie abstehen und entgegengesetzte Schwingungszustände anzeigen, müssen wieder

Ruhepunkte werden. Es sind dies aber offenbar — äusserst nahe — alle Punkte des Randes der Scheibe. Eine frei schwingende Scheibe kann hierzu, der Erfahrung gemäss, nicht kommen, vielmehr muss der Rand ringsherum fest gemacht werden und existirt diese Schwingungsart einer Scheibe dann in Wirklichkeit.

Dritter Fall. Die Primärwellen verlaufen wie in Fig. 47 *a* parallel zu den Seiten. Man erkennt, dass das Kreuz der Diagonalen als Klangfigur zu Stande kommt.

Vierter Fall. Fig. 47 *b*. Es kommt ein Quadrat zum Vorschein, dessen Eckpunkte in die Mitten der Seiten fallen. Diese Figur nähert sich offenbar sehr

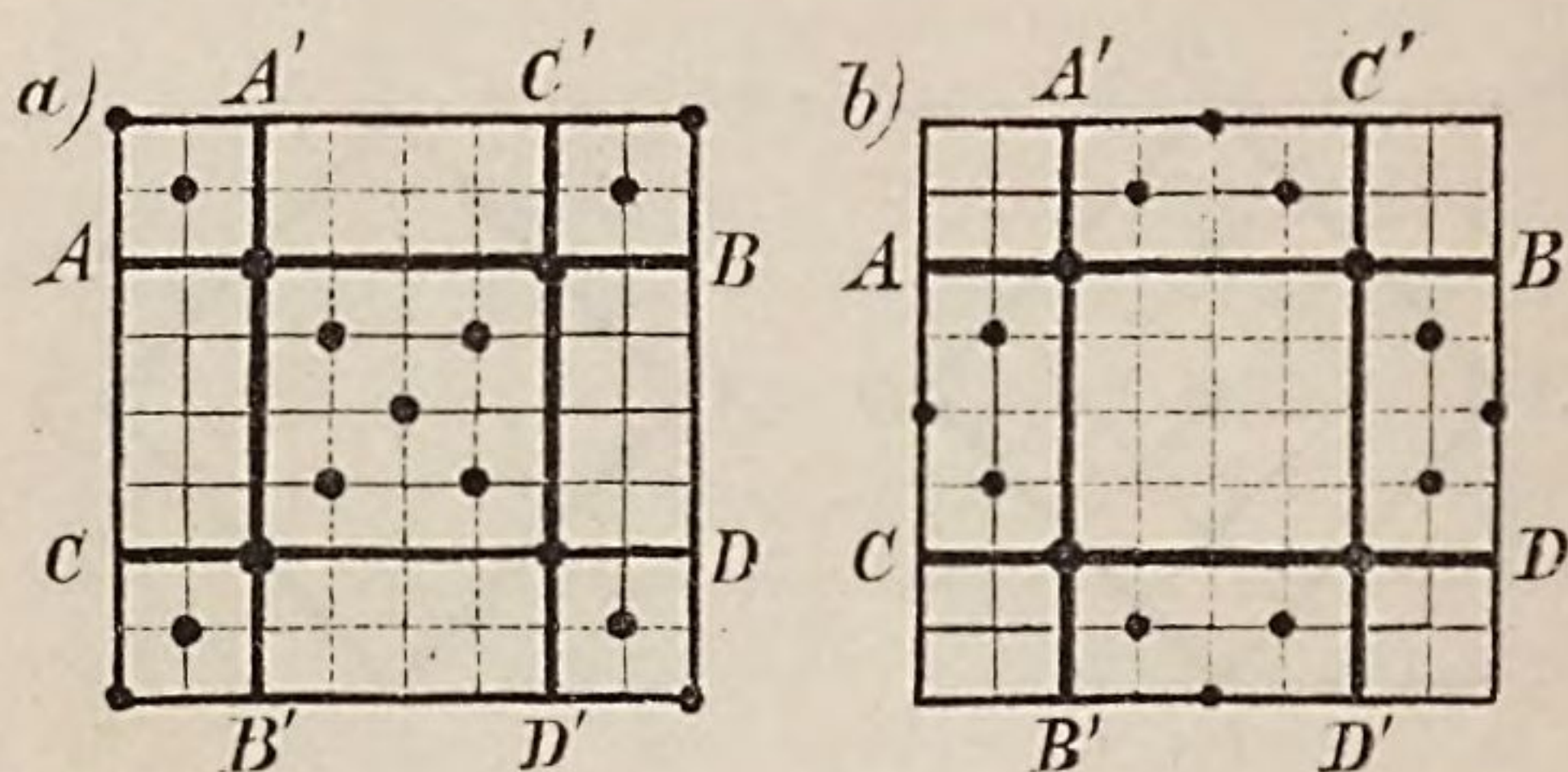


Fig. 47.

der Fig. 45 *a* und in der That zeichnet Chladni diese Figur mehr wie ein Quadrat.

Um einem Zuhörerkreise eine lebhaftere Vorstellung von der Zusammenwirkung zweier Flächenschwingungen zu geben, wurde von mir ein Interferenzapparat construirt, dessen Wesen die Fig. 48 darstellt und worüber näher in „Poggendorff's Annalen, Jubelband 1874“, berichtet worden ist. Der Theil I ist ein Holzgestell, das oben eine aus Zink gebildete Wellenfläche trägt, die etwas mehr wie zwei Wellenlängen umfasst und seitlich von den aus Zink bestehenden Backen *ABCD* überragt wird. Der Theil II bildet zunächst zwei durch die Holzlatten *ll*, parallel voneinander gehaltene Ebenen, in welche der Breite nach 17, der

Länge nach 33 Löcher eingebohrt sind, um in dieselben 17·33 Strickstöcke in verticaler Lage einzustellen, deren Füße in einer horizontalen Ebene liegen, während die Köpfe genau nach der Wellenfläche des Theiles I abgemessen und mit dicken Glasperlen versehen sind. Fasst man den Theil II an den hölzernen Handhaben *P* an, so kann man ihn in zwei verschiedenen Stellungen auf I aufsetzen, nämlich einmal in der Parallelstellung der Wellenzüge, und lassen sich in dieser Stellung von

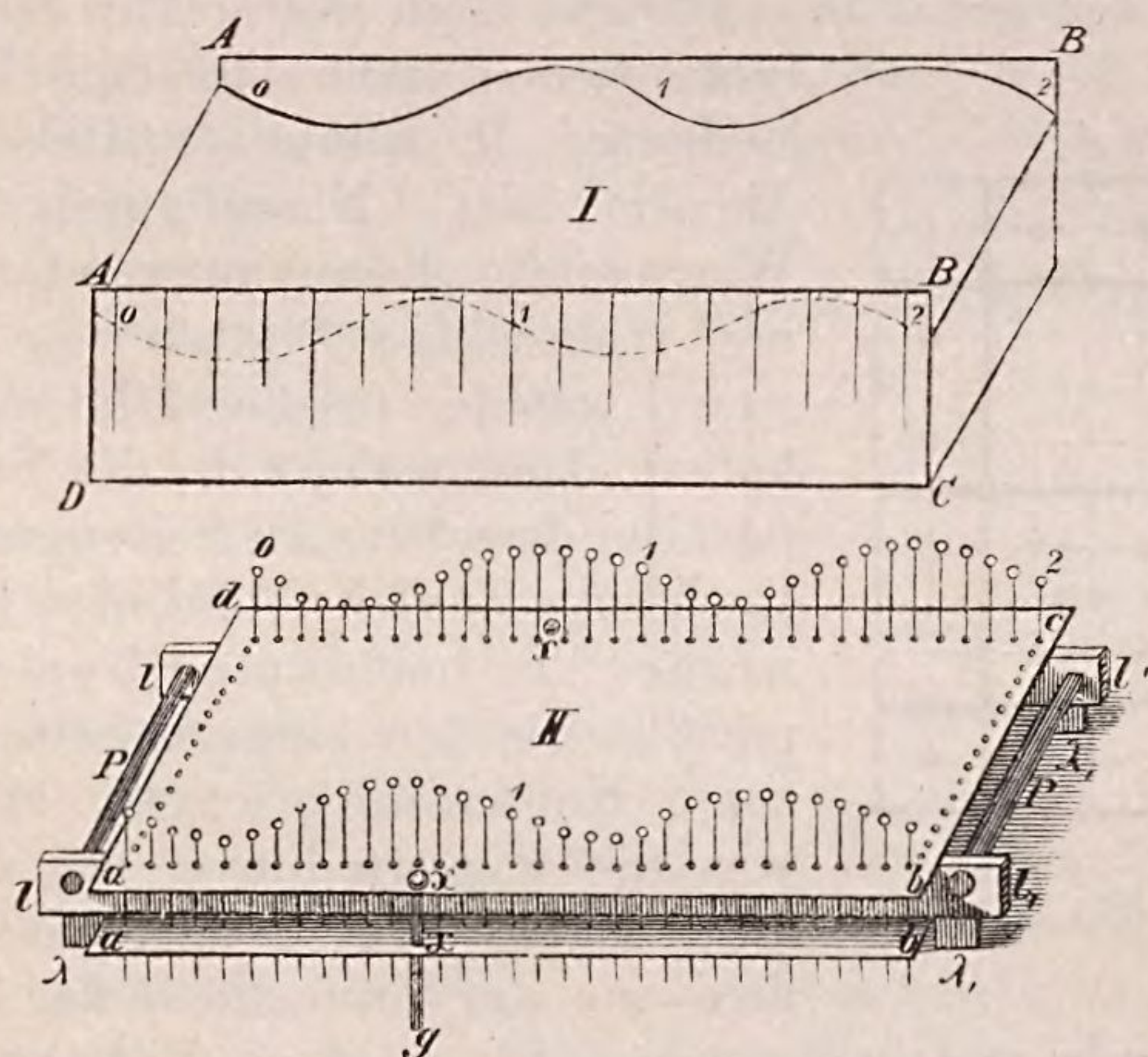


Fig. 48.

II über I diejenigen Flächenresultanten erzielen, welche entstehen, wenn zwei Wellenbewegungen in derselben Richtung eine Scheibe durchheilen. Der Apparat kann bei dieser Anwendung auch andere Interferenzwellenapparate, wie sie insbesondere auch in der Optik gebraucht werden, ersetzen. Setzt man aber den Theil II unter 90° auf I und gibt ihm so die rechtwinkelig gekreuzte Stellung, so lassen sich, falls man die richtigen Combinationen von II über I nach Fig. 46 und Fig. 47 herstellt,

die Flächenbiegungen mit den entsprechenden Ruhelinien sehr deutlich erkennen.

Die Thatsache, dass nach der Wheatstone'schen Theorie wieder gerade Linien als Klangfiguren auftreten, könnte, nach Strehlke, ihre Richtigkeit in Zweifel ziehen; doch werden, wie dies auch schon von ihrem Begründer geschehen ist, sich leicht Hypothesen aufstellen lassen, welche, gewisse Unregelmässigkeiten annehmend, erklären, warum die Geraden an bestimmten Stellen oder im ganzen wieder zu Curven werden.

Was der genannten Theorie noch weiter zur Empfeh-

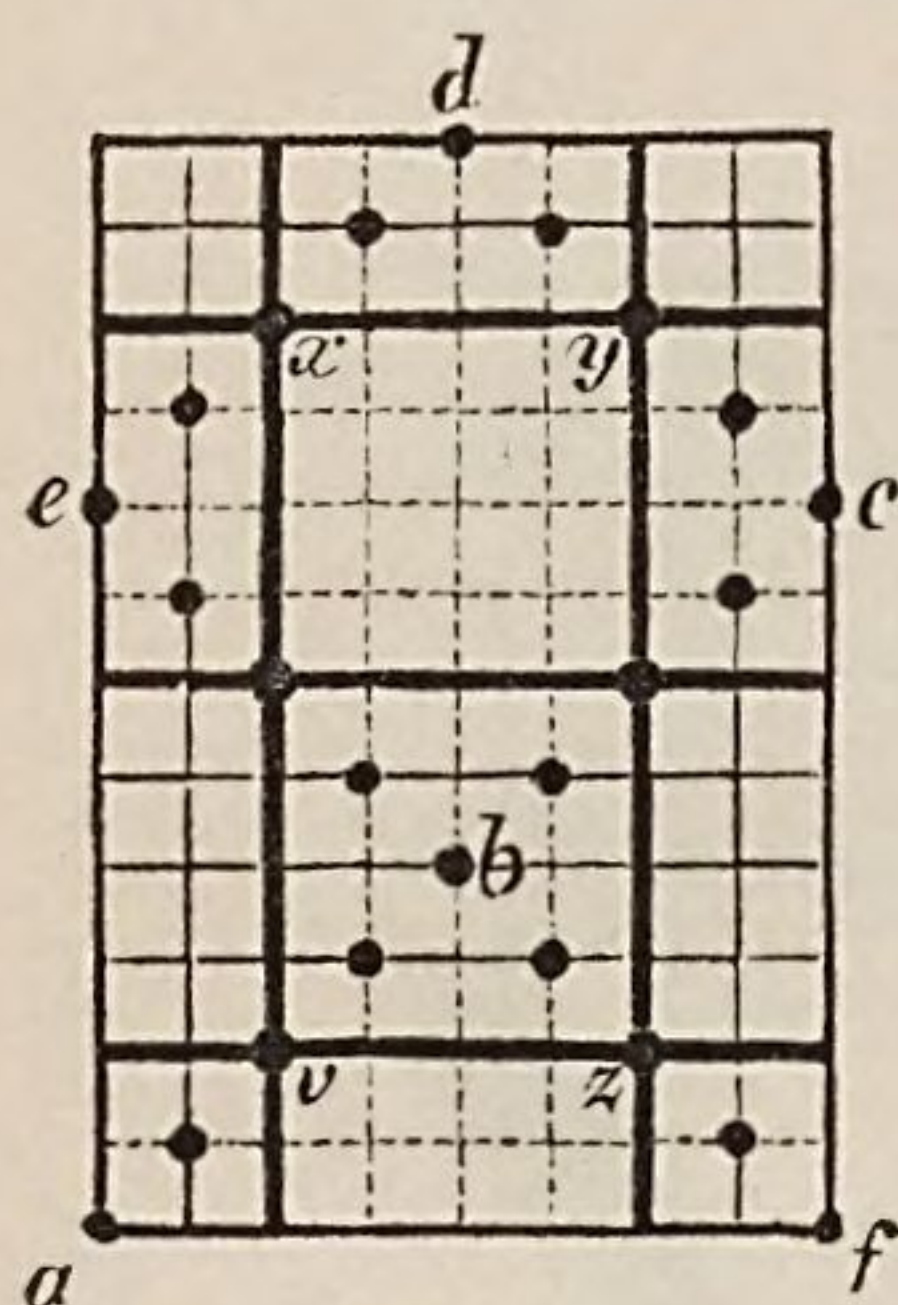


Fig. 49.

lung dienen kann, ist eine Untersuchung¹ R. König's: „Ueber die Theorie der Klangfiguren nach Wheatstone.“ König verwendet hierbei rechteckige Platten von Messing, welche solche Dimensionen haben, dass, wenn z. B. die Scheibe parallel dem kürzern Seitenpaar des Rechtecks drei Knotenlinien liefern würde, sie bei demselben Tone parallel zu den längern Seiten nur zwei Knotenlinien zeigte, also so, wie die Fig. 49 durch die dicken ausgezogenen Geraden angedeutet. Indem wir der Einfachheit der Zeich-

nung nach annehmen, dass in gleichen Entfernungen von je einer primären Knotenlinie gleiche Elongationsweiten bestehen, was ja nahezu jedenfalls anzunehmen ist, wird die resultirende Bewegung eine Knotenlinie von der Form $a b c d e b f$ werden. Der Versuch, falls man die Scheibe insbesondere in den Punkten x, y, v, z unterstützt, liefert in der That die vorausbestimmte Knotenlinie, nur mit dem Unterschied, dass zunächst die Punkte e, d und c nicht am Rande der Scheibe, sondern innerhalb derselben liegen und dass dieser

¹ Poggendorff's Annalen, CXXII, 238.

Theil, wie überhaupt die ganze Figur, eine Curve bildet, zunächst daher rührend, dass unsere Annahme von der Gleichheit der Elongationen ja nicht ganz richtig ist und nur deshalb stattfand, um annähernd auf eine einfache Weise den Hauptverlauf der Knotenfigur zu finden.

Bezeichnet man den ganzen Vorgang nach der Wheatstone'schen Auffassung mit dem Namen *Superposition*, so kann man auch noch von einer *Juxtaposition* reden. Das Princip der letztern besteht darin, dass man sich z. B. zwei oder mehr quadratische Scheiben aneinandergesetzt denkt und aus den Knotenlinien dieser Zusammensetzung erkennt, wie die Knotenfigur ausfällt, die z. B. einer rechteckigen oder einer viermal so grossen quadratischen Scheibe wirklich entspricht, wenn auch sofort hervorgehoben werden muss, dass die zusammengestellte Figur und die wirkliche hernach beobachtete nicht ganz identisch ausfallen. Fig. 50 zeigt eine

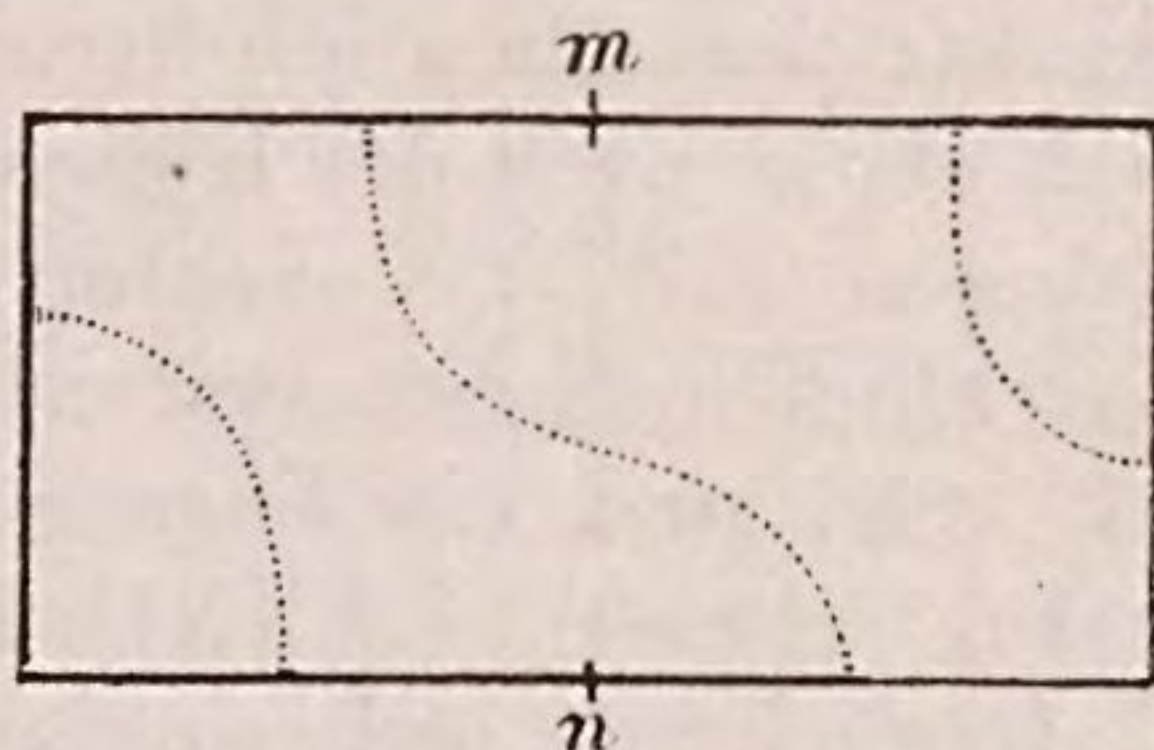


Fig. 50.

solche Figur einer Rectangelscheibe, deren Seiten sich wie 1:2 verhalten und welche aus zwei Quadraten zusammengesetzt werden kann. Denn man wird deutlich erkennen, dass, wenn man sie in der That durch die Mittellinie *m n* in zwei Quadrate zerlegt, die Knotenfigur eines jeden Theils aufs innigste mit Fig. 45 *b* zusammenhängt. Ebenso leicht wird man erkennen, dass, wenn man die Quadratscheibe Fig. 45 *d* oder 45 *e* in vier Einzelquadrate getheilt denkt, auf jedem Quadrat die Klangfigur 45 *b* unverkennbar hervortritt.

69. Die Klangfiguren kreisrunder Scheiben sind von Kirchhoff theoretisch untersucht worden, und stimmt hier die Erfahrung mit der Theorie so vollkommen überein, dass diese theoretische Untersuchung als eine der bedeutendsten auf dem Gebiete der Akustik ange-

sehen werden muss. Schon Chladni wies nach, dass eine kreisförmige Scheibe als Knotenfiguren entweder nur concentrische Kreise oder nur Diameter, welche die Scheibe in lauter gleiche Sectoren theilen, oder eine Combination von Kreisen und Diametern zeigen könne. Die Theorie hatte nun etwas Doppeltes zu leisten; einmal musste sie zeigen, dass die berechneten Radien der concentrischen Kreise mit denen der Erfahrung stimmten, und zweitens mussten die berechneten Schwingungszahlen mit denen der directen Beobachtung übereinstimmen. Beides ist nun vollkommen der Fall.

Um eine solche Scheibe nur mit concentrischen Knotenkreisen zu erhalten, kittet man am besten im Mittelpunkte derselben ein Streichstäbchen fest, dessen Grösse sich etwas nach der Höhe des Obertones, den man herausbringen will, zu richten hat. Die Originalabhandlung Kirchhoff's findet sich in „Crelle's Journal“ (1850), XL, 51—88, und ein Auszug hieraus in „Poggendorff's Annalen“ (1850), LXXXI, 258—264. Die experimentelle Untersuchung insbesondere zum Zwecke einer Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung geschah insbesondere durch Strehlke. Der letztere unterwarf sechs sehr regelmässige Glasscheiben einer genauen Prüfung sowol auf die Tonhöhen der Obertöne als auch auf die Grösse der Radien der Kreise. Was zunächst die Tonhöhe anlangt, so muss bemerkt werden, dass der Grundton der Scheiben abhängt von ihrem Radius R , ferner von der Dicke d , ferner dem Elasticitätsmodulus und von der Dichtigkeit s des Stoffes, und dass für den Grundton die Gleichung

$$N = \frac{d}{4 R^2} \sqrt{\frac{E \cdot g}{s}} \cdot 1,04604 \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

gilt. Für eine meiner Glasscheiben von Fensterglas war $d = 1,79$ mm; $2 R = 139,5$ mm; $E = 7917$; $s = 2,52$. Es berechnete sich N gleich 536, während eine directe Bestimmung der Tonhöhe 520 ergab, was von der be-

rechneten Zahl um 16 Schwingungen abweicht. Mit Rücksicht darauf, dass E und s nicht völlig genau bekannt waren, da eine directe Bestimmung dieser Grössen nicht stattfand, so lässt sich eine genügende Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung erkennen.

Setzt man die Anzahl der Schwingungen des Grundtones gleich 1, so ergibt die Theorie nach den Berechnungen Kirchhoff's für die vier ersten Obertöne, wenn d die Zahl der Durchmesser, k die der Kreise bedeutet,

$d = 2$	$d = 0$	$d = 3$	$d = 1$
$k = 0$	$k = 1$	$k = 0$	$k = 1$
$N = 1,0000$	1,6131	2,3124	3,7032

Das Mittel aus directen Bestimmungen Strehlke's an sechs Scheiben ergab:

1,0000, 1,6103, 2,3115, 3,6978,

sodass eine sehr gute Uebereinstimmung besteht.

Das zweite, was die Theorie geliefert hat, sind die Längen der Radien der concentrischen Kreise. Den Radius der Scheibe gleich 1 gesetzt, ergab sich nämlich

$d = 0$	$d = 0$	$d = 0$	$d = 1$	$d = 1$
$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 1$	$k = 2$
$R = 0,6806$	0,3915	0,2568	0,7814	0,4977
	0,8420	0,5915		0,8706
		0,8938		

Die von Strehlke an einer seiner sechs Scheiben vorgenommenen genauen Messungen ergaben die Radien

0,6770 0,3911 0,2575 0,7792 0,4971
 0,8411 0,5921 0,8698
 0,8954

womit die vollkommene Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung nachgewiesen ist.

70. Wir wenden uns nun zu verschiedenen andern Schwingungsfiguren, welche auf ebenen Flächen sich bilden können.

A. Die Savart'schen Staubwirbel.

Im Jahre 1827 machte Savart auf die eigenthümlichen, auch schon von Chladni beobachteten Wirbel leichter Pulver aufmerksam, welche, im Gegensatze zu den bisher betrachteten Knotenlinien, wobei Sand und überhaupt gröbere Pulver benutzt werden, nicht an den Ruhestellen, sondern an den Stellen der Schwingungsmaxima auftreten. Savart's Erklärung hiervon wurde bald nachher von Faraday in einer bedeutungsvollen Arbeit „On a peculiar class of acoustical figures, and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces“ („Philosoph. Transact.“, 1831), und auch „Poggendorff's Annalen“, Bd. XXVI,

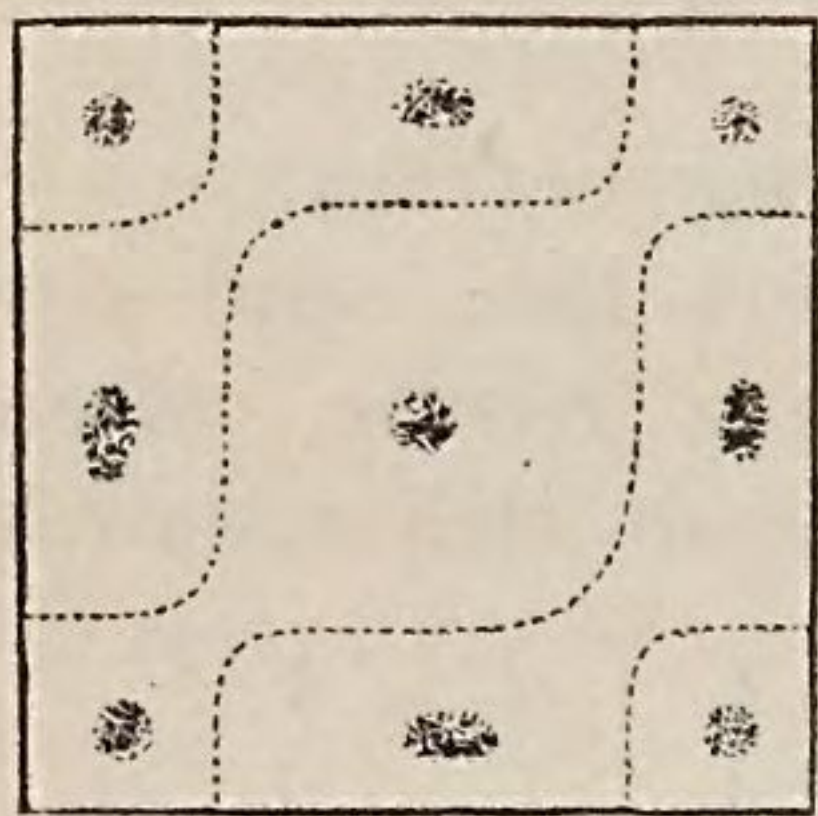


Fig. 51.

als irrthümlich zurückgewiesen und der richtige Grund dieser Wirbel in merkwürdigen Luftströmungen gefunden, welche letztere insbesondere von den Stellen der Schwingungsminima nach den Schwingungsmaximis hingehen und hier Staubwolken erzeugen. Dass diese Luftströme es sein müssen, bewies Faraday einfach dadurch, dass es ihm durch verschiedene Mechanismen gelang, Scheiben unter dem Recipienten einer Luftpumpe zum Schwingen zu bringen, wobei sich sofort zeigte, dass die Staubwolken aufhörten, sich zu bilden, falls die Luft mehr und mehr ausgepumpt wurde. Eben weil die Luftströme die Ursache abgeben, bedarf es ja auch feiner und leichter Pulver, während bei schwerern Massen keine bemerkenswerthe Bewegung eintritt.

Fig. 51 stellt eine Savart'sche Staubfigur bei einer quadratischen Glasscheibe von 250 mm Seitenlänge vor. Die punktirten Linien bezeichnen eine Chladni'sche Klangfigur, welche von den gröbern Staubpartikelchen gebildet wird; die feinpunktirten flächenförmigen Stellen da-

gegen die Savart'schen Staubwirbel, welche in der Mitte und den vier Ecken der Scheibe kreisförmige, den Mitten der Seiten gegenüber aber mehr elliptische Umgrenzungen besitzen.

Die Staubwirbel setzen, wenn man sie sehr auffällig wahrnehmen will, eine starke Erschütterung der Scheiben voraus, wozu nöthig ist, dass man eine Metallscheibe in eine Klemme passend festklemmt und mittels des Violinbogens eine starke Schwingungserregung unterhält. Sie entstehen aber durchaus nicht blos bei den hier betrachteten Scheiben, sondern überhaupt auf schwingenden Körpern, die Fläche genug darbieten. So namentlich bei Membranen, insbesondere, wenn diese nach der Marx'schen Manier heftig zum Schwingen gebracht werden; ferner ebenso auf schwingenden Stäben und Lamellen.

Mit diesen Wirbeln zeigt sich fast stets auch die interessante Erscheinung der sogenannten Wirbelhäufchen. Sobald nämlich die Scheibe eine gewisse Intensität der Schwingung angenommen hat, bilden sich kreisrunde Häufchen des feinen Pulvers, namentlich wenn *Lycopodium* angewendet wird. Dieselben bilden für sich Individuen, deren Theilchen selbst wiederum die heftigste Bewegung zeigen, in der Weise, dass von der innern Verticalmittelachse eines Häufchens die Staubtheilchen in die Höhe kommen und nach der äussern Grenze hinrollen, sodass es beinahe aussieht, als befände sich ein solches Häufchen in heftigem Kochen. Je stärker die Scheibe schwingt, desto höher werden die Häufchen und desto mehr zieht sich die äussere Peripherie zusammen; umgekehrt: je mehr die Tonintensität sinkt, desto mehr breiten sich die Häufchen zu mehr flachen Feldern aus. Luftströmungen sind bei der Entstehung dieser merkwürdigen Gebilde jedenfalls auch mit im Spiel. Mit diesen Häufchen eng verwandt sind

B. Die Strehlke'schen Tropfen.

Bringt man auf eine Klangscheibe — am besten von Metall — einen regelmässigen sphärischen Tropfen Wasser und streut auf denselben ein klein wenig Lycopodium, so wird dies meistens unten an der Basiscontour des Tropfens sich festsetzen. Sobald man aber nun die Scheibe, die an einem passenden Punkte eingespannt ist, mit dem Violinbogen anstreicht, wird man sehen, wie die Lycopodiumpartikelchen sich in Bewegung setzen und, wenn die Intensität eine bestimmte geworden ist, eine durch Fig. 52 in vergrössertem Maassstabe versinnlichte Erscheinung eintritt, die zu-

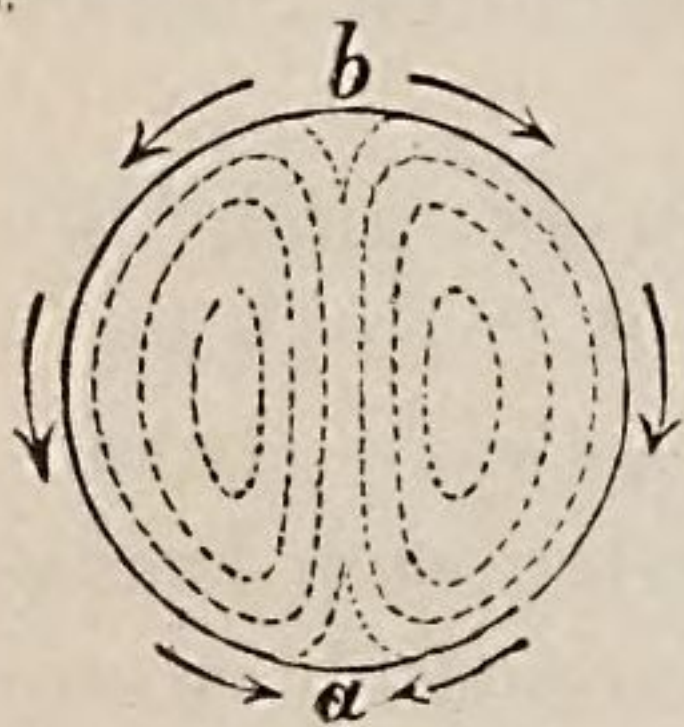


Fig. 52.

erst von Strehlke im Jahre 1837¹ bekannt gemacht wurde. Beiderseits einer Mittellinie *ab* etablirt sich je eine Wirbelbewegung, die oft in der regelmässigsten Weise verläuft und deren Richtung durch die kleinen aussen gezeichneten Pfeile angedeutet wird. Bietet nun die ganze Bewegung des Tropfens und mit ihm die des Lycopodiums schon Interesse, so ist ausserdem noch, wie Strehlke nachgewiesen, die Richtung der Mittellinie *ab* akustisch von besonderer Wichtigkeit. Diese Richtung hängt nämlich lediglich von der Lage des Tropfens auf der Scheibe ab. Das Genauere werden wir hernach kennen lernen und wollen uns für jetzt blos das Gesetz merken: dass diese Mittellinie *ab* bei den Tropfen, welche in unmittelbarer Nachbarschaft einer Knotenlinie sich befinden, senkrecht zu dem betreffenden Element der Chladni'schen Knotenlinie hin gerichtet ist und zwar noch so, dass conträre Bewegungen des Lycopodiums zu beiden Seiten der Knotenlinien stattfinden. Die Fig. 53 ver-

¹ Poggendorff's Annalen, LX, 146.

sinnlicht den Zusammenhang für zwei Tropfen und eine angenommene Knotenlinie MN .

Diese schöne Regelmässigkeit der Bewegung dauert jedoch nur so lange, als die Intensität der Bewegung der Scheibe eine gewisse Grenze nicht überschreitet. Streicht man zu stark, so nimmt der Tropfen andere Formen an, indem er sich mehr ausbreitet und ein gekräuseltes Aussehen erhält. Bei noch heftigerer Bewegung spritzen aus ihm auch einzelne kleine Tröpfchen in die Höhe. Da in der Nähe der Knotenlinien die Elongationsweiten der Scheibe klein sind, so leuchtet ein, dass man bei Tropfen, welche in der Nähe der Knoten liegen, schon weit stärker streichen kann, als es für solche, mehr nach einem Schwingungsmaximum hin gelegene Tropfen erlaubt ist, ohne die Erscheinung zu stören.

Sehr zierlich ist auch das Verhalten, welches Quecksilbertropfen auf den schwingenden Scheiben zeigen. Dieselben erhalten ringsherum regelmässige Einschnürungen und Erhöhungen, deren Zahl mit der Höhe des Tones in genauer Verbindung steht. Auch hier wird der Tropfen, wenn die Intensität der Schwingungen eine gewisse Grenze überschreitet, plötzlich in lauter kleine Tröpfchen auseinander geschleudert.

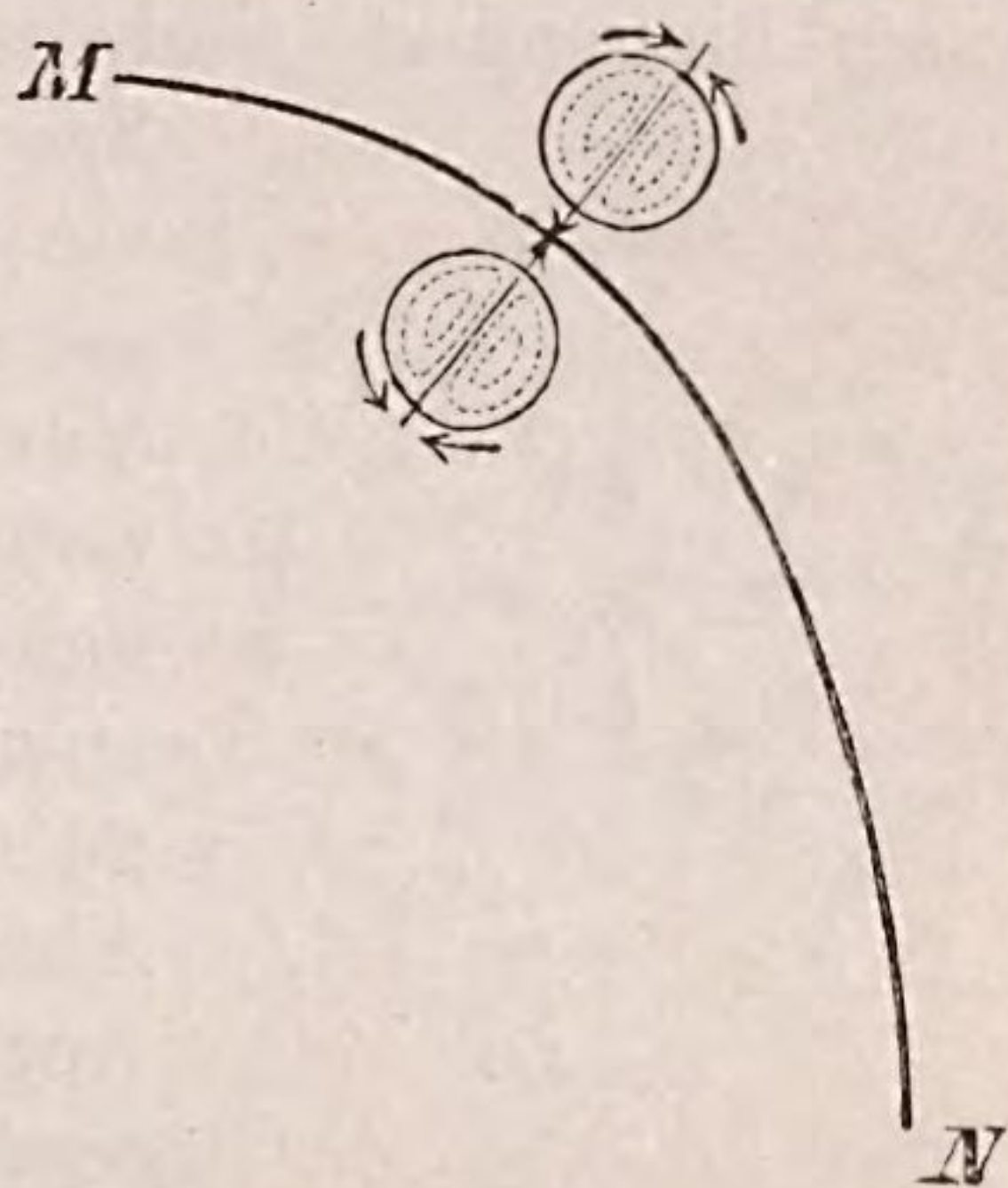


Fig. 53.

C. Die Faraday'schen Bewegungscurven.

Eine weitere Eigenthümlichkeit zeigen die unter A bezeichneten Lycopodiumhäufchen, nämlich eine Wanderung von den Stellen der stärksten Bewegung nach den Knotenlinien hin und zwar so, dass ein solches Häuf-

chen auf einer ganz bestimmten krummlinigen Bahn langsam vorwärts schreitet, deren letztes Element allemal senkrecht zu einem entsprechenden Element der Knotenlinie gestellt ist. Die Fig. 54 wird für einen bestimmten Fall die Sache näher erläutern, wobei wir annehmen, es sei die Klangfigur das bekannte Diagonalenkreuz. Man erblickt auf dieser Zeichnung zunächst an den Stellen der Schwingungsmaxima die vier Savart'schen Staubwirbel, ferner die eigentlichen Bewegungscurven der Häufchen, bestehend in bogenförmigen Bahnen, die nach den Chladni'schen Knotenlinien hingeneigt sind, und in welchen die Häufchen,

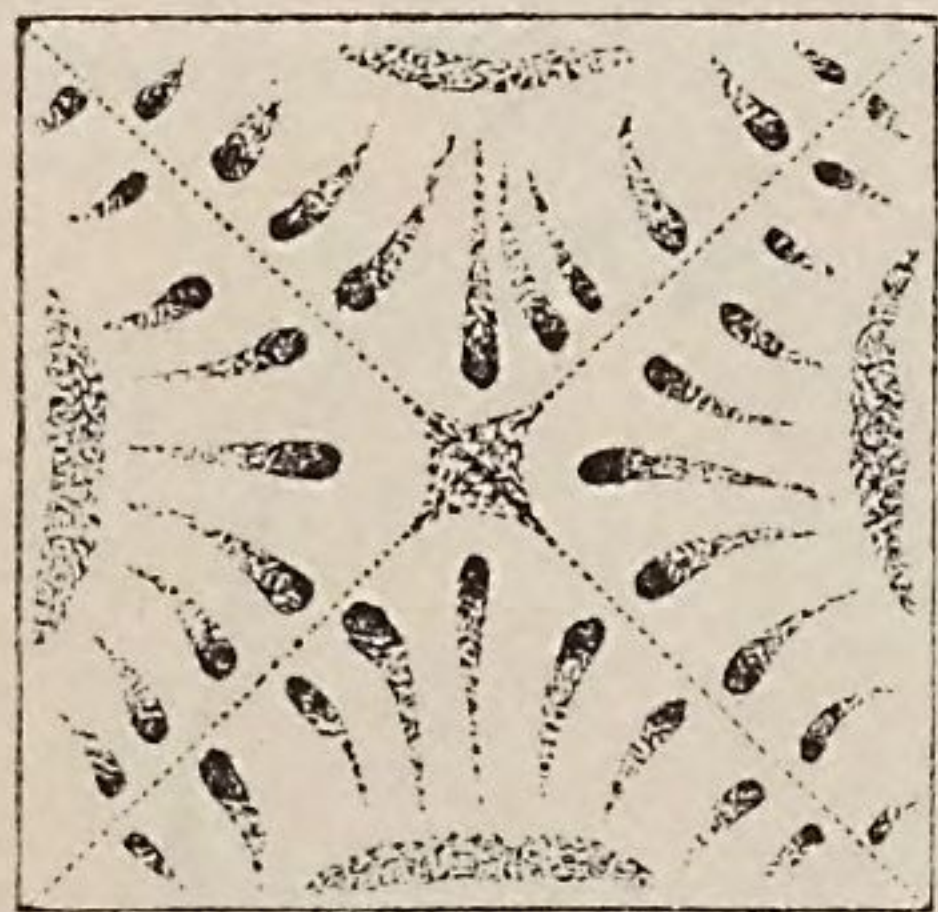


Fig. 54.

Spuren hinter sich zurücklassend, vorrücken, um in den Knotenlinien selbst zur Ruhe zu gelangen. Mit Vortheil kann man anstatt Lycopodium ein von Strehlke angegebenes zusammengesetztes Pulver anwenden, welches besteht aus 24 Gewichtstheilen Fernambuk, 12 Alaun, 12 Bimsstein, einem kleinen Antheil von weissem Fischbein (*ossa sepium*), Veilchenwurzel und eini-

gen Tropfen Bergamottöl. Es bildet also eine Art Zahnpulver.

Mit diesen eigenthümlichen Bewegungscurven stehen die Strehlke'schen Tropfen im innigsten Zusammenhang. Gelingt es nämlich, eine recht deutliche Bewegungscurve eines Häufchens auf der Scheibe zu erhalten, so kann man mit einem Bleistift diese auf der Scheibe nachzeichnen, um sie, nachdem man das Pulver weggeblasen hat, auf dieser dauernd vor sich zu haben. Bringt man nun in passenden Abständen Wassertropfen so auf die Scheibe, dass die Mittelpunkte der Tropfen auf der nachgezeichneten Curve liegen, bestreut hernach die Tropfen mit ein wenig Lycopodium und streicht die Scheibe mit passender Stärke an, so wird man in der deutlichsten Weise erkennen, wie die Wirbel-

linienmitte ab der einzelnen Tropfen (Fig. 52) aufs genaueste parallel mit jedem darunter liegenden Element der vorgezeichneten Bewegungscurve verläuft. Da die Curve, in der ein Lycopodiumhäufchen vorrückt, unzweifelhaft so aufzufassen ist, dass sie in je einem ihrer Elemente die Resultante der auf der Scheibe zusammenwirkenden Kräfte oder vielmehr die Horizontalcomponente dieser Resultante der Richtung nach angibt; so wird hiernach nun auch die Richtigkeit der Ansicht Strehlke's, wonach die Scheidegrenze ab der beiden Wirbel eines Tropfens die Richtung der an dieser Stelle parallel zur Oberfläche gehenden Bewegung anzeige, zugegeben werden müssen. Es erlangen hiernach und nach dem, was unter B schon mitgetheilt wurde, die Strehlke'schen Tropfen noch eine erhöhte Bedeutung; doch muss hervorgehoben werden, dass das Zustandekommen der eigenthümlichen Wirbelbewegungen, wie so manche andere Bewegungen, welche man bei den Tropfen wahrnimmt, keineswegs bisjetzt eine genügende Aufklärung gefunden haben.

D. Die Luftströmungscurven.

Mit den Faraday'schen Bewegungscurven könnten bei nicht genügender Aufmerksamkeit eigenthümliche andere Curven verwechselt werden, die ich Luftströmungscurven nennen möchte. Faraday gibt in seiner zuletzt citirten Abhandlung die deutlichsten Zeichnungen von diesen interessanten Phänomenen. Ich möchte hier nur die Methode angeben, welche ich anwende, um die betreffenden Erscheinungen deutlich und sicher zu erhalten. Ich nehme eine quadratische dünne Scheibe von blauem Kobaltglas, 25 cm Seitenlänge haltend, und lege sie gegen die vier Ecken hin auf vier Korkfüsse, sodass, wenn bei o (Fig. 55 a) ein Streichstäbchen aufgekittet ist, insbesondere das Diagonalenkreuz als Klangfigur (nicht gezeichnet) erhalten werden kann. Sodann werden mittels der Spitze eines Federmessers

ganz kleine Portionen *Lycopodium* aufgenommen, um sehr nahe an den vier Seitenkanten der Scheiben kleine zierliche *Lycopodium*häufchen, etwa im Abstand von $1\frac{1}{2}$ cm zu etabliren. Dasselbe geschieht auch noch über diesen vier Kanten nach der Mitte der Scheibe hin in vier Bögen um die Stellen der vier Schwingungsmaxima herum. Die Scheibe bietet dann nach dieser Besetzung mit den Häufchen das Aussehen der Fig. 55 *a*. Streicht man aber das Glasstäbchen jetzt an, so wird man sofort erkennen, wie die kleinen Häufchen durch Luftströme fortgeweht werden, deren Richtung durch *Lycopodium*, welches beim Fortwehen auf der Scheibe

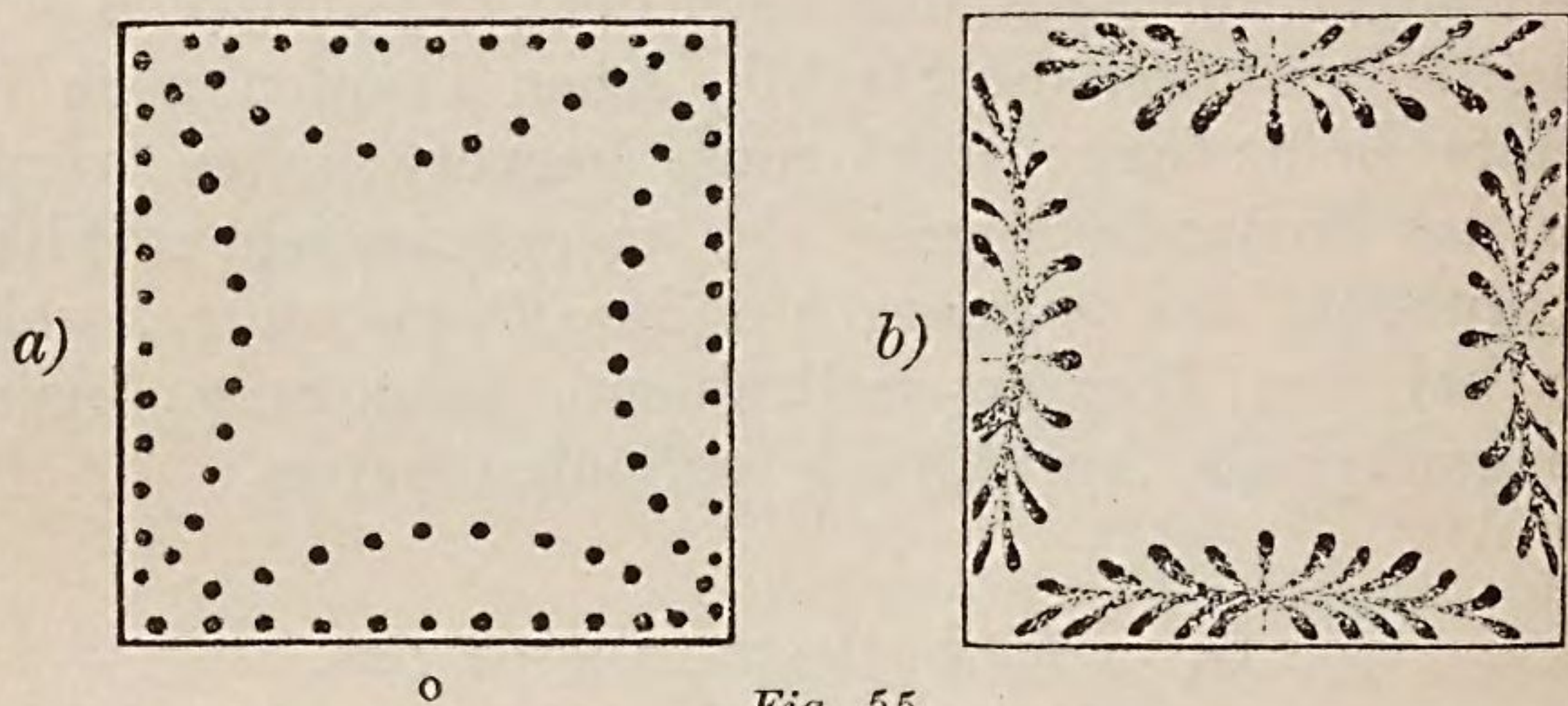


Fig. 55.

hängen bleibt, in der deutlichsten Weise dauernd markirt wird. Die Scheibe wird dann bald das Aussehen von Fig. 55 *b* erhalten, wo die Strömungsbahnen der Luft wol hinreichend deutlich gezeichnet sind. Diese Luftströmungen waren es, welche das *Lycopodium* zu den Savart'schen Staubwirbeln nach den Schwingungsmaximis hintrugen; die Wege, auf welchen sie dies aber thun, das sind unsere jetzigen Bahnen. Sie nehmen also eine Richtung nach den Schwingungsmaximis hin und kommen einmal von den vier Kanten der Scheibe, sodann aber auch von dem Innern der Scheibe her, und würden diese letztern sich unzweifelhaft schon von den Knotenlinien an bemerklich machen, wenn nur die Be-

wegung der Scheibe heftig genug werden könnte. Da dies aber, um keine Verwirrung hervorzubringen, nicht eintreten darf, so muss man die zweiten Reihen der Lycopodiumhäufchen in der angegebenen Weise in Bögen näher an die Schwingungsmaxima heranrücken.

Es sind diese Bahnen demnach ja nicht mit denen unter *C* betrachteten zu verwechseln; denn sie verdanken ihre Entstehung gänzlich andern Kraftwirkungen.

E. Kundt's Reflexfiguren.

Im Jahre 1866 machte Kundt¹ eine interessante Methode zur Versinnlichung des Schwingungsvorganges

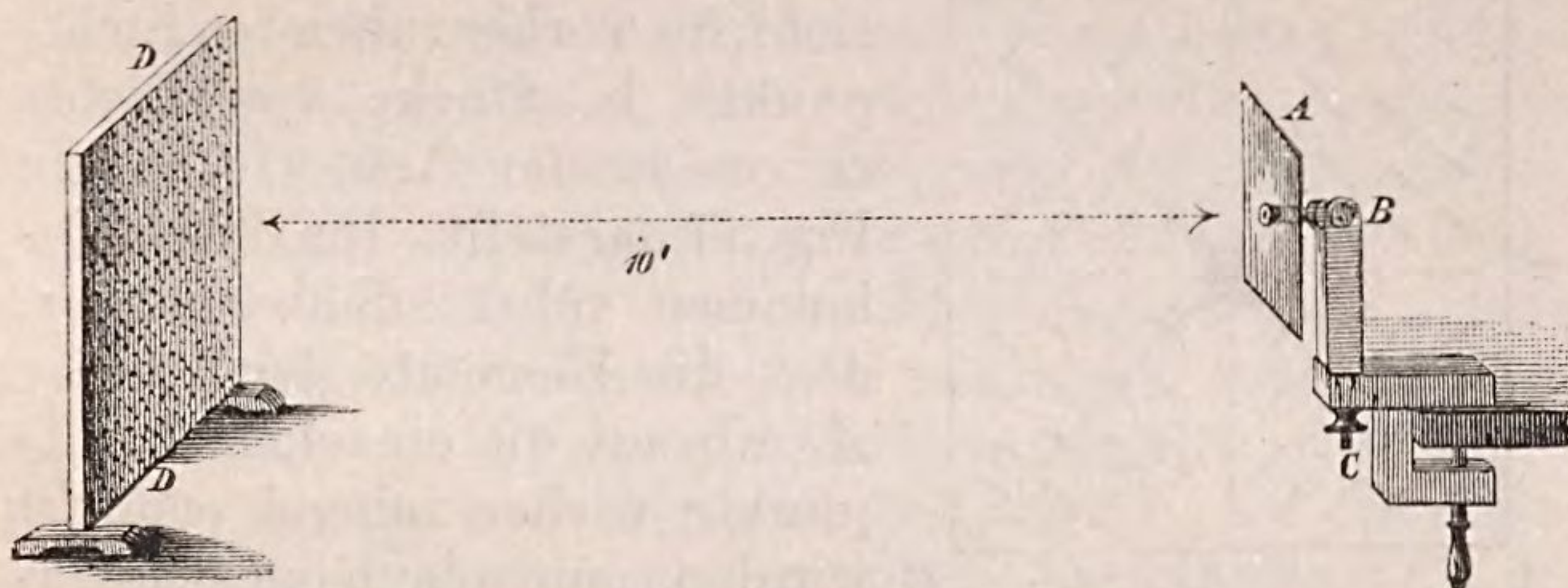


Fig. 56.

bei Klangscheiben bekannt, deren Wesen durch die Fig. 56 versinnlicht wird. *A* stellt eine belegte Spiegelglasscheibe vor, welche in ihrer Mitte eine Durchbohrung erhalten hat, sodass sie mittels einer Vorschraube an einem um die Achse *B* drehbaren Arm festgeschraubt werden kann. Eine zweite Drehung des Ganzen um eine Verticalachse ist ebenfalls möglich und kann hierzu die Vorschraube bei *C* benutzt werden. Die Scheibe kann somit jede Lage gegen den Horizont erhalten; insbesondere kann sie parallel zu einem an einem passenden Gestell *D* aufgespannten, geschwärzten Papier-

¹ Poggendorff's Annalen, CXXVIII, 610.

bogen gestellt werden, der in regelmässigen Abständen mit einer bestimmten Anzahl Löcher durchbohrt ist. Die hintere Seite des durchbohrten Papiers wird ferner mit einem Bogen durchscheinenden Seidenpapiers oder einem mit Oel getränkten andern Papier überzogen, sodass, wenn das Tageslicht hindurchscheint oder eine passende andere Beleuchtung auf der Rückseite von *D* erfolgt, das auf der andern Seite befindliche Auge eine Reihe heller Lichtpunkte erblickt, die nun auch, wenn man nach *A* hinsieht, in dieser Scheibe als Reflexfigur deutlich erkannt werden können. Streicht man nun die Scheibe *A* an, sodass sie z. B. das Diagonalenkreuz

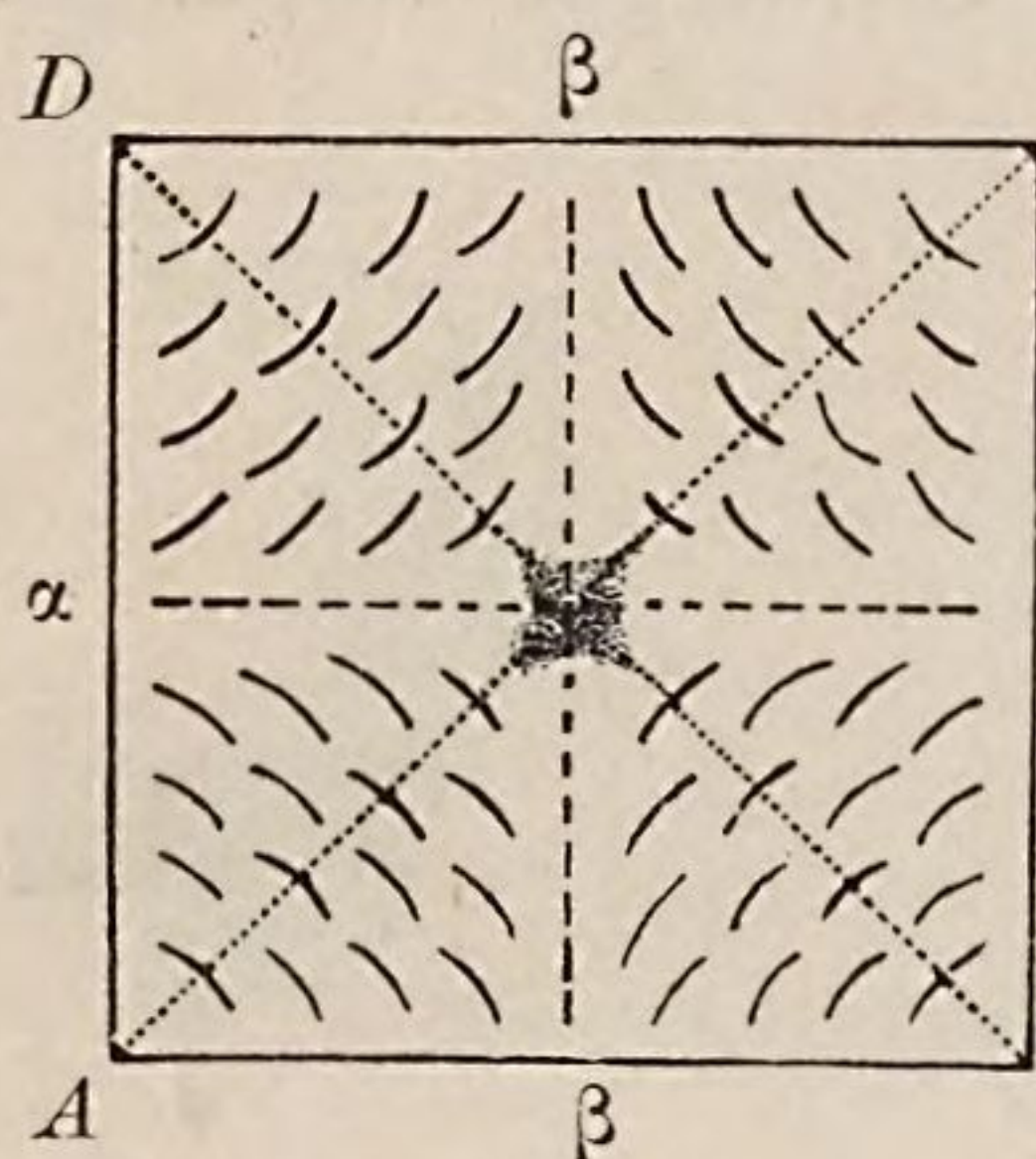


Fig. 57.

liefert, so verwandeln sich fürs *C* Auge, das in den Spiegel hineinsieht, die vorher ruhenden Lichtpunkte in Stücke von Lichtcurven in der Art, wie es die Fig. 57 darstellt. Ihr Zustandekommen rührt offenbar daher, dass die Elemente der Scheibe *A*, worauf die einzelnen Lichtpunkte vorher ruhend erblickt wurden, nunmehr beim Schwingen eine Verstellung erleiden, wodurch nothwendig das Bild

des betreffenden Lichtpunktes in ganz geregelter Weise verschoben werden muss. Aus dem Anblicke der Fig. 57, welche dem Falle entspricht, dass die Scheibe das punktirte Kreuz durch die Ecken als Chladni'sche Figur liefern würde, lassen sich sofort verschiedene Gesetzmässigkeiten erkennen:

- 1) Die Reflexlinien der Punkte, welche auf den Geraden $\alpha\alpha$ und $\beta\beta$, also zwischen zwei Chladni'schen Knotenlinien *AC* und *BD* in der Mitte liegen, bilden Stücke von geraden Linien, deren Länge nach dem Durchkreuzungspunkte der Knotenlinien hin abnimmt.
- 2) Die Reflexbögen von Scheibenpunkten, die längs der

Knotenlinien AC und BD liegen, durchschneiden diese Knotenlinien unter rechten Winkeln.

- 3) Würde man an den Stellen, wo die ruhenden Lichtpunkte auf der Scheibe erscheinen, Strehle'sche Tropfen anbringen, so würde sich sofort erkennen lassen, dass die Scheitelgrenze dieser Tropfen mit je einem Reflexbogenstückchen nahe conform verläuft.

F. Die Faraday-Kundt'schen Rippenfiguren.

Die Savart'schen Staubwolken verdanken ihre Entstehung den Luftströmen, welche über der Platte entstehen. Hierbei ist diesen Strömen, von der Platte nach aussen hin gerechnet, keine Grenze gesetzt. Dies letztere kann nun aber sehr leicht geschehen, dadurch, dass man z. B. eine zweite Platte parallel der schwingenden Platte in einem gewissen Abstand anbringt, nachdem man vorher ein leichtes Pulver auf eine von den beiden Scheiben streut und wozu sich, nach Kundt, am besten Korkfeilicht eignet. Wir wollen die schwingende Platte einfach mit I, die hiermit parallele und ruhende Platte mit II bezeichnen. Faraday¹ benutzte als I eine Membran, die mittels eines durch ihre Mitte vertical abwärts gezogenen Pferdehaares, wenn dieses zwischen zwei Fingern gestrichen wurde, lebhaft in Schwingung versetzt werden konnte. Ueber dieser bestand II in einer Glasplatte. Kundt² verwendete als I namentlich auch Glas- oder Metallplatten und zeigte insbesondere, dass zur Erzeugung der betreffenden Figuren ein doppelter Weg führt. Einmal nämlich kann I unten und II oben liegen, sodass demnach das Korkfeilicht auf der eigentlich schwingenden Platte liegt. Es kann aber auch I oben und II unten sein; das Korkfeilicht liegt dann auf der ruhenden Platte und

¹ Poggendorff's Annalen, XXVI, 206 (1832).

² Sitzungsber. der berliner Akademie v. 17. Februar 1868.

wird, sobald die obere Platte zum Tönen kommt, doch in Bewegung gerathen, um schliesslich dieselben Anordnungen zu zeigen wie im ersten Fall. Ich selbst habe noch hervorgehoben¹, dass ein dritter Fall möglich ist, wenn nämlich beide Platten tönen. Hierbei treten, insbesondere wenn die beiden Platten mit verschiedenen Chladni'schen Klangfiguren schwingen, gewisse noch nicht weiter untersuchte Interferenzerscheinungen auf. Sehen wir von diesem dritten Falle ab, so leuchtet sofort ein, dass die ruhende Platte II auch ohne weiteres durch irgendetwas anderes ersetzt werden kann, denn es kommt



Fig. 58.

ja nur darauf an, der Platte I gegenüber eine ebene Grenzfläche zu haben. Man kann demnach einfach die Platte I parallel über eine Tischplatte legen und das Pulver auf die Tischplatte aufstreuen.

Das Anstreichen von I geschieht am besten mittels eines Streichstäbchens; das Parallelstellen von I gegenüber II am besten so, dass man I auf kleine Stückchen Filz

legt, die ihrerseits zunächst auf II aufgelegt werden. Fig. 58 zeigt nun wohl gelungen die Erscheinung bei einer so gewonnenen und hernach photographirten Schwingungsfigur bei zwei quadratischen Scheiben von 25 cm Seitenlänge. Man wird sofort erkennen, dass es die Schwingungen einer Scheibe waren, bei welcher sie sonst als Chladni'sche Klangfigur das Kreuz durch die Mitten der Seiten liefern würde.

Was das Zustandekommen der eigenthümlichen Rip-pungen anlangt, so ist darüber mancherlei geschrieben worden; doch scheint es mir, als wäre man noch nicht zu einer vollkommen abgerundeten Ansicht gelangt. Wir werden in einem folgenden Kapitel ähnliche Rip-pungen wieder antreffen.

¹ Poggendorff's Annalen, CXXXIX, 485 (1870).

G. Die Faraday'schen Flüssigkeits-Klangfiguren.

Faraday hat in seiner oben citirten Abhandlung noch eine weitere interessante Art von Klangfiguren bekannt gemacht, zu denen Flüssigkeiten benutzt wurden. Stellt man nämlich eine Scheibe genau horizontal, so kann man leicht auf derselben eine Schicht einer Flüssigkeit, insbesondere von Wasser oder Alkohol, ausbreiten. Wird alsdann die Scheibe zum Tönen gebracht, so zeigt die Flüssigkeit lauter Kräuselungen auf so vielen einzelnen Feldern, als die Platte gemäss der betreffenden Chladni'schen Klangfigur solche liefert. Man erkennt demnach sofort auch aus einer solchen Flüssigkeits-Klangfigur den Verlauf der Chladni'schen Knotenlinien, indem ja längs dieser die Kräuselungen nicht eintreten, da hier die Wasserfläche in Ruhe bleibt. Die Kräuselungen werden nach den Schwingungsmaximis hin immer stärker bemerkbar und bestehen überhaupt darin, dass die Flüssigkeit sich in lauter Carrés derart abtheilt, dass jedes solches Carré eine Erhöhung der Flüssigkeit über ihren ursprünglichen Horizont darstellt. Diese absolute Erhöhung hängt dann weiter ab einmal von der Stärke des Anstreichens, sodann von der vorhandenen Tiefe der Flüssigkeitsschicht und ferner der Hauptsache nach von der Höhe des Tones, indem bei einem höhern Tone die Kräuselungen feiner und zahlreicher werden.

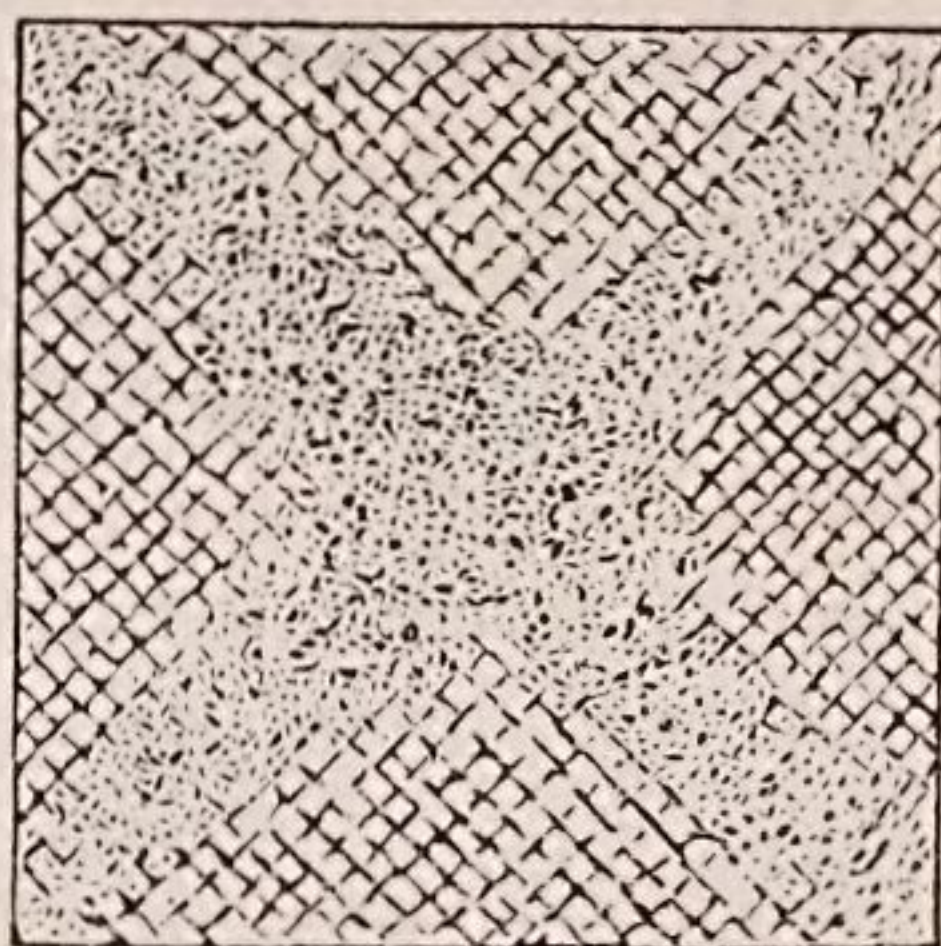


Fig. 59.

Lässt man das Sonnenlicht von einer so vibrirenden Fläche nach einer passend gelegenen Wand hin reflectiren, so erhält man auf dieser eine schöne Lichtfigur.

Etwas Dauerndes und mit diesen Kräuselungen im

innigsten Zusammenhang Stehendes erhält man, falls man als Flüssigkeit Alkohol verwendet, der regelmässig über die Platte verbreitet wird und auf welchen man dann ein schweres feines Pulver, insbesondere Mennige, Zinnober oder auch Bleiweiss, regelmässig aufstäubt. Dieses Pulver fällt sofort durch den Alkohol hindurch auf die Scheibe und bildet beim Anstreichen der letztern carréartige Figuren, die bestehen bleiben und, wenn der Alkohol verdampft ist, dauernd an der Scheibe haften. Also ein schweres feines Pulver und eine leichtflüssige und leicht verdampfbare Flüssigkeit gehören zu diesem Versuche. Hauptsache aber bleibt ferner die regelmässige Bestreuung mit dem Pulver. Unsere Fig. 59 zeigt möglichst getreu eine auf die angegebene Weise erhaltene Schwingungsfigur.

ZEHNTE KAPITEL.

Schwingungen krummer Flächen.

71. Wer kennt ihn nicht, den populärsten tongebenden Körper, die Glocke? Wie viel Poesie und Ernst des Lebens knüpft sich nicht an ihre Töne? Wem schöner als ihr sang die Muse eines grossen Dichters? Auch für unsere jetzigen Betrachtungen bieten die Schwingungen der Glocken hinreichendes Interesse, um einige Hauptsachen hervorzuheben.

Die Töne, mit denen wir es hier zu thun haben, können allgemein solchen krummflächigen Körpern zugerechnet werden, die als Rotationsflächen oder, wenn man lieber will, als Rotationskörper bekannt sind. Unzählige Formen können es sein, die sich hier in Betracht ziehen lassen, und allen ist etwas gemeinsam, indem ihre äussere Form dadurch erhalten gedacht werden kann, dass eine entsprechende Figur um eine Centralachse rotirt. Die eigentlichen Glocken, die kreisförmig cylindrischen Gefässe, die Trichter u. s. w. gehören also hierher, und darf man sie alle auch unter der gemeinsamen Bezeichnung glockenförmige Körper zusammenfassen. Wir können aber auch leicht andere gekrümmte Formen herstellen, welche keine Rotationsflächen sind, wie z. B. elliptische Cylinder.

Was die eigentlichen Glocken anlangt, so kamen dieselben, wie man glaubt, im 6. Jahrhundert in den Klöstern der Benedictiner in Gebrauch. Wahrschein-

lich ist es, dass die Giessereien des erzeichen Campaniens die Heimat der Thurmglöcken waren und deren Erfindung dem Bischof Paulinus von Nola in Campanien zugeschrieben wurde. Die geometrische Form einer solchen Glocke erkennt man im Durchschnitt aus der Fig. 60, und knüpfen wir an diese zunächst einige Erläuterungen, welche Prechtl's „Technologischer Encyklopädie“, Bd. 7, entnommen sind, in welchem Werke noch ein Näheres über Glocken nachgelesen werden kann. Man pflegt den untern Ring der Glocke mit der grössten Metalldicke cd den Schlagring (Schlag oder Kranz) zu nennen,

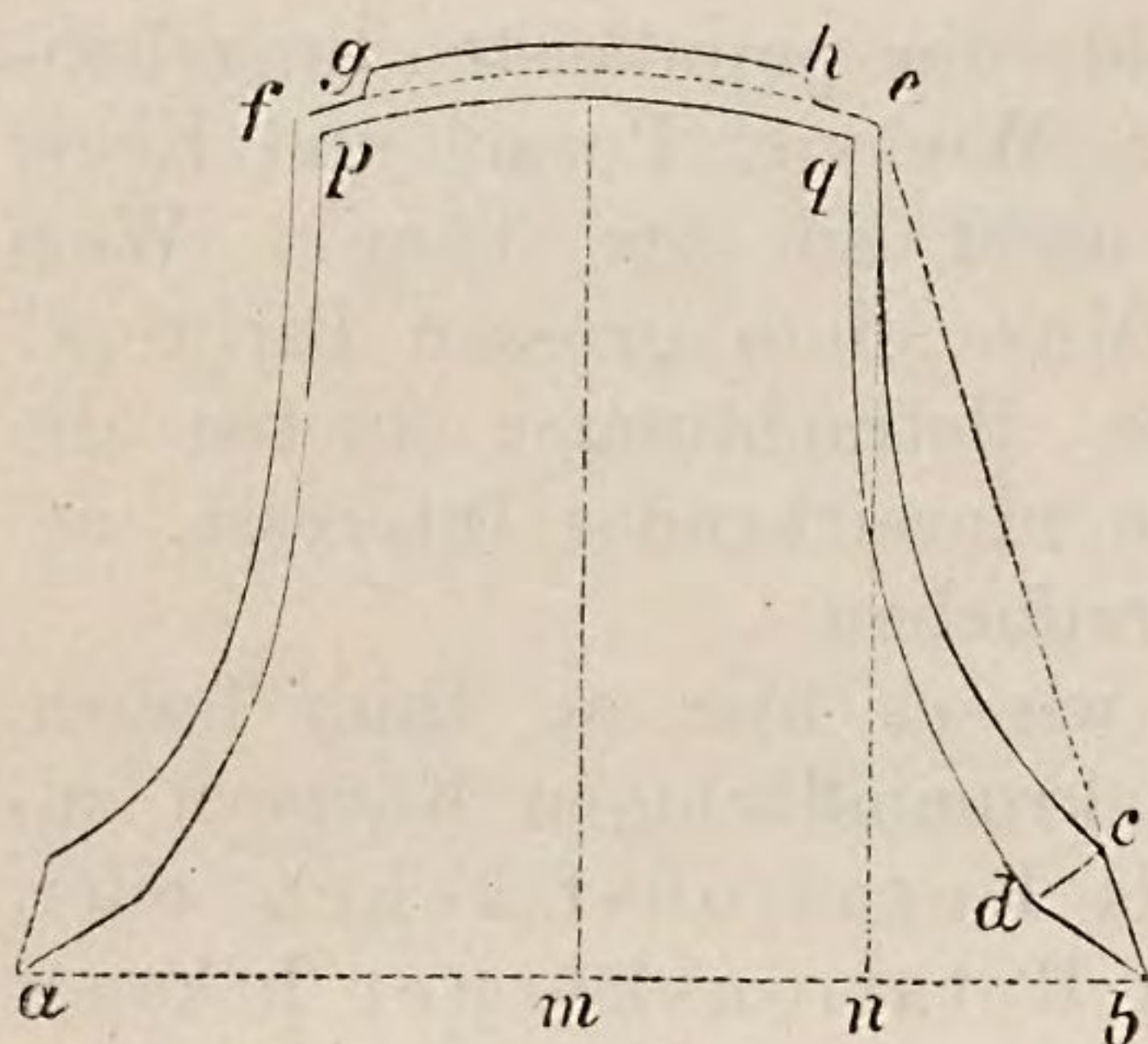


Fig. 60.

und bildet er den Ring, gegen welchen der Klöppel anschlägt. Indem man diese Dicke cd zur Einheit wählt und diese Einheit auch wol mit dem Namen Schlag bezeichnet, ist die grösste Weite ab an der Mündung der Glocke gleich 15, die Höhe derselben, schräg aussen, von b nach e gemessen, gleich 12 Schlägen. Von dem

Schlage cd nach dem Umkreis der Mündung nimmt die Metalldicke ebenfalls ab und nennt man den dünnern Rand dieser Mündung den Bord. Ebenso vermindert sich von cd nach der halben Höhe der Glocke hin ihre Wandstärke bis auf $\frac{1}{3}$ Schlag, welche Wanddicke sie im ganzen obern Theile — dem Obersatz — beibehält. Der oberste Theil der Glocke führt den Namen Haube oder Platte und erhält diese in der Mitte noch eine Verstärkung gh , sodass in dieser Mitte die Metalldicke gleich $\frac{2}{3}$ Schlägen ist. Der äussere Haubendurchmesser ef ist genau gleich am , gleich der halben Weite der Mündung; ebenso der Abstand von n bis zur Höhe von q genau gleich an gleich $\frac{3}{4}$ der

Mündungsweite. Die Schwere des Klöppels oder Schwengels soll ungefähr den vierzigsten Theil des Gewichts der Glocke betragen.

Was die Tonhöhe einer solchen Glocke anlangt, so hängt dieselbe fast allein von der Weite und Dicke des Schlagringes ab, während die Höhe der Glocke nicht von Einfluss ist. Denken wir die Glocken nach denselben Verhältnissen zu einer bestimmten Dimension, also insbesondere der Weite derselben, construirt, so lehrt die Erfahrung, dass die Tonhöhen der verschiedenen Glocken sich umgekehrt wie die Weiten, d. h. also umgekehrt wie die Kubikwurzeln aus ihren Gewichten verhalten. Zamminer gibt daher in seinem Werke¹ folgende Zusammenstellung:

Ton	Durchmesser in par. Linien	Gewicht d. Glocke in Centnern	Gew. d. Klöppels in Centnern
<i>c</i>	1474	458,7	11,52
<i>c</i> ₁	747	57,3	1,48
<i>c</i> ₂	374	7,2	0,23
<i>c</i> ₃	187	0,9	0,072.

Für unsere akustischen Experimente müssen wir uns meistens ähnlicher Apparate bedienen, und verwenden wir hierzu sehr vortheilhaft Glasstülpfen, die mit ihrem Knopfe nach unten eine passende Fassung erhalten haben; ferner cylinderförmige Gläser, Glasbecher, Glastrichter und namentlich auch Metallgefässe, am einfachsten aus Weissblech gefertigte kreisförmige Cylinder.

Die Art, einen solchen Körper zum Tönen zu bringen, ist verschieden. Entweder schlägt man ihn mit einem Hammer an, oder man streicht mit dem Violinbogen senkrecht über seinen Rand, oder man kittet senkrecht zur Wand ein Streichstäbchen fest. Letzteres

¹ „Die Musik und die musikalischen Instrumente“ u. s. w. (Giessen, 1855), S. 187.

ist die allein brauchbare Methode bei dünnwandigen Blechcylindern.

72. Die Schwingungen solcher glockenförmigen Körper haben die grösste Aehnlichkeit mit einer bestimmten Schwingungsart von kreisrunden Scheiben, nämlich der, wobei nur Durchmesser eintreten. Wir sehen, dass bei einer solchen Scheibe der tiefste Ton erscheint, wenn zwei Durchmesser (oder vier Radian) vorhanden sind. Dasselbe tritt auch bei den Glocken ein. Ihr Grundton lässt sich hören, wenn sie sich in vier Quadranten abtheilt, also vier Knotenlinien zeigt, die von der Mündung aus nach dem Fusse der Glocke hinlaufen. Sie theilt sich demgemäss in vier Abtheilungen. Der 2. Oberton tritt ein, wenn sich sechs Knotenlinien, der 3., wenn sich acht Knotenlinien, allgemein also der n^{te} Oberton, wenn sich $(2n + 2)$ Knotenlinien mit ebenso vielen Schwingungsfeldern bilden.

Ein einfaches, streng gültiges Gesetz für die Schwingungszahlen der Obertöne einer Glocke ist bisher nicht nachgewiesen worden: denn Chladni's Angabe, dass die Töne sich annähernd wie die Quadrate von 2, 3, 4, 5 verhalten sollen, passt nicht allgemein. Ich prüfte eine ziemlich grosse Luftpumpenglocke und ebenso eine weite Glasstülpe von cylindrischer Form auf ihre Obertöne. Es fand sich nach möglichst genauer Messung mittels eines Appunn'schen Sonometers:

Luftpumpenglocke	Glasstülpe
$N_1 = 162$ (1,00)	134 (1,00) [1,00]
$N_2 = 404$ (2,49)	292 (2,18) [2,25]
$N_3 = 752$ (4,64)	728 (5,43) [4,00].

Die Zahlen in runden Klammern bedeuten die beobachteten Verhältnisse zum Grundton, die in eckiger Klammer die Verhältnisse nach dem angegebenen Chladni'schen Gesetz. Es lässt sich diese Nichtübereinstimmung auch erwarten, da jedenfalls hierbei wesentliche Verschiedenheiten eintreten müssen, je nachdem das

axiale Durchschnittsprofil eines solchen Körpers ein anderes ist.

Möglichst regelmässige Cylinderflächen können wir indess aus Weissblech gearbeitet herstellen, und hat Dr. Fenkner aus Goslar solche Gefässe einer ausführlichen Experimentaluntersuchung unterworfen, deren Resultate im Jahre 1879 in „Wiedemann's Annalen“, VIII, 185—192, mitgetheilt wurden. Diese mögen auch hier ihre Mittheilung finden.

- 1) Die Schwingungszahlen der Töne einerseits offener kreisförmiger Metallcylinder sind von der Höhe des Cylinders unabhängig.
- 2) Die Schwingungszahlen der correspondirenden Töne zweier ebensolcher Cylinder verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Umfänge (oder der Durchmesser).
- 3) Die Schwingungszahlen correspondirender, nur durch die Metalledicke verschiedener Cylinder verhalten sich direct wie diese Dicke.

Bezeichnen wir demnach die Anzahl der Schwingungen irgendeines Normalcylinders mit N_0 , seine Metalledicke mit d_0 , seinen Durchmesser mit D_0 , und die entsprechenden Werthe eines andern Cylinders mit N , d und D , so ist

$$N = N_0 \cdot \frac{d}{d_0} \cdot \frac{D_0^2}{D^2} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (49)$$

In einer weitem Arbeit untersuchte Fenkner zunächst das Gesetz der Schwingungszahlen für die Obertöne eines und desselben Cylinders. Bei sechs verschiedenen Cylindern fand er das Gesetz bestätigt, dass die Obertöne in ihren Verhältnissen durch die Zahlenreihe

$$1 : \frac{8}{3} : 5 : 8 : 12 : 16$$

repräsentirt sind. So fanden sich z. B. bei einem Cylinder von einer Höhe gleich 163 mm, einem Umfang gleich 409 mm und einer Metallstärke gleich 0,37 mm die beobachteten und die nach obiger Reihe berechneten Werthe wie folgt:

beobachtet:	64,	170,	319,	512,	759
berechnet:	64,	170,	320,	512,	768.

In musikalischen Noten ausgedrückt, würden demnach die Obertöne sein:

$$C \quad f \quad e_1 \quad c_2 \quad g_2 \quad c_2,$$

sodass also der 2. Oberton der Störenfried in dem sonst vollkommen consonirenden Accord ist.

73. Es leuchtet ein, dass man bei glockenförmigen Körpern, um ihren Schwingungsvorgang sichtbar zu machen, nicht in der Weise wie bei ebenen Flächen verfahren kann. Es bieten aber diese krummflächigen Gefässe nach verschiedenen Richtungen hin Gelegenheit zur Beobachtung von Erscheinungen, die sich bei ebenen Scheiben entweder gar nicht oder nicht in gleicher Vollendung hervorrufen lassen. Es mögen daher wie es bei den ebenen Scheiben geschah, auch hier verschiedene Schwingungsvorgänge etwas näher besprochen werden.

A. Sichtbarmachung der Knotenlinien; System der Bewegungscurven.

Um die Knotenlinien sichtbar zu machen, zugleich aber auch die Bewegungscurven, wie wir sie oben unter 70 C bei ebenen Scheiben kennen lernten, während ihres Entstehens deutlich zu erkennen und sie auch dauernd auf der Glocke zu erhalten, habe ich im Jahre 1860 in „Poggendorff's Annalen“, CIX, 43 — 59, ein sehr einfaches Verfahren mitgetheilt und die hierdurch hervorgerufenen Erscheinungen erläutert. Dieses einfache Mittel besteht in der Anwendung von Kalkmilch. Man bereitet sie am besten frisch, indem man ein Stückchen

gebrannten Kalk in einer Porzellanschale löscht und den Kalkbrei durch Zuguss von Wasser entsprechend dünner macht. Sodann taucht man in diese Milch einen grössern Pinsel und bestreicht die aufrecht stehende Glocke auf ihrer Innenfläche möglichst regelmässig; endlich streut man auf diese nasse Innenfläche grobkörnigen, sorgfältig rein gewaschenen Quarzsand, und streicht jetzt die Glocke mit einem Violinbogen an, am besten so, dass der Grundton stark und rein erklingt. Sobald Schwingungen eintreten, wird man in



Fig. 61.

überraschender Deutlichkeit erkennen, wie der Sand in kleinen Partien durch die Kalkhaut sich in bogenförmigen Bahnen hindurcharbeitet und wie diese, durch die Körnchen eingegrabenen, Bewegungscurven bestehen bleiben, auch nachdem die Glocke aufhört zu tönen. Sind diese Furchen aber vielleicht noch nicht in genügender Weise erkennbar, so streut man von neuem regelmässig Sand auf; die Kalkmilch ist jetzt schon mehr eingetrocknet, und beim wiederholten Streichen werden die kleinen Sandhäufchen in der schönsten Weise Bahnen zurücklassen, welche dauernd bleiben und in ihrer

Gesamtheit ein interessantes Aussehen der Glocke bewirken, namentlich wenn die Kalkmilch vollkommen eingetrocknet ist und das Tageslicht durch die Glocke hindurchscheint. Fig. 61 zeigt eine solche Glocke, wie sie sich beim schiefen Hereinsehen in dieselbe ausnimmt, insbesondere dadurch, dass der, der Sehrichtung gegenüberliegende, Quadrant und Theile der beiden benachbarten Quadranten mit ihren Bewegungscurven deutlich werden.

In ganz ähnlicher Weise kann man auch ein grösseres cylinderförmiges Gefäss — ich verwende hierzu gern die grössern Gläser einer galvanischen Batterie — benutzen und wird ganz dieselbe Erscheinung erhalten. Um hierbei den Vorgang nun weiter zu übersehen, dient

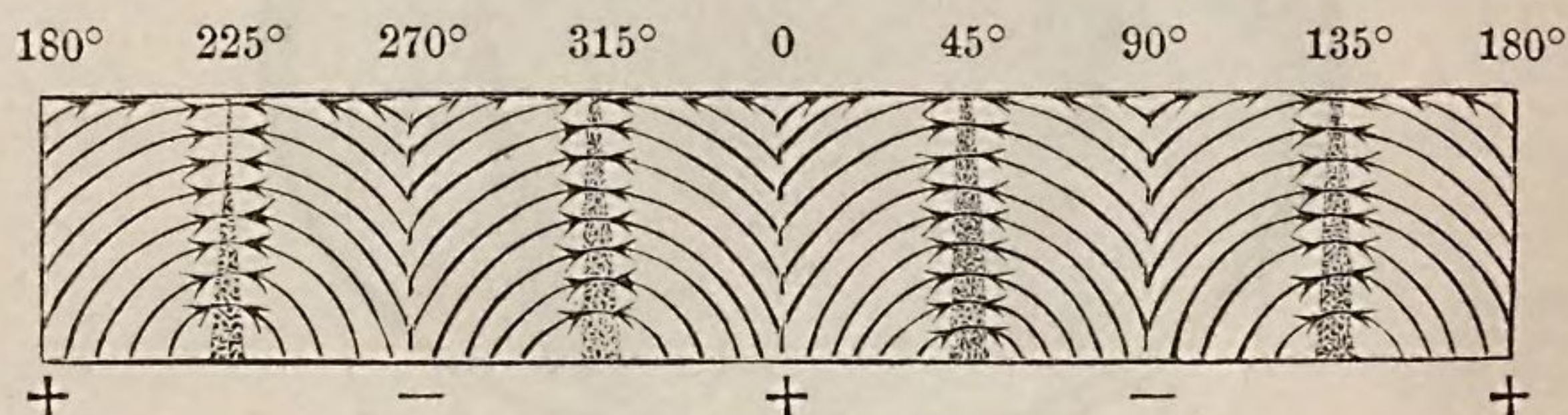


Fig. 62.

die Fig. 62. Sie stellt den innern Mantel eines solchen Glaszylinders, aufgerollt, nebst dem System der Bewegungscurven für den Grundton dar. Die Anstreichstelle soll bei 0 liegen. Diese Stelle sowie die bei 90°, 180° und 270° sind die Stellen der Schwingungsmaxima, während die Stellen bei 45°, 135°, 225° und 315° die Stellen der Knotenlinien bilden. Der Hauptvorgang besteht nun darin, dass im selben Moment, wo die mit + bezeichneten Quadranten nach aussen schwingen, die mit — bezeichneten sich nach innen bewegen und umgekehrt, entsprechend dem Hauptgesetze schwingender Körper. Die an die Curven angezeichneten Pfeile versinnlichen den weitem Vorgang. Der Sand setzt sich von den Stellen der Schwingungsmaxima aus in Bewegung, steigt in bogenförmigen Curven in die

Höhe, die in ihren letzten Elementen an den Stellen der Schwingungsknoten diametral entgegen und senkrecht zu letztern zusammentreffen, beziehungsweise auch oben am Rande endigen. Der Sand wird also von den Schwingungsmaximis oder überhaupt von den Schwingungsfeldern weggeführt und an den lineären Strecken der Knotenlinien aufgehäuft. Die Knotenlinien der innern Fläche sind demnach **bedeckte** Knotenlinien und werden diese so in der deutlichsten Weise sichtbar.

In ganz gleicher Weise wie die Innenfläche kann man auch die Aussenfläche einer Glasglocke, eines Cylinders, eines Trichters u. s. w. mit Kalkmilch überstreichen und, nachdem Sand darauf gestreut ist, zum Tönen bringen. Man wird auch jetzt die Sandhäufchen ihre Bahnen eingraben sehen, nur mit dem wesentlichen Unterschied, dass ihre Bewegungen gerade umgekehrt erfolgen. Man muss in Fig. 62 die kleinen Pfeile alle umgekehrt gezeichnet denken, um ein Bild von dem Bewegungsvorgang auf der Aussenfläche zu erhalten. Der Sand wird also von den Knotenlinien bei 45° , 135° , 225° und 315° weggeführt. Eine feine, lineäre Sandfigur müsste allerdings an diesen vier Stellen jetzt liegen bleiben, wenn die Schwingungen absolut regelmässig verliefen; aber eine kleine Abweichung von dieser Regelmässigkeit wird ein sonst ruhig liegen bleibendes Sandkörnchen ins Bereich der Bewegung bringen und so auch dieses weiter führen. Die Knotenlinien der äussern Fläche sind demnach **unbedeckte** Knotenlinien. An den Stellen der Schwingungsmaxima wird der Sand anfangs auch zusammengeführt, aber nicht durch diametral entgegengesetzte Kräfte, sondern solche, die unter einem spitzen Winkel zusammenwirken. Lange Zeit hat man daher diese Anhäufungen an den Schwingungsmaximis für die äussern Knotenlinien gehalten und glaubte, dass die Knotenlinien der äussern Fläche mitten zwischen denen der innern lägen. Es war dies aber ein Irrthum. Diese

letztern Anhäufungen verschwinden vollkommen, wenn man nur etwas länger die Glocke in Schwingung erhält. Denn schief zusammenwirkende Kräfte müssen ja schliesslich den Sand vertical abwärts führen, wie es in der That auch eintritt. Die Aussenfläche hat dann überhaupt keine Sandanhäufung aufzuweisen. Derartige Knotenlinien, die man fälschlich als solche ansah, verdienen daher wol den Namen Pseudoknotenlinien.

B. Klangfiguren auf Flüssigkeiten gebildet.

Wenn man bis zu passender Höhe in eine Glocke eine Flüssigkeit giesst und die Glocke anstreicht, so zeigen sich auf der Oberfläche der Flüssigkeit jene Kräuselungen, die wir unter 70 G bei ebenen Scheiben kennen lernten, in ganz ähnlicher Weise auch an den Schwingungsstrecken einer Glocke. Man sieht also z. B. beim Grundton auf vier, beim 2. Oberton auf sechs Sektoren der Flüssigkeitsoberfläche Kräuselungen entstehen, deren Intensität vom Rande der Glocke nach der Mitte hin abnimmt. Ebenso kann man auch leicht die Aussenseite der Glocke mit Flüssigkeit umgeben, und werden sich auch hier an denselben Stellen wie innen die Kräuselungen, sowie an denselben Stellen wie innen die Knoten aus dem Verhalten der Flüssigkeit zu erkennen geben.

C. Strömungserscheinungen auf den Flüssigkeiten.

Schon im Jahre 1826 haben Sömmering und Chladni in „Kastner's Archiv“, VIII, 91—103, über eigenthümliche Strömungen, insbesondere Wirbelströme, berichtet, welche eintreten, wenn das Ende eines schwingenden Stabes, oder einer Stimmgabel ins Wasser taucht und man auf letzteres etwas Lycopodium streut, welches während der Schwingungen die Wasserbewegung erkennen lässt. Ich habe diese Erscheinungen insbesondere bei Glocken, kreisförmigen und elliptischen Cy-

lindern verfolgt und im Jahre 1860 einige hierauf bezügliche Thatsachen bekannt gemacht.¹

Giesst man nämlich in ein solches Gefäss z. B. Wasser oder umgibt es auch aussen mit Wasser, so entstehen zwei Strömungen: die einen sind von der Mitte der Flüssigkeitsoberfläche nach der Wand des Gefässes gerichtet und zwar nach den Schwingungsmaximis hin, die andern sind entgegengesetzt gerichtet: nämlich von den Schwingungsknoten nach der Mitte hin. Weiter erkennt man zwischen je zweien benachbarten Strömen verschiedener Art eine Wirbelbewegung. Gibt das Gefäss z. B. den 2. Oberton, so stellt die Fig. 63 die Erscheinung dar. Die Stelle *o* bedeutet die Anstreichstelle. Man erkennt, wenn Lycopodium auf die Flüssigkeit gestreut wird und ersteres namentlich durch längere Benetzung mit Wasser durchfeuchtet ist, die Strömungen sehr deutlich und überzeugt sich sofort beim Versuch von der



Fig. 63.

weiteren Thatsache, dass an den Knotenstellen kleine dreieckige Lycopodiumhäufchen an der Wand des Gefässes sitzen bleiben, welche ein vortreffliches Mittel abgeben zur Erkennung der Ordnungszahl eines Obertones, besonders in Fällen, wo die unter *A* und *B* beschriebenen Methoden nicht zum Ziele führen. Dies letztere tritt allgemein ein, wenn die Ordnungszahl grösser und grösser wird und einerseits die Bewegungscurven, andererseits die Kräuselungen nicht mehr zureichend markirt sind; sodann aber namentlich bei cylindrischen Blechgefässen, bei welchen, auch wenn tiefere Obertöne in Betracht

¹ Poggendorff's Annalen, CIX, 633—639.

kommen, die Bewegungscurven auf der Innen- oder Aussenfläche nicht deutlich zum Vorschein kommen. Besondere Vortheile können namentlich auch bei anders gestalteten Cylinderflächen, wie z. B. elliptischen, die erwähnten Lycopodiumhäufchen bei der Erkennung der Knotenlinien bieten.

D. Schwingungsfiguren durch Flüssigkeitstropfen gebildet.

Noch eine andere Art merkwürdiger Klangfiguren kann man, wie ich im Jahre 1860 nachgewiesen habe¹,

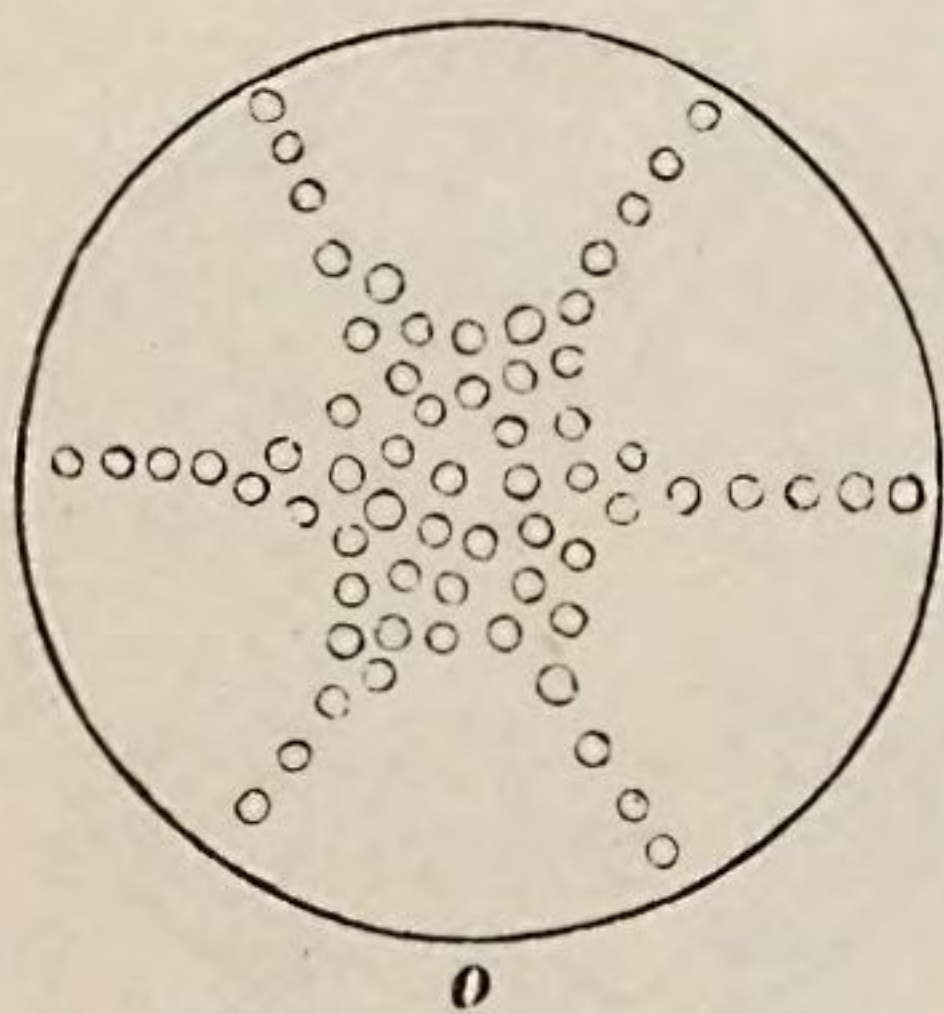


Fig. 64.

dadurch erzeugen, dass man in eine etwas grössere Glocke oder einen grössern Glastrichter nicht Wasser, sondern Alkohol giesst und das Gefäss mit dem Violinbogen durch einen kurzen, markirten Strich lebhaft in Schwingung versetzt. Es springen dann von den Schwingungsstrecken aus nach der Mitte des Gefässes hin Flüssigkeitstropfen ab und bilden eine Sternfigur, die einige Momente unsere

Blicke fesselt, um bald wieder zu verschwinden, weil die Tropfen sich rasch wieder mit der übrigen Flüssigkeitsmasse vereinigen. Fig. 64 zeigt die Erscheinung für den 2. Oberton. Dass es Flüssigkeitstropfen und keine Blasen sind, erkennt man leicht aus der bei ihnen eintretenden Brechung und Reflexion des Lichtes.

74. Eine Thatsache lässt sich bei den glockenförmigen Körpern noch verfolgen, welche geeignet ist, mehrfaches Interesse zu erregen, nämlich das Tieferwerden der Töne, falls man einen tongebenden Körper in eine Flüssigkeit theilweise oder ganz eintaucht. Was die glockenförmigen Körper anlangt, so macht

¹ Poggendorff's Annalen, CIX, 147.

man ja, wie bekannt, von diesem Einflusse der tropfbaren Flüssigkeiten, insbesondere des Wassers, Gebrauch und ist leicht im Stande, eine Anzahl Gläser abzustimmen, wodurch diese in ihrer Gesamtheit das bilden, was man eine Glasharmonica zu nennen pflegt. Herumreisende Künstler zeigen oft beim Spielen dieses Instrumentes eine erstaunliche Fertigkeit. Die Töne, welche hierbei durch Anstreichen der Glasbecher mittels nasser Finger entstehen, sind die jedesmaligen Grundtöne der Gläser und haben etwas sehr Nervenaufregendes an sich.

Ein Glas, ein Blechcylinder, Trichter u. s. w. kann auf dreifache Weise in Verbindung mit Flüssigkeiten zum tiefern Tönen gebracht werden. Einmal nämlich kann man den innern Hohlraum nach und nach ganz ausfüllen, oder das Gefäß auch aussen mehr und mehr in Flüssigkeit einhüllen, oder auch beiderseits das Gefäß mit Flüssigkeiten umgeben. Es wird hierbei unzweifelhaft einmal die Masse des Gefäßes, sodann die Höhe der beeinflussenden Flüssigkeitssäulen und drittens die Natur der Flüssigkeiten eine Verschiedenheit bedingen, da es nicht gleichgültig sein kann, ob man Wasser oder Alkohol oder eine andere Flüssigkeiten wählt.

Einer Untersuchung unterwarf diese Fragen Tomlinson im Jahre 1835 und veröffentlichte deren Resultate in einer, nur wenige Jahre erscheinenden, Zeitschrift „Records of general Science“. Es wurden hierbei Glasgefäße verwendet. In neuester Zeit widmete dem Gegenstande Montigny Aufmerksamkeit, und erschien von ihm eine diesbezügliche Arbeit in den „Bulletins de l'Académie royale de Belgique“, 1880. Die Resultate dieser Untersuchung sind:

1) Der Ton einer mit einer Flüssigkeit erfüllten oder in eine Flüssigkeit ganz eingetauchten Glocke ist immer tiefer als ihr Eigenton.

2) Die Tonvertiefung ist um so bedeutender, je dichter die angewandte Flüssigkeit ist.

3) Für alle Glocken ist die Tonveränderung beträchtlicher für den Fall, wenn sie in die Flüssigkeit beiderseits ganz eingetaucht, als wenn sie mit derselben nur innen angefüllt sind.

4) Die Tonvertiefung ist bei tieftönenden Glocken stärker als bei hochtönenden. Werden demnach Glocken, deren Töne eine gewöhnliche Tonleiter bilden, mit Wasser angefüllt, so bilden die Töne dieser gefüllten Glocken keine Tonleiter mehr.

5) Die mit einer Flüssigkeit innen angefüllte Glocke gibt denselben Ton, als wenn sie, innen leer, in die Flüssigkeit eingetaucht wird.

6) Die Tonvertiefung ist um so bedeutender, je geringer die Compressibilität der angewandten Flüssigkeit ist.

Der interessante Gegenstand war durch diese Untersuchung noch nicht allseitig klargestellt und hat in der allerjüngsten Zeit deshalb auch Fenkner eine weitergehende Experimentaluntersuchung durchgeführt, deren Resultate mir vorliegen und aus welcher ich noch verschiedenes Bemerkenswerthe hervorheben kann.

Montigny hatte bei seinen Untersuchungen Glocken von einem Glockenspiel unter den Händen. Es leuchtet ein, dass diese wegen ihrer verschiedenen Wanddicke u. s. w. sich wol weniger zu exacten Tönmessungen eignen. Fenkner hat daher seine oben erwähnten Metallcylinder, von Weissblech regelmässig hergestellt, benutzt. Ferner hat er nicht, wie Montigny, auf die Grundtöne der Gefässe allein, sondern auch auf die Obertöne derselben seine Beobachtung ausgedehnt, und namentlich auch mittels eines Sonometers möglichst genaue Tonhöhenbestimmungen gemacht. Die Resultate seiner Arbeit sind nun in folgenden Sätzen auszudrücken:

1) Wird ein einseitig offener, kreisförmiger Metallcylinder allmählich mit Wasser angefüllt, so werden die Transversaltöne des Cylinders fortwährend tiefer.

2) Eine Tonvertiefung wird erst dann wahrgenommen, sobald der Wasserstand eine bestimmte, für die verschiedenen Töne verschiedene Höhe erreicht. Diese

Grenze, bei welcher die Cylinder überhaupt anfangen, auf das Eingiessen zu reagieren, liegt um so höher, je tiefer der Ton ist.

3) Nehmen die Höhen der eingegossenen Wassermengen in arithmetischer Reihe zu, so wachsen die Tondifferenzen anfangs ebenfalls; ist das Wasser aber bis 0,5 oder 0,6 der Cylinderhöhe gestiegen, so nehmen diese Differenzen allmählich wieder ab, d. h. die Maximalvertiefung des Tones findet in dem Intervall 0,5 bis 0,6 statt.

4) Die Schwingungszahlen der Töne solcher Cylinder, die vollständig mit Wasser angefüllt wurden, sind von der Höhe der Cylinder unabhängig. Kleine Abweichungen von diesem Gesetz kommen nur bei denjenigen Cylindern vor, welche das für leere Cylinder geltende analoge Gesetz (vgl. oben S. 223) auch nicht streng befolgen.

5) Die Tonvertiefung ist für tiefere Töne bedeutender als für höhere.

6) Die Consistenz der Flüssigkeiten, wie Fenkner es nennt, z. B. bei Leinöl gegenüber Wasser, bei sonst nahezu ebenso grossem specifischen Gewicht, scheint auf die Erniedrigung der Schwingungszahlen keinen Einfluss zu haben.

Noch einen interessanten Versuch möchte ich hier zur Kenntniss bringen, welcher deutlich zeigt, wie viel stärker die Resonanz durch eine tropfbare Flüssigkeit gegenüber der durch die Luft vermittelten eintritt. Ich verwende hierzu zwei dünne, kreisförmige Blechcylinder, einen 10 cm hoch, mit einem Durchmesser von 20 cm, den zweiten mit einem Durchmesser von 10 cm und einer etwa 2 cm grössern Höhe. Der schmälere Cylinder kann centrisch in den weitem eingestellt werden, und kann durch ein auf den Boden des erstern aufgelegtes Gewicht weiter verhütet werden, dass er sich hebt, falls man den Raum zwischen den Cylindern anfängt mit Wasser auszufüllen. Giesst man nun Wasser in den innern Cylinder bis vielleicht in $\frac{3}{4}$ seiner Höhe

und ebenso in den Raum zwischen beiden Cylindern ein, so wird es leicht gelingen, nachdem an den obern Rand eines jeden Cylinders ein Streichstäbchen ange kittet wurde, und man die Wasserhöhe innen und aussen zu reguliren anfängt, dass z. B. der Grundton des innern Cylinders unisono klingt mit dem 3. Oberton des äussern. Ist dies erreicht, so lehrt der Versuch sofort, dass der äussere Cylinder in Schwingungen geräth und hierbei die oben S. 228 hervorgehobenen Wasserwirbel, beziehungsweise die Lycopodiumhäufchen, welche seinem 3. Oberton entsprechen, zeigt, falls der innere Cylinder allein angestrichen wird. Ebenso zeigt dieser in den Wasserbewegungen um ihn seine Grundschiwingung, wenn der äussere Cylinder allein angestrichen wird. Eine solche Uebereinstimmung zweier Obertöne, also gerade z. B. des 1. und 3., lässt sich nun aber auch erreichen, wenn man den Raum zwischen den Cylindern leer lässt und nur den innern Cylinder bis zu passender Höhe mit Wasser füllt. Ist der volle Einklang der Töne erreicht und streicht man jetzt den äussern Cylinder an, so wird das Wasser im Innern des schmalen Cylinders keine Spur von Bewegung zeigen, weil jetzt die zwischen den Cylindern befindliche Luft die Bewegung nicht so gut überträgt.

ELFTES KAPITEL.

Schwingungen der Luftsäulen.

75. Das uns und alle Körper umgebende Luftmeer erfüllt bei der Schallwahrnehmung eine hohe Mission. Alle tönenden Körper können durch ihre Schwingungen allein, wenn diese nicht etwa unmittelbar auf bestimmte Theile unsers Körpers sich übertragen, sich unserm Ohre nicht bemerklich machen, sondern es gehört hierzu eine eigenthümliche Trägerin, die Luft. Der schwingende Körper setzt zunächst diese in Vibration, und sie ist es auch, die schliesslich auf das Trommelfell unseres Ohrs einwirkt, ein Vorgang, der schon am Schlusse des zweiten Kapitels näher bezeichnet wurde. Dass die Luft diese Rolle spielt, erfahren wir sofort, wenn wir jenen bekannten Versuch anstellen, bei welchem ein Glöckchen unter dem Recipienten einer Luftpumpe zum Tönen gebracht wird. Anfangs hören wir seinen Klang; allmählich aber, wenn die Luft mehr und mehr weggepumpt wird, wird der Ton schwächer und hört endlich ganz auf. Denn es fehlen die Boten — die Lufttheilchen —, welche die Bewegung aus dem Innern des Recipienten nach dessen Glaswand bringen, um von hier aus der äussern Luft und unserm Ohr mitgetheilt werden zu können.

Wir haben früher eines Experiments unserer Kindheit gedacht, wobei wir Steine ins Wasser warfen und uns an den immer weiter werdenden Wellenkreisen erfreuten. Diese Wellenkreise entstanden auf der Ober-

fläche des Wassers; es hob und senkte sich diese und bildete Wellenberge und Wellenthäler: ein Vorgang der Transversal-Wellenbewegung.

Etwas Gleiches ist nun bei der Luft und überhaupt bei den Gasen nicht möglich. Wir können die Luft nicht in ein Gefäß so hineingiessen, dass sie eine freie Oberfläche erhielte, die sich heben und senken könnte. Wenn wir im lufteerfüllten Raum an irgendeiner Stelle eine Schallerregung erzeugen, so wird diese nicht im Stande sein, auf einer freien Oberfläche der Luft an irgendeiner Stelle Wellenberge und Wellenthäler zu bilden, d. h. das hervorzurufen, was wir mit dem Namen Transversalbewegung bezeichnen. Diese Bewegung kommt demnach bei den Gasen nicht vor, denn sie setzt eine Begrenzung eines Körpers nach aussen voraus, sei es in einer Fläche oder in einer Linie. Was wir bei der Luft daher nur annehmen dürfen: sind Wellen-Verdichtungen und -Verdünnungen, d. h. nur eine Longitudinalbewegung.

Wollen wir unsere Vorstellung von einer derartigen einfachsten Luftbewegung vervollständigen, so müssen wir zunächst daran denken, dass an irgendeiner Stelle in der Luft eine Erschütterung stattfindet, dass also z. B. an einem Punkte, den wir einfach mit *C* bezeichnen wollen, eine Explosion erfolgt ist. Lufttheilchen sind aber nach allen Richtungen hin in der leichtesten Weise verschiebbar: eine Bewegung eines Lufttheilchens nach einer Richtung wird demnach bewirken, dass alle Theilchen um das Erregungscentrum *C* herum in Bewegung gerathen; eine solche Explosion wird demnach niemals ein einzelnes Theilchen allein in Bewegung setzen, sondern gleichzeitig unzählig viele, und wird zunächst um *C* eine Verdichtung der Luft angenommen werden müssen. Diese Verdichtung kann nicht bleiben; die Theilchen, welche nach aussen sich bewegen, werden auf weiter liegende stossen, und in einer gewissen Zeit wird um *C* herum eine Kugelschale gedacht werden müssen, welche die Verdichtungswelle

darstellt; auch diese wird nicht bleiben, sondern es wird, da der Schall mit gleichförmiger Geschwindigkeit vorwärts eilt, nach doppelt so langer Zeit die Verdichtungswelle eine Kugelschale mit doppelt so grossem Radius bilden. Das, was wir beim Wasser auf der Oberfläche als Wellenkreise mit dem Auge ruhig verfolgen konnten, müssen wir bei der Luft als im Raume vor sich gehend denken, und sind es hier auch keine Kreise, sondern Kugelschalen. Denn dächten wir uns, es befänden sich nach irgendeiner Richtung hin, im Horizont oder senkrecht in die Höhe oder schief hinauf gerechnet, verschiedene Beobachter, aber alle in gleicher Entfernung vom Erregungscentrum,

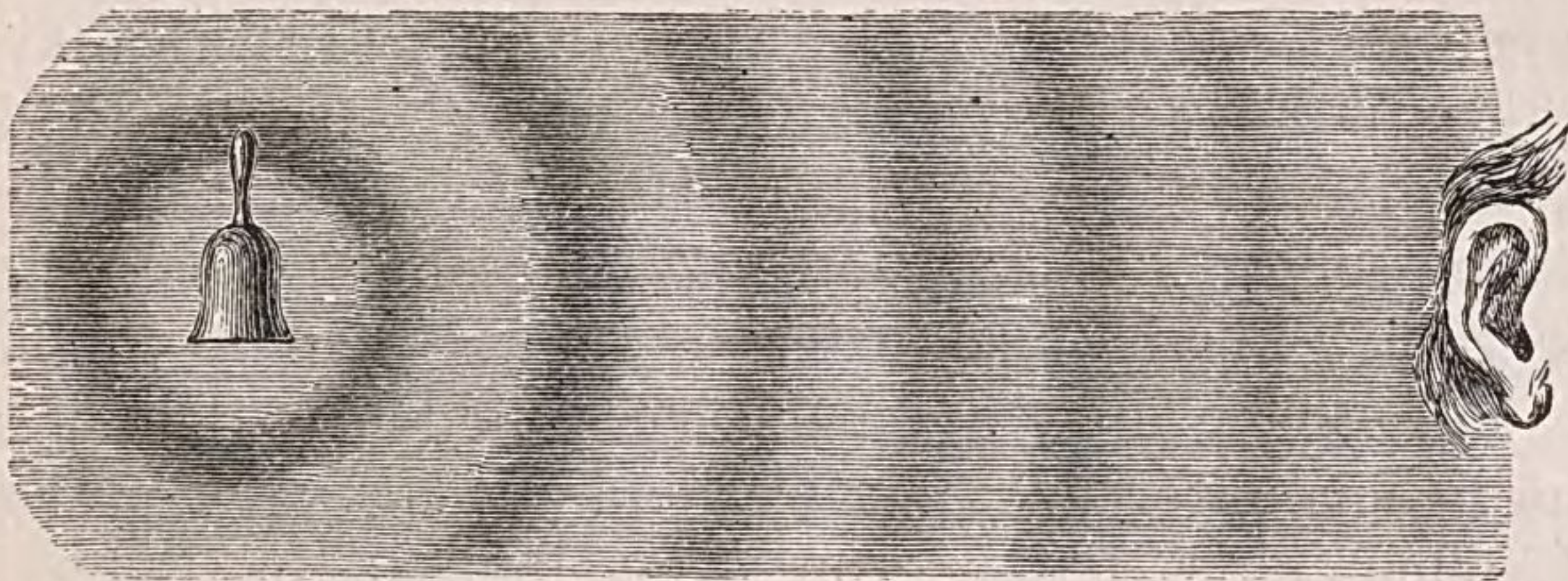


Fig. 65.

so empfangen alle den Schall zu gleicher Zeit, zum Beweis, dass die nämliche Schallwelle eine Kugelschale ist, die sich nach jeder Richtung gleichmässig erweitert.

Man kann sich leicht vorstellen, dass ebenso, wie eine Wellenverdichtung in der Luft fortschreitet, hinter dieser eine Verdünnung und nach dieser wieder eine Verdichtung fortschreitet. Diese Vorstellung müssen wir festhalten, wenn wir einen schwingenden Körper, der seine Schwingungen auf die Luft überträgt, voraussetzen. Fig. 65 versinnlicht den Vorgang. Wird vom Erregungscentrum — dem Orte des tönenden Glöckchens — aus nach irgendeiner Richtung eine Gerade gezogen gedacht, so können wir diese passend einen Schallstrahl nennen. Denn diese Gerade

deutet die Richtung und zugleich den kürzesten Weg an, auf dem der Schall von seiner Quelle aus durch die Luft nach einem bestimmten Punkte gelangt. Denken wir das Ohr eines Beobachters hinzu, so gewinnt die betreffende Gerade, der Richtungsstrahl, noch eine erhöhte akustische Bedeutung. Der Eingang zu unserm Ohr ist nämlich so eng, dass nur ein sehr kleiner Theil der gesammten Schallbewegung um C für unser Ohr schliesslich in Betracht kommt, und einen solchen schmalen Wellencylinder oder, wenn man will, Wellenconus soll dieser Schallstrahl mit den auf ihm liegenden kleinen Stücken der Wellenverdichtungen und Verdünnungen vorstellen.

76. Eine hochwichtige und interessante Frage war immer: Mit welcher Schnelligkeit pflanzen sich solche Verdichtungen oder überhaupt Schallwellen in der Luft fort? Diese Frage hat in ihrer Lösung schon im Jahre 1657 Mersenne beschäftigt; aber selbst bis in unsere Tage herauf behielt sie hinreichend Bedeutung, um nach verschiedenen Seiten hin gründlicher untersucht zu werden. Denn es kam nach und nach eine Reihe von Einzelheiten in Betracht, welche die rasche und endgültige Lösung des Problems erschwerten. Zunächst leuchtet ein, dass die Temperatur der Luft wol einen Einfluss üben könne; sodann war es denkbar, dass die Intensität des Schalles, vielleicht auch die Höhe der sich fortpflanzenden Töne, von Einfluss sei. Aber noch in einer ganz andern Richtung zeigte sich eine beachtenswerthe Seite der Frage. Früher nahm man an, dass sich die Luftbewegung in Röhren, in Orgelpfeifen, mit derselben Schnelligkeit fortpflanze wie im freien und unbegrenzten Raum. Genauere Forschungen haben jedoch ergeben, dass dies durchaus nicht der Fall ist, dass vielmehr der Durchmesser eines Rohres, ferner seine innere Beschaffenheit, je nachdem es glatt oder rauh ist, einen entschiedenen Einfluss ausübt. Auch nicht die Luft allein, sondern verschiedene andere Gase wurden schon von Chladni

untersucht; doch ist man erst in unserer Zeit im Stande gewesen, diese Verschiedenheit der Fortpflanzung des Schalles in verschiedenen Gasen mit verhältnissmässig sehr einfachen Mitteln und mit grosser Genauigkeit zu bestimmen, ein Fortschritt, den wir insbesondere Kundt, einem unserer gründlichsten Forscher auf dem Gebiete der Akustik, verdanken.

Für uns hat die Frage nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles jetzt nur insoweit Bedeutung, dass wir die Hauptsache kennen lernen wollen und zwar zunächst bezüglich der Fortpflanzung in freier Luft ohne irgendwelche Einzwängung. Schon Newton löste das Problem theilweise und gab für diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit v die Formel:

$$v = \sqrt{\frac{q \cdot h \cdot g}{s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

worin q die Dichtigkeit des Quecksilbers — das Wasser zu Grunde gelegt —, h den Barometerstand in Centimetern, g die Beschleunigung der Schwere auch in Centimetern und s die Dichtigkeit der Luft, ebenfalls verglichen mit Wasser, bedeutet. Diese Formel gestattet eine sehr wesentliche Veränderung. Denn da q , h und s bei der Beobachtungstemperatur t und einem beobachteten Barometerstand h zu denken sind, so kann man diese Grössen durch andere, nämlich q_0 , 76 und s_0 , ersetzen, wobei q_0 die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0° , ferner 76 cm den sogenannten Normalbarometerstand und s_0 die Dichtigkeit der Luft bei 0° und unter dem Druck einer Quecksilbersäule von 76 cm und 0° Temperatur vorstellt. Es misst nun das Product $q \cdot h$ den Druck einer Quecksilbersäule bei t° dagegen $q_0 \cdot 76$ denjenigen der Normalquecksilbersäule, und entspricht dem Druck:

$q \cdot h$	bei	t°	die	Luftdicke	s
$q_0 \cdot 76$	„	t°	eine	„	s_0'
$q_0 \cdot 76$	„	0°	„	„	s_0

Es bestehen ferner nach Mariotte und Gay-Lussac die wichtigen Gleichungen:

$$\frac{s}{s_0'} = \frac{q \cdot h}{q_0 \cdot 76}$$

$$\frac{s_0'}{s_0} = \frac{1}{1 + \alpha t}$$

$$\frac{s}{s_0} = \frac{q \cdot h}{q_0 \cdot 76} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t},$$

wobei noch $\alpha = 1/273$ den sogenannten Ausdehnungscoefficienten der Luft bedeutet, d. h. den Bruch $1/273$, welcher angibt, um wieviel irgendein Volumen Luft sich ausdehnt, wenn es um 1° wärmer wird und hierbei den auf ihm lastenden Druck ohne Aenderung desselben auf eine der Ausdehnung entsprechende Strecke überwindet. Führen wir aber den Werth

$$s = s_0 \cdot \frac{q \cdot h}{q_0 \cdot 76} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t}$$

in obige Gleichung für v ein, so ergibt sich:

$$v = \sqrt{\frac{q_0 \cdot 76 \cdot g \cdot (1 + \alpha t)}{s_0}}$$

und demgemäss, wenn wir für q_0 den Werth 13,595, für s_0 den Werth 0,001293 setzen, pro Centimeter und Secunde]

$$v = 27995,6 \sqrt{1 + \alpha t},$$

oder in Metern:

$$v = 279,96 \sqrt{1 + \alpha t} \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

wonach für $t = 0^\circ$ sich

$$v = 279,96 \text{ m}$$

ergäbe.

Mit diesem, aus der Newton'schen Formel abzuleitenden Werthe stimmten nun aber die, durch directe sorg-

fältige Messungen erhaltenen, Resultate durchaus nicht überein, vielmehr fand sich die wirkliche Fortpflanzungsgeschwindigkeit wesentlich grösser. Mehrfach wurden diese directen Bestimmungen in der bekannten Weise durch Abfeuern von Geschützen gemacht, und ist es insbesondere das von den drei holländischen Gelehrten Moll, van Beek und Kuytenbrower am 27. und 28. Juni 1823 in der Nähe von Utrecht gewonnene Resultat, welches wol als das genaueste angesehen zu werden pflegt. Hiernach ist $v_0 = 332,25$ m anzunehmen. Es fragte sich daher, worin lag der Grund dieser wesentlichen Verschiedenheit der beiden Resultate? Schon im Jahre 1816 hatte Laplace ihn gefunden in der von Newton nicht beachteten Wärmeerzeugung, die bei der Compression der Luftschichten während der Wellenverdichtung, und in der Wärmeverminderung, die bei der Wellenverdünnung eintreten muss. Diesem Einflusse der Wärme auf die Spannkraft der Luft entsprechend, führte Laplace einen an obigem Ausdruck für v anzubringenden Correctionsfactor:

$$k = \sqrt{\frac{c}{c'}}$$

ein, in welchem c die specifische Wärme der Luft unter constantem Druck, aber veränderlichem Volumen, und c' die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen, d. h. für die Fälle, wo ein Luftquantum sich nicht ausdehnen kann, bedeutet. Dieses Verhältniss $\frac{c}{c'}$ muss man, nach Röntgen, gleich 1,4053 annehmen und wird hiernach:

$$k = 1,1855.$$

Multipliciren wir aber obigen Zahlenwerth v_0 mit k , so wird

$$v_0 = 331,88 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

welcher Werth nunmehr mit dem direct beobachteten

Werthe sich in wesentlich besserer Uebereinstimmung befindet.

77. Die Wellenerregung im weiten, unbegrenzten Luftmeer ist nur eine fortschreitende; soll sie zu einer stehenden werden, so müssen auf irgendeine Weise reflectirte Wellen mit den direct sich fortpflanzenden zusammentreffen, ähnlich wie wir dies bei den Longitudinalwellen eines Seiles, einer Saite und eines Stabes gesehen haben. Man erreicht dieses dadurch, dass man ein begrenztes Luftquantum in Vibration versetzt. Die Art dieser Begrenzung ist unendlich mannichfach, jedoch beschränkt man sich auf solche Formen, welche wegen ihrer Einfachheit und ihrer praktischen Bedeutung fast ausschliesslich in Betracht kommen. Eine derartige Begrenzung erfährt die Luft insbesondere in kreisförmig cylindrischen Röhren, ferner in Röhren, deren Wände aus vier, ein Prisma bildenden Ebenen bestehen und wobei der Querschnitt meistens ein Quadrat ist. Ausserdem sind noch die kugelförmig und trichterförmig begrenzten Lufträume theoretisch und praktisch von Bedeutung, letztere namentlich auch deshalb, weil ja ein grosser Theil der Blasinstrumente diese Form besitzt. Wir werden uns ausschliesslich mit den geradlinig verlaufenden Luftsäulen beschäftigen.

Das Material, woraus solche Röhren bestehen können, ist sehr wechselnd. Man kann dieselben bilden aus Metall, insbesondere aus Zinn, Zink, Weissblech, Blei, Messing und Kupfer; ferner können die Röhren von Glas, von Holz und namentlich auch von Pappe sein.

Die Art und Weise, die Luft in einem solchen Rohre zum Tönen zu bringen, unterscheidet sich in einer Richtung total von dem, was wir bei festen Körpern anwenden können. Bei diesen sind wir nämlich im Stande, einen directen Angriff auf die Moleküle zu machen, namentlich mittels eines Violinbogens oder eines Streichstäbchens, oder mittels Reiben in der Richtung der Länge. Bei einer Luftsäule fallen alle diese

Erregungsarten weg; ein directes Angreifen und Zerren an der Luftsäule ist nicht möglich. Nur eine Art ist es allerdings, die wir sowol bei Stäben wie bei einer Luftsäule in nahezu gleicher Weise anwenden können; sie besteht darin, dass wir auf das eine offene Ende der Luftsäule einen Schlag mit dem Ballen der Hand oder in irgendeiner andern Weise ausüben, wodurch offenbar an diesem Ende zunächst eine Wellenverdichtung erzeugt wird, die sich nach dem andern Ende fortpflanzt, dort reflectirt wird und so, falls ihr jetzt neu erregte Wellen begegnen, die Veranlassung zu einer stehenden Wellenbewegung wird. Es entspricht dies bei einem Stabe offenbar dem Falle, wo wir mittels eines Hammers einen Schlag auf das eine Ende in der Richtung der Länge des Stabes ausführen und diesen so veranlassen, einen Longitudinalton hören zu lassen. Aber führt man diesen Versuch bei einer beiderseits offenen Luftsäule nun wirklich aus, so zeigt sich sofort bei dieser etwas Eigenthümliches: Man erhält nämlich einen Ton, welcher die tiefere Octave ist von dem Grundton, den eine solche Luftsäule überhaupt geben kann. Sehr natürlich. Denn schlagen wir mit der flachen Hand auf das eine Ende einer offenen Luftsäule, so wird dieses Ende, wenn auch nur sehr kurze Zeit, ein verschlossenes Ende; die Luftsäule wird also eine sogenannte einseitig gedeckte, mit einem offenen und einem geschlossenen Ende, und lässt den Grundton dieser hören, der, wie wir noch näher sehen werden, die tiefere Octave einer beiderseits offenen Säule ist. Wollen wir dagegen den eigentlichen Grundton der letztern angedeutet erhalten, so müssen wir anders verfahren, nämlich so, dass wir durch einen Deckel das eine offene Ende verschliessen und diesen Deckel rasch abziehen. Geschieht dies, so stürzt die Luft im Moment des Abzugs nach dem offenen Ende hin und lässt sich der hierbei wahrgenommene Ton unschwer als die höhere Octave von dem nach der ersten Manier erhaltenen erkennen. Lässt man den aus Pappe

bestehenden Deckel auf dem einen Ende fest aufsitzen und schlägt mit dem Finger oder einem Hämmerchen auf den Boden desselben, so erhält man genau denselben Ton, als schläge man an das ganz offene Rohr mit der flachen Hand, d. h. die tiefere Octave. Den Grundton des ganz offenen Rohres, ebenso den eines gedeckten, erhält man auch dann leise angezeigt, wenn man blos mit der Hand auf die Längswand der Röhre schlägt.

Alle auf diese Weisen erhaltenen Töne sind aber schwach und rasch verhallend, doch genügen diese Erregungen vollkommen, um die betreffenden Tonhöhen zu erkennen, ja diese Erregungen können insbesondere da sich empfehlen, wo man die Luftsäule ohne irgend-

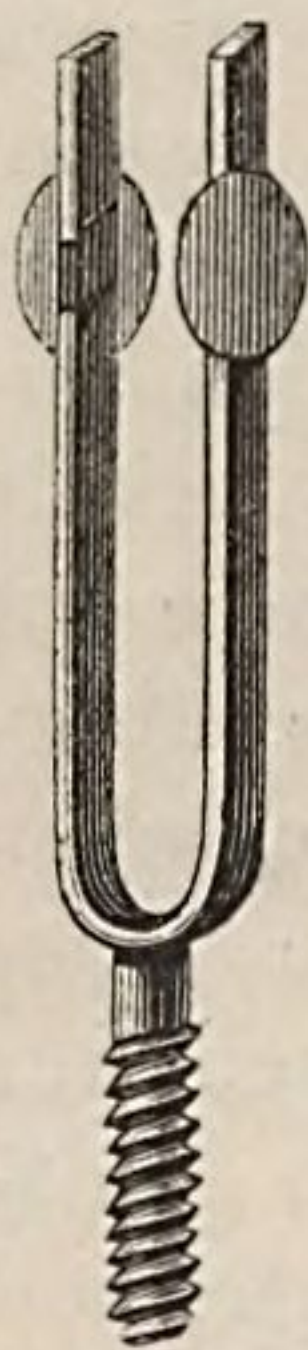


Fig. 66.

welche Zuthaten, wie ein Labium u. s. w., untersuchen will. Um intensivere Töne zu erhalten, müssen aber andere Methoden angewandt werden, und benutzt man zuweilen als Erreger einen mit selbständigen Schwingungen auftretenden Körper, namentlich eine Stimmgabel. Hält man diese mit einem ihrer Zinken an das offene Ende einer Luftsäule, deren Grundton insbesondere unisono mit der Gabel ist, so klingt die Röhre lebhaft mit. Soll dies noch lebhafter werden, so kann man Platten von Zink verwenden, an welche umgebogene Streifen desselben Metalls gelöthet sind, um sie fest auf die Zinken der Gabel aufstecken zu können, wie dies die Fig. 66 wol deutlich versinnlicht. Wieviel stärker eine so armirte Gabel eine Luftsäule zum Mittönen bringt, zeigt sich recht deutlich, wenn man die Platten von den Zinkenenden so weit herunterschiebt, dass die letztern auf eine entsprechende Strecke hin frei werden. Hält man die Gabel mit den freien Strecken vor die Luftsäule, so ist der Ton lange nicht so intensiv, als wenn die breiten Platten vorgehalten werden, trotzdem dass diese nun schon ziemlich weit von den Schwingungsmaximis der Gabel entfernt stehen. In gleicher Weise lässt sich die Luft in einer

Röhre, wie Hopkins¹ es that, auch mittels einer Chladni'schen Klangscheibe zum Mittönen bringen, wenn man z. B. senkrecht über ein Schwingungsfeld der letztern die Röhre hält und wenn insbesondere der Einklang der betreffenden Töne besteht.

Aber auch diese Manier liefert noch nicht die eigentlich starken Schwingungen der Luftsäulen, und kommen solche erst durch Anwendung eines eigenthümlichen Hilfsapparates zu Stande, mit welchem man einen bandförmigen Luftstrahl durch eine schmale Spalte treibt. Man verschafft sich zu dem Ende eine sogenannte Anblasespalte von der Form der Fig. 67, welche aus Zinkblech oder dünnem Messingblech so gearbeitet ist,

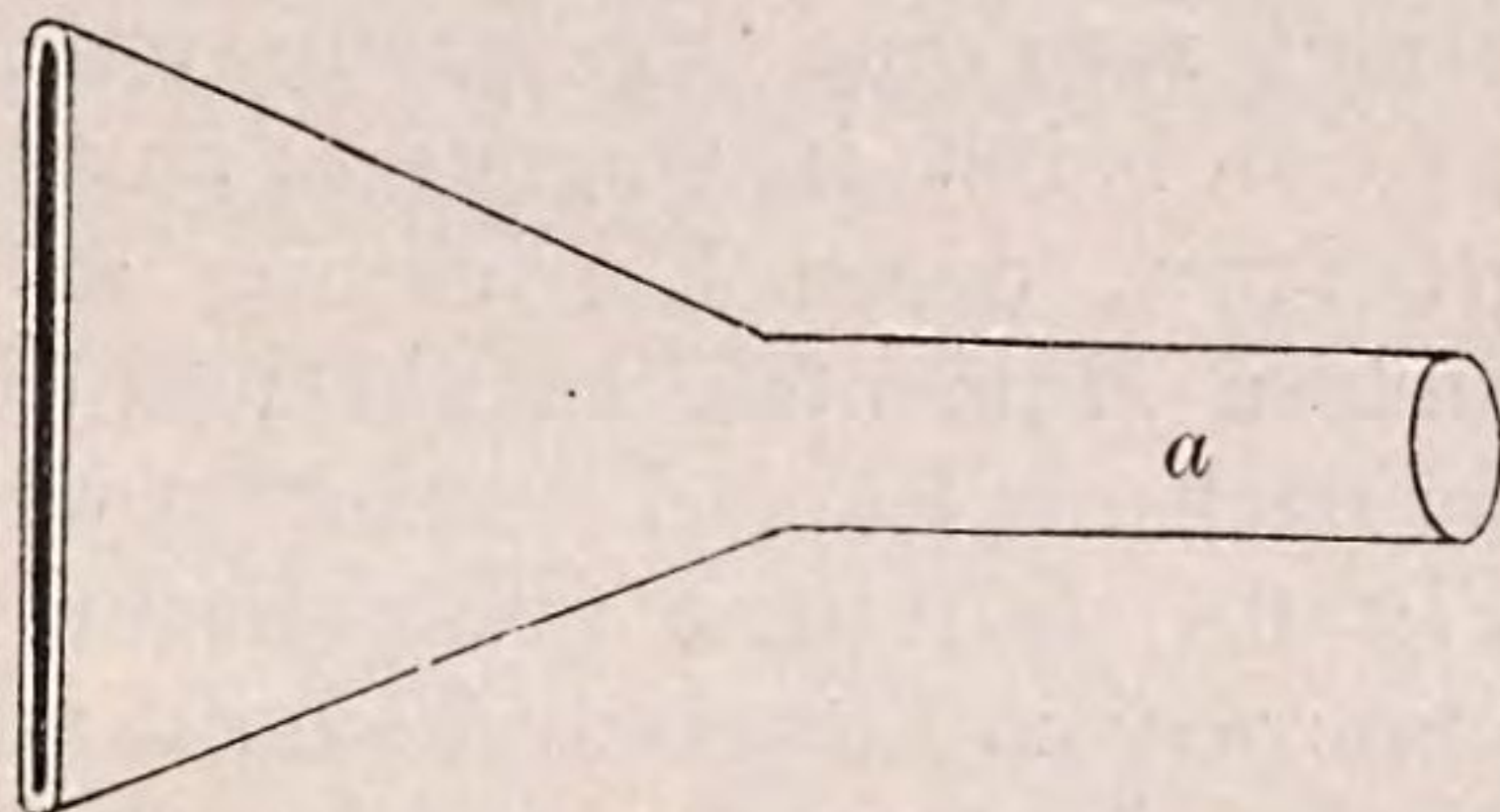


Fig. 67.

dass an ein cylindrisches Röhrchen *a* zwei Platten angelöthet sind, die nach aussen hin eine schmale Spalte zwischen sich bilden. In das Röhrenstückchen *a* hinein kann entweder mit dem Munde geblasen werden oder man kann auch über dasselbe einen Kautschukschlauch ziehen, um mittels eines Blasebalgs Luft hindurchzutreiben. Dass der, durch eine solche Spalte getriebene Luftstrom bandförmig ist und auf eine weitere Strecke auch so bleibt, erfährt man am einfachsten dadurch, dass man Leuchtgas hindurchtreibt und dieses anzündet. Je nach dem Druck, wird man eine verschieden lange,

¹ „Ueber Schwingungen der Luft in cylindrischen Röhren.“ Pogg. Ann., Jahrgang 1838, XLIV, 246—272 und 603—623.

bandförmige Flamme erzielen. Mit einer solchen Spalte lassen sich offene und gedeckte Luftsäulen gut anblasen, und können hierbei je nach der Haltung der Spalte und der Stärke des Luftstromes nicht bloß der Grundton, sondern auch verschiedene Obertöne herausgebracht werden.

Sicherer und bequemer erreicht man sein Ziel aber noch, wenn man eine solche Spalteinrichtung unmittelbar mit dem Luftrohr verbindet, wodurch

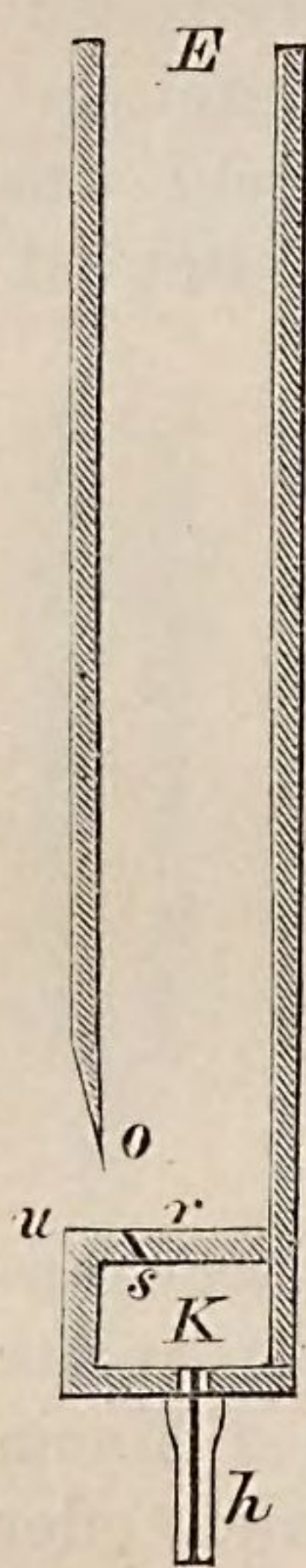


Fig. 68.

der Apparat erst zur eigentlichen Orgelpfeife wird. Da man hierbei die Sache noch speciell so einzurichten pflegt, dass dem bandförmigen Luftstrom eine Schneide, die sogenannte Oberlippe, gegenübersteht, so erhält man eine Orgelpfeife, welche Labialpfeife heisst, im Gegensatz zu den Zungenpfeifen, deren Einrichtung auf wesentlich andern Momenten beruht und die von uns im nächsten Kapitel betrachtet werden sollen. Fig. 68 stellt eine prismatische Orgelpfeife, und zwar im Längsdurchschnitt vor. Es pflegt hierbei der Orgelbauer folgende Nomenclatur zu benutzen. Der unterste Theil der Pfeife bildet den Fuss, dessen Haupttheil die Spalte, die Luft- oder Kernspalte oder Stimmritze *s* ist. Sie entsteht zwischen zwei Rändern *u* und *r*, und heisst *u* die Unterlippe, *r* dagegen der Kern der Pfeife. Indem die Pfeife mit dem konischen Ansatzstück *h* auf einen Blasebalg gesetzt wird, strömt die Luft aus diesem in die Kammer *K* und von da in einem bandförmigen Strahl gegen eine Schneide *o*, welche die Oberlippe genannt wird. Den zwischen der Oberlippe *o* und der Stimmritze *s* liegenden Raum pflegt man den Aufschnitt zu nennen.

Man erkennt hieraus sofort, dass das, was man in dieser Form eine offene Pfeife nennt, nur insoweit zutrifft, als ausser dem einen ganz offenen obern

Ende *E* das untere Ende nur längs des Aufsnittes offen ist, während eine ganz offene Röhre auch unten im ganzen Querschnitt offen sein würde. Eine solche erhielte man erst, wenn man in der Höhe des untern Randes der Oberlippe die Pfeife durchsägte. Der Begriff offene Pfeife ist demnach kein ganz bestimmter. Man kann eine Luftsäule oben und unten zumachen und in eine oder in beide Endplatten Löcher von den verschiedensten Querschnitten einschneiden. Bläst man die Röhre dann mit einer Luftspalte an, so erhält man je nach den Oeffnungen verschiedene Töne. Eine cylindrische Pappröhre, 236 mm lang, mit einer innern Weite von 32 mm wurde oben und unten mit dünnen Bleiplatten verschlossen, in welche mitten kreisrunde Oeffnungen gebohrt waren. Die Töne, welche sie lieferte, sind ihren Schwingungszahlen nach in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Durchmesser der Oeffnungen in mm		am Anblaseende			
		4,3	11,0	17,5	32,4
am Gegenende	0	100	146	162	170
	4,3	150	182	210	222
	11,0	182	234	252	288
	17,5	210	252	284	304
	32,4	222	288	304	328

Diese kleine Untersuchung entspricht folgenden bemerkenswerthen und bekannten Thatsachen:

- 1) Der Ton einer Luftsäule wird um so höher, je weiter die Anblaseöffnung ist.
- 2) Der Ton einer Luftsäule wird um so höher, je weiter bei einer und derselben Anblaseöffnung die Gegenöffnung ist.

- 3) Es ist einerlei, ob man, auch bei verschiedenen Enden, das eine oder andere Ende einer solchen Luftsäule anbläst. Der Ton ist derselbe. Für die Oeffnungen 11,0 und 17,5 z. B. gleich 252. (Es bleibt jedoch dahingestellt, inwieweit dieser Satz allgemeine Gültigkeit hat.)
- 4) Der Ton kann durch völlige Deckung des einen Endes bei einer kleinen Anblaseöffnung am andern Ende mindestens um das Dreifache erniedrigt werden.

78. Es entstehen nunmehr zwei wichtige Fragen, einmal: wie kommt es, dass durch eine Anblasevorrichtung mittels eines Spaltes, wie insbesondere bei den Labial-Orgelpfeifen, die Luft in einer Röhre in eine stehende Wellenbewegung geräth, und zweitens: welche Bewegungen, Dichtigkeits- und Druckverhältnisse zeigt eine solche Luftsäule während ihrer Schwingung?

Was die erste Frage betrifft, so haben sich in jüngster Zeit insbesondere Sonreck¹, Lootens und van Tricht² mit ihr beschäftigt. Doch scheint es, als wäre auch durch diese Untersuchungen der verwickelte Gegenstand noch nicht völlig klar gestellt. Dass ein bandförmiger Luftstrom, der auf eine entgegenstehende Kante, eine Schneide, eine Oberlippe trifft, allein schon im Stande ist, Töne zu erzeugen, ist eine bekannte Thatsache, und verdanken wir nach verschiedenen Rich-

¹ „Die Schwingungserregung und die Bewegung der Luftsäule in offenen und gedeckten Pfeifen.“ Poggendorff's Annalen, CLVIII, 129—148 (1876).

² „Expériences de M. Lootens sur les mouvements de la colonne aérienne dans les tuyaux sonores.“ D'Almeida, VI, 53—57 (1877). Beiblätter zu Poggendorff's Annalen, Jahrgang 1877, S. 229.

tungen hin eine Aufklärung den beiden Forschern Masson¹ und Sondhaus² und in neuester Zeit W. Kohlrausch.³

Sicherlich gehören alle derartigen Töne zu den sogenannten Reibungstönen, deren Bedeutung, wie wir schon oben (S. 72) sahen, im Jahre 1878 Strouhal auch nach andern Richtungen hin darlegte. Am Schlusse seiner oben citirten Abhandlung kommt Derselbe auch auf die Anregung der Pfeifentöne durch Reibungstöne zu sprechen, und schliesse ich mich dieser Auffassung vollkommen an. Auch Tyndall pflichtet dieser bei, wenn er in seinem Werke „Der Schall“ sagt: „Der dünne Luftstrom brandet gegen die scharfe Kante der Oberlippe und bringt da ein schwirrendes Geräusch hervor, aus welchem gewisse Impulse durch die Resonanz der Pfeife verstärkt und in einen Ton verwandelt werden.“ Es ist demnach ein Vorgang der Resonanz anzunehmen, deren Grundgesetz auch hier eine Rolle spielt. Wiewol wir schon im Vorausgehenden mehrfach Resonanzwirkungen kennen gelernt haben, so wollen wir sie hier wiederum auffassen. Denken wir uns auf irgendeine Weise Schallschwingungen erzeugt, welche die primären heissen sollen, so können diese entweder direct einen zweiten Körper, der befähigt ist, Schallschwingungen auszuführen, in Vibration versetzen, oder es kann auch zwischen diesen beiden Körpern noch ein Zwischenmedium, ein oder mehrere Zwischenkörper, auftreten, sodass wir es oft mit drei oder mehr schwingenden Körpern zu thun haben. Eine directe Wirkung der Resonanz fand oben statt, als wir einen Faden an eine Stimmgabel anknüpften, deren primäre Schwingungen in dem Faden Vibrationen hervorriefen. Ein

¹ „Études expérimentales sur le mouvement des fluides élastiques.“. Annales de chimie et phys., 3^{me} série, XL, 333—479 (1854).

² „Ueber die beim Ausströmen der Luft entstehenden Töne.“ Poggendorff's Annalen, XCI, 126—147 und 214—241 (1854).

³ Wiedemann's Annalen, XIII, 545—569 (1881).

ganz ähnlicher Zusammenhang ist es, wenn eine Stimmgabel, wie wir oben (S. 244) sahen, eine Luftsäule direct in Vibration versetzt. Ein ebensolcher ist es, wenn jetzt die primären Vibrationen des Reibungstones unten am Labium die daranstossende Luftsäule zur Vibration anregen.

Die hauptsächlichsten bestimmenden Elemente für die Tonhöhe des Reibungstones sind die Intensität oder die Geschwindigkeit des aus der Stimmritze kommenden Luftstromes, ferner die Stellung und Entfernung der Oberlippe gegenüber der Stimmritze, endlich die Weite der letztern, und geben hier Masson und W. Kohlrausch genaue Anhaltspunkte. Alle diese Elemente können wir in der mannichfachsten Weise abändern, und wissen, dass von ihnen nicht bloß die Möglichkeit eines Mitschwingens der Luft in der Pfeife abhängt, sondern dass mit ihnen auch die Qualität des Pfeifentones, also das, was man seine Klangfarbe zu nennen pflegt, in wunderbarer Weise in Verbindung steht. Denn das, was wir Reibungston nennen, ist oft nichts Einfaches, sondern mehr ein Gemisch von mancherlei Vibrationen, deren Gesamtmasse deshalb besser Reibungsgeräusch heissen sollte, wenn sich nicht doch aus diesem letztern ein bestimmter Hauptton heraushebe, der bei der Resonanz zunächst das Meistbestimmende ist. Die übrigen Componenten, obwol schwächer, irritiren die daranstossende Luftsäule aber auch und veranlassen vielleicht diese, Partialschwingungen auszuführen, oder sie hängen ihrem Haupttone etwas an, was ihm den Charakter des Scharfen, des Zischenden, des Rauhen u. s. w. verleiht.

In unserm jetzigen Falle liegt die Sache so, dass die primären und secundären Vibrationen einem und demselben Körper angehören, nämlich einer Luftmasse, wobei vermuthlich nicht bloß eine Erregung von einer Seite her veranlasst wird, sondern wo auch der in der Pfeife erst zu erregende Ton, sobald er anfängt, sich auszubilden, eine Rückwirkung auf den Erreger, den Reibungston, ausübt, ohne seine Abhängigkeit von die-

sem zu verlieren. Wir werden nach dieser Auffassung daher von einer Schwingungszahl des Reibungstones reden müssen, dessen continuirliche Veränderung, solange dieselbe Pfeife vorliegt, der Hauptsache nach nur von der Intensität oder Geschwindigkeit des aus der Stimmritze kommenden Luftstromes abhängt. Hierbei lehrt aber schon der einfachste Versuch, dass der Reibungston bei stärkerm Luftstrom höher wird. Es muss sich demnach continuirlich die Stärke dieses Luftstromes ändern, wenn eine continuirliche Aenderung der Höhe des Reibungstones eintreten soll. Wir erreichen dies praktisch entweder dadurch, dass wir eine Pfeife mit dem Munde stärker und stärker anblasen, oder besser dadurch, dass wir dieselbe auf einen Blasetisch setzen und die Klappe, nach deren Oeffnen die Luft in den Fuss der Pfeife einströmt, mittels einer Regulirschraube niederdrücken. Durch eine entsprechende Handhabung dieser Schraube kann man die Stärke des Luftstroms beliebig ändern. Sollte aber namentlich ein ganz schwacher Luftstrom nöthig werden und die Regulierungsschraube der Klappe nicht fein genug sein, so kann man die Pfeife mit ihrem Fusse, anstatt direct auf den Blasetisch, erst auf ein Kästchen und dieses letztere dann auf den Blasetisch setzen. Versieht man dieses Kästchen noch mit einem Schieber, so lässt sich durch entsprechendes Oeffnen dieses Schiebers die Stärke des Luftstromes bedeutend abschwächen und kann dieser so abgeschwächte Strom dann durch die Regulierungsschraube viel feiner abstuft werden.

79. Was zeigt sich nun bei aufmerksamer Beobachtung? Ich nahm eine vierfüssige offene Orgelpfeife mit quadratischem Querschnitt von 2'' 4''' Seitenlänge, setzte sie auf das Kästchen und dieses auf einen Orgelblasetisch. Sobald der Luftstrom in der leisesten Weise wirkte, vernahm ich ein dumpfes, leises und tiefes Murmeln, dessen Tonhöhe allmählich in die Höhe ging, wenn die Regulierungsschraube die Klappe ganz langsam mehr und mehr öffnete. Fern von sonstigem Geräusch

und am besten in stiller Nacht ergab eine aufmerksame Beobachtung Folgendes:

Druck.	Töne der Pfeife.
1. Druck. Sehr schwach.	Es lässt sich ganz leise, aber rein der Grundton der Pfeife hören.
2. Druck. Ein klein wenig stärker.	Es erklingt ganz leise die Octave des Grundtones; der letztere ist aber nicht verschwunden, sondern tönt leise zur Octave hinzu, mit dieser Schwebungen bildend.
3. Druck. Wiederum ein wenig stärker.	Der Grundton der Pfeife erklingt zum zweiten mal, und zwar etwas stärker wie im Anfang.
4. Druck. Ewas stärker.	Die Pfeife lässt den dritten Oberton, d. h. die Quinte von der Octave deutlich hören, jedoch wieder in Gesellschaft des leise mitklingenden Grundtones.
5. Druck.	Der Grundton erklingt zum dritten mal allein.
6. Druck.	Grundton und Octave im Kampfe miteinander.
7. Druck.	Octave allein.
8. Druck.	Grundton zum vierten mal und zwar in grösstmöglicher Stärke.
9. Druck. Stark mit dem Munde angeblasen.	Octave allein in voller Stärke.
10. Druck. Stärkstmöglicher Druck beim Anblasen mit dem Munde.	Quinte von der Octave, d. h. dritter Oberton.

Die Pfeife liess demnach wiederholt, und zwar viermal, ihren Grundton in immer zunehmender Stärke vernehmen; sie liess wiederholt allein den zweiten Oberton, die Octave, erklingen; sie liess

wiederholt den dritten Oberton, die Quinte von der Octave erklingen, und bei intermediären Stärken des Luftstromes auch zwei Töne gleichzeitig hören. Das ist aber eine Erscheinung, welche dem Resonanzgesetz vollkommen entspricht. Die Tonhöhe des Reibungstones am Labium ändert sich nach und nach zwischen Schwingungszahlen, die wir einmal mit

$$M \dots N \dots O \dots P \dots Q \dots R \dots$$

bezeichnen wollen, während die Schwingungszahlen der drei ersten Obertöne der Pfeife

$$n_1, n_2, n_3$$

heissen sollen. Da nun offene Pfeifen bezüglich ihrer Obertöne dasselbe Gesetz befolgen wie die longitudinal-schwingenden Stäbe, die an beiden Enden frei sind, so muss

$$n_1 = \frac{n_2}{2}, \quad n_1 = \frac{n_3}{3}$$

sein. Wir können uns nun einmal vorstellen, dass gerade die Schwingungszahl

$$M = \frac{n_1}{4} = \frac{n_2}{8} = \frac{n_3}{12}$$

wäre; was wird geschehen? Der Grundton n_1 der Pfeife ist vierter Oberton zum Reibungston M ; nach dem Resonanzgesetz wird daher der Grundton der Pfeife ganz leise mitklingen müssen. Auch n_2 und n_3 müssten mitklingen; da aber n_2 der 8., n_3 der 12. Oberton von M ist, so leuchtet ein, wie für sie ein Mitklingen kaum möglich wird, d. h. aber, n_1 wird ausschliesslich gehört werden. Wird ferner angenommen, es wäre gerade:

$$N = \frac{n_1}{3} = \frac{n_2}{6} = \frac{n_3}{9},$$

so müssen n_1 und n_2 erklingen als 3. und 6. Oberton von N . Ferner:

$$O = \frac{n_1}{2} = \frac{n_2}{4} = \frac{n_3}{6};$$

alle drei Töne n_1 , n_2 und n_3 können als Obertöne mitklingen. Ferner

$$P = n_1 = \frac{n_2}{2} = \frac{n_3}{3}.$$

Dieses ist der merkwürdige Fall, wobei der Reibungston P unisono mit dem Grundton n_1 ist; der letztere ist daher Ton stärkster Resonanz, und die Pfeife lässt ihn vorzugsweise hören, d. h. sie liefert den Ton, wofür sie eigentlich bestimmt ist. Ferner:

$$Q = 2n_1 = n_2 = \frac{2}{3}n_3.$$

Der Ton n_1 ist erster Unterton von Q und klingt infolge dessen nicht mit; auch n_3 schweigt, da es jetzt kein Oberton von Q ist; dagegen ist n_2 mit Q unisono, und es erklingt jetzt als Ton stärkster Resonanz der zweite Oberton der Pfeife. Endlich

$$R = 3n_1 = \frac{3}{2}n_2 = n_3.$$

Der Ton n_3 ist Ton stärkster Resonanz.

Wir sehen demnach, wenn wir obige Zusammenstellung der Pfeifentöne neben den Stärken des Anblasestromes und den entsprechenden Tonhöhen des Reibungstones vergleichen, wie die Pfeifentöne als Resonanztöne gegenüber den Reibungstönen am Labium aufgefasst werden können. Jeder Oberton einer Orgelpfeife kann erklingen, so oft er Oberton zu dem Reibungston des Anblaseluftstromes wird; die Tonstärke eines Pfeifentones aber steigt um so mehr, je mehr dieser Ton ein Ton stärkster Resonanz, d. h. unisono mit dem Reibungston ist. Das gleichzeitige Erklingen zweier oder mehrerer Obertöne einer Pfeife entspricht aufs genaueste dem Gesetze der Resonanz.

Da nun aber die Obertöne der Orgelpfeifen, zunächst der offenen, wie wir noch näher sehen werden, in

Wirklichkeit sich nicht ganz genau verhalten wie $1 : 2 : 3 \dots$, so leuchtet ein, wie es kommt, dass wenn z. B. bei genauem Verhältniss $1 : 2 : 3$ drei Töne mitklingen müssten, nur einer, also z. B. der 2., mitklingt, weil bei der betreffenden Stärke des Anblasestromes nur der Ton n_2 genau ein Oberton z. B. von N ist. Es wird daher auch kommen, dass ganz geringe Aenderungen im Anblasestrom entweder n_1 , oder vielleicht n_1 und n_2 zusammen, oder vielleicht n_2 allein hervorrufen.

80. In schönster Uebereinstimmung befinden sich alle die erwähnten Erscheinungen auch mit dem, was wir bei einem Experimente und einem Apparate unserer kindlichen Spiele beobachten, nämlich bei dem sogenannten Brummkreisel. Er besteht bekanntermaassen in einem hohlen Blech- oder Holzkörper, in welchen ein viereckiges oder rundes Loch geschnitten ist. Bei der raschen Rotation dieses Kreisels entstehen an dem Loche Reibungstöne, und rufen diese die Töne der innern Luftmasse als Resonanztöne hervor. Wir setzten im vorigen Abschnitt voraus, dass wir die Schwingungszahlen des Reibungstones immer mehr vergrösserten. Beim Brummkreisel liegt die Sache umgekehrt. Der Reibungston ist im Anfang der Bewegung am höchsten; der Ton der innern Luftmasse wird also anfangs Ton stärkster Resonanz sein, dann bei der Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit als 2. Oberton vom Reibungston schwächer mitklingen und sich bei weiterer Abnahme der Drehgeschwindigkeit vielleicht noch einmal leise als 3. Oberton hören lassen.

Dieselben Erscheinungen des Mitklings zeigen sich auch sehr schön, wenn man, wie schon wiederholt bemerkt wurde, die Luftsäulen mittels einer Stimmgabel zum Mitschwingen bringt. Man wird hierbei eine Anzahl von Gabeln zur Disposition haben müssen, um die Tonhöhe des primären Tones zu ändern, was aber auch bei einer geringen Zahl von Gabeln ganz allmählich geschehen kann, wenn man diese mit Laufgewichten ver-

sieht und so langsam von einer Gabel zur andern übergehen kann. Ausserdem aber kann hier der Modus auch ein umgekehrter werden, indem man nur eine Gabel anwendet und die Luftsäule in veränderter Länge herstellt. Man wird sich zu dem Ende eine Anzahl Pappröhren verschaffen, deren Länge ganz allmählich abnimmt. Noch einfacher und eleganter fällt aber das Experiment aus, wenn man, wie Tyndall in seinem Werke „Der Schall“ darstellt, Glaszylinder benutzt, in welche man Wasser giessen kann, um so in den leisesten Abstufungen eine einseitig offene Luftsäule zu erhalten. Um das beim Eingiessen entstehende Geräusch zu vermeiden, wird man leicht eine passende Methode anwenden können. Soll umgekehrt die resonirende Lufstsäule länger werden, so lässt man mittels eines Hebers das Wasser ohne Geräusch abfliessen. Bei diesen gedeckten Luftsäulen befolgen, wie wir hernach sehen werden, die Obertöne das Gesetz $1 : 3 : 5 \dots$, sodass sie sich verhältnissmässig noch besser zu derartigen Versuchen eignen, weil die Obertöne weiter auseinander liegen und man es nicht mit Octaven zu thun hat. Es gilt dies letztere aber nur dann, wenn die Luftsäule constant bleibt und die primäre Tonhöhe der Stimmgabel geändert wird, während selbstverständlich bei den Experimenten mit constanter Stimmgabel und veränderlicher Luftsäule auch die Octaven der Stimmgabeltöne eine Rolle spielen. Ueberraschend wirkt der Wasserresonator, wenn wir ihn so nennen wollen, in der Weise, dass man ein etwa 4 cm im Durchmesser haltendes, beiderseits offenes Glasrohr oben mit der linken Hand fasst und in eine tiefere Wassermasse eintaucht, während man gleichzeitig mit der rechten Hand die angeschlagene Stimmgabel über das cylindrische Rohr hält und mit diesem eine auf- und niedergehende Bewegung macht. Es werden dann die Resonanztöne sich gewissermaassen explosiv bemerklich machen.

Es verdient hier hervorgehoben zu werden, dass

insbesondere Wheatstone schon im Jahre 1828 in einem Aufsatze, der sich auch in Schweigger's „Journal“, LIII, 327—333, unter dem Titel „Ueber resonirende Luftsäulen und Lufträume“ findet, die hierher gehörigen Thatsachen genau charakterisirte.

81. Eine longitudinal schwingende Luftsäule hat vollkommene Analogie mit longitudinal schwingenden Stäben, nur wird man bei einigem Nachdenken erkennen, dass an den Enden einer Luftsäule und den Enden eines Stabes doch auch wieder wesentliche Verschiedenheiten eintreten müssen. Denn es wird bei der Luftsäule, wenn wir sie zunächst einmal an einem Ende geschlossen, am andern offen denken, dieses offene Ende direct mit demselben Medium verkehren, welches auch im Innern der Röhre seine Schwingungen ausführt. Es leuchtet daher ein, dass das offene Ende der Röhre nicht die andere strenge Grenze sein kann, dass vielmehr ein idealer Schwingungszustand, welcher ohne Be-theiligung der äussern Luft unmittelbar an dem offenen Ende eintreten müsste, nun hier nicht beobachtet wird, sondern erst ein Stück über das Ende hinaus sich ausbildet. Dasselbe wird auch bei beiderseits offenen Luftsäulen gelten. Es verschieben sich hiernach die Grenzen der Luftsäule nach aussen um ein gewisses Stück. Ist die Luftsäule, wie bei den Orgelpfeifen, unten mit einem Labium versehen und somit hier nicht völlig offen, so leuchtet ein, wie hierdurch weitere Abweichungen von dem eintreten, was ein an einem oder an beiden Enden völlig freies Luftrohr zeigt.

Wir verdanken in dieser Beziehung Werthheim zuerst im Jahre 1851 eine ausgedehnte und gründliche Experimentaluntersuchung¹, aus welcher auch für die Praxis wichtige Formeln abgeleitet wurden. Einige Resultate dieser Arbeit mögen hier aufgezählt werden.

¹ Annales de chim. et de phys., 3. Ser., XXXI, 358—436. Hiernach übersetzt in: Krönig, Journal für Physik, II, 485—533.

1) Bezeichnet man mit L die Länge einer Pfeife, mit B die Breite, mit H die Höhe des innern rechteckigen Querschnittes S , ferner mit s_1 und s_2 die Flächeninhalte der an den Enden angebrachten Oeffnungen oder Mundlöcher, mit v die Schallgeschwindigkeit und mit N die Schwingungszahl, so ist:

$$N = \frac{v}{2(L + C_1 + C_2)} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (53)$$

worin

$$C_1 = c(B + H) \left(1 - \sqrt{\frac{s_1}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s_1}} \right) \quad (54)$$

$$C_2 = c(B + H) \left(1 - \sqrt{\frac{s_2}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s_2}} \right) \quad (55)$$

Für offene Pfeifen soll die Constante c den Werth 0,187 haben, während sie für gedeckte Pfeifen ein wenig mit dem Material der Wand variirt.

Aus diesen allgemeinen Gleichungen lassen sich folgende für specielle Fälle ableiten:

A. Für eine eigentliche Luftsäule ohne Labium-einrichtung.

a) Wenn diese an beiden Enden ganz offen ist und $s_1 = s_2 = S$ sowie $C_1 = C_2$ gesetzt werden muss, ergibt sich

$$N = \frac{v}{2[L + 2c(B + H)]} \quad \cdot \quad \cdot \quad (56)$$

b) Wenn diese Pfeife am einen Ende völlig geschlossen, am andern völlig offen ist, so gibt sie genau denselben Ton wie eine beiderseits völlig offene Röhre von der doppelten Länge. Es ist mithin für eine solche einerseits offene, andererseits völlig geschlossene Röhre von der Länge L das

$$N = \frac{v}{4[L + c(B + H)]} \quad \cdot \quad \cdot \quad (57)$$

B. Für eigentliche Orgelpfeifen.

- c) Eine gewöhnliche am einen Ende ganz offene, wobei also $s_2 = S$ zu setzen ist, hat ein

$$N = \frac{v}{\left[2L + c(B + H) \left(2 - \sqrt{\frac{s}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s}} \right) \right]}. \quad (58)$$

- d) Für eine gedeckte von der Länge L ist aus ähnlichen Gründen wie sub b) $2L$ für L und ausserdem $C_1 = C_2$ zu setzen, sodass hier

$$N = \frac{v}{4 \left[L + c(B + H) \left(1 - \sqrt{\frac{s}{S}} + \sqrt{\frac{S}{s}} \right) \right]}. \quad (59)$$

wird.

2) Der Ton einer cylindrischen Pfeife ist gleich demjenigen einer quadratischen von derselben Länge, von demselben Querschnitt und mit äquivalenter Mundöffnung. Da für eine quadratische Pfeife $B = H$ ist, so muss in diesem Falle, wenn man den Radius des Luftcylinders mit R bezeichnet, $R^2\pi = B^2$ sein, wonach in den obigen Gleichungen anstatt $(B + H)$ ein $2R\sqrt{\pi}$ zu setzen ist.

Weil in den Formeln für die Fälle c) und d) das Glied $\sqrt{\frac{s}{S}}$ stets kleiner als 1, dagegen $\sqrt{\frac{S}{s}}$ grösser als 1 ist, so leuchtet ein, dass auch hier die Zahl, welche im Nenner der Gleichung (53) zu L hinzukommt, stets positiv ist, d. h. dass die Zahl L um diesen Werth vergrössert wird. Die Untersuchung Werthheim's gipfelt demnach in dem Satze, dass zur Länge einer offenen oder gedeckten Pfeife eine Correction hinzukommen muss. Ohne diese Correction würden für den Grundton einer offenen und einseitig gedeckten Pfeife beziehungsweise die Gleichungen

$$N = \frac{v}{2L}; \quad N = \frac{v}{4L}$$

gelten im völligen Einklang mit dem, was wir früher für die Longitudinalschwingungen eines Stabes, der einmal an beiden Enden frei oder an einem frei, am andern fest war, kennen lernten.

82. Es hat im Jahre 1859 Helmholtz eine theoretische Untersuchung veröffentlicht¹, welche sich von den vorausgegangenen theoretischen Arbeiten sehr wesentlich unterschied insofern, als frühere Forscher eine schwingende Luftsäule immer so ansahen, als hätte sie wie ein schwingender Stab an den Enden ihre Grenzen, als verbreiteten die Schwingungen sich nicht über die offenen Enden hin in der Art, wie es durch die Untersuchungen Werthheim's experimentell bestätigt wurde. Hiernach muss die beiderseits offene Luftsäule nicht mit einer Länge L , sondern mit einer etwas grössern Länge aufgefasst werden, und hebe ich hier einige Hauptresultate der Helmholtz'schen Arbeit hervor:

1) Die Maxima und Minima der Schwingungsbewegung in der Röhre liegen um Viertelswellenlängen der betreffenden Obertöne voneinander, wobei die Stelle eines Maximums die ist, die einem Bauche, die Stelle eines Minimums die, welche einem Knoten entspricht.

2) Die offenen Enden einer schwingenden Luftsäule sind nicht die Grenzen, von denen aus die Lage der Knoten und Bäuche eigentlich gerechnet werden muss, sondern es liegen diese Grenzen um ein Stück über die Enden hinaus.

3) Zählt man die Entfernungen von dieser, um eine Strecke, die wir einmal mit α bezeichnen wollen, von den Enden der Röhre entfernt liegenden factischen Grenze (der stehenden

¹ „Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden“ (Crelle's Journal, LVII, 1—79).

Wellenbewegung der Luft in der Pfeife), so nennt man solche Längen reducirte Längen.

4) Bäuche liegen da, wo die reducirten Längen gleich einem geraden Vielfachen einer Viertelswellenlänge des betreffenden Obertons sind.

5) Knoten liegen da, wo die reducirten Längen einem ungeraden Vielfachen einer Viertelswellenlänge entsprechen.

6) In den Knotenflächen herrscht nicht absolute Ruhe, sondern die Bewegung wird nur sehr klein.

7) Die stärkste Resonanz in der Röhre, und der stärkste Schall im Raume findet statt, wenn der Luft die Bewegung an einer Knotenfläche mitgetheilt wird.

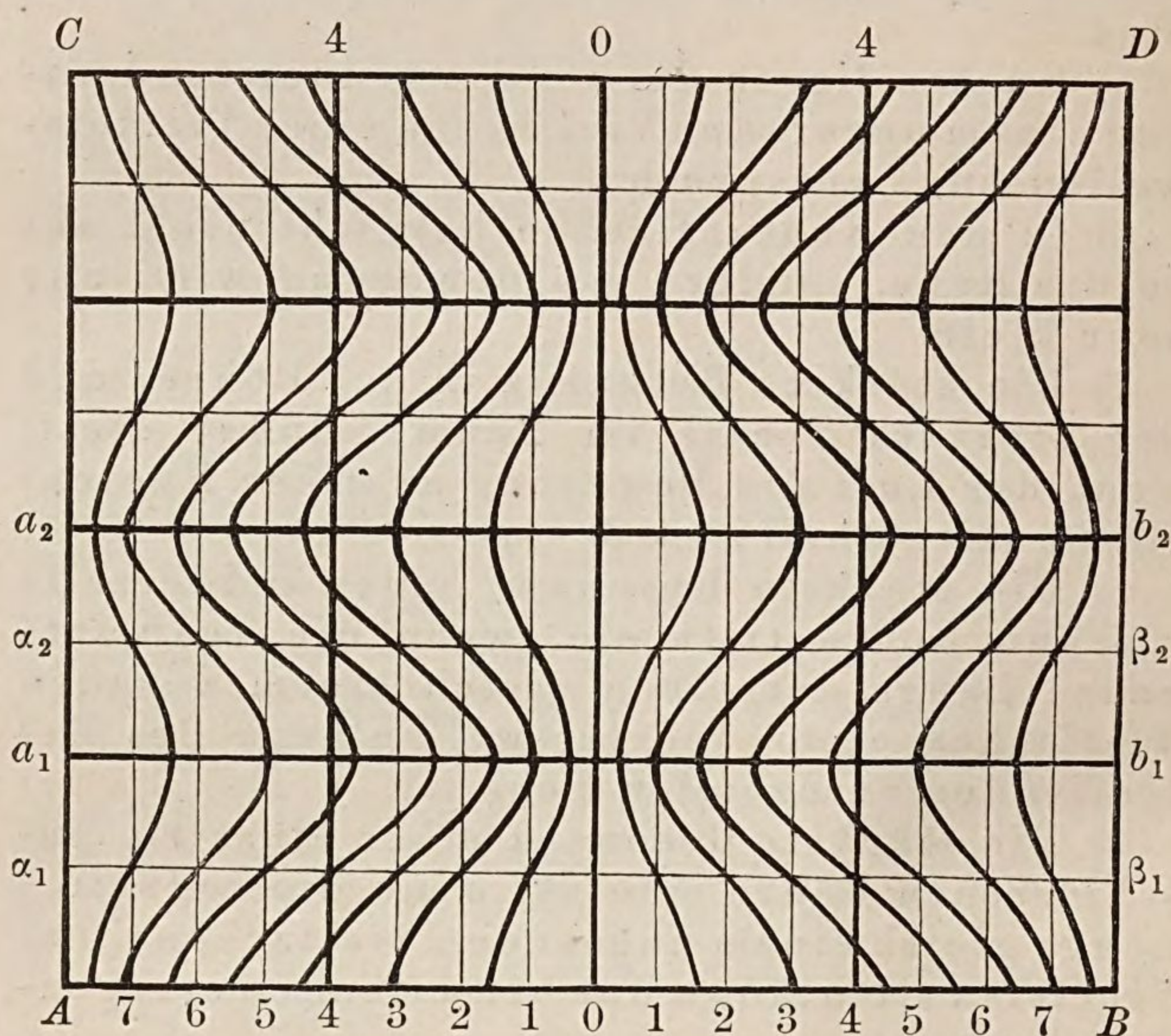
8) Die stärkste Resonanz einer beiderseits offenen Röhre tritt ein, wenn die reducirte ganze Länge derselben gleich einem geraden Vielfachen einer Viertelswellenlänge des betreffenden erregenden Tons ist.

9) Die stärkste Resonanz einer einseitig geschlossenen Röhre erfolgt, wenn die reducirte Länge gleich einem ungeraden Vielfachen einer Viertelswellenlänge des betreffenden erregenden Tons ist.

10) Die Knotenflächen sind die Stellen des Wechsels der grössten Dichtigkeitsveränderungen, die Bäuche die Stellen des geringsten Wechsels der Luftverdichtungen und -Verdünnungen.

Es gibt nun mancherlei Hülfsmittel, um sich den Vorgang der stehenden Wellenbewegung bei Luftsäulen zu versinnlichen. Namentlich hat zuerst Wheatstone einen Wellenapparat erfunden, der mit grossem Vortheil bei den Demonstrationen verwendet werden kann. Unsere Fig. 69 schliesst sich zunächst an diesen Apparat an. Die fortlaufenden und reflectirten Wellen

bei einem Stabe oder einer Luftsäule sind es, die zu solchen resultirenden Bewegungen der einzelnen, senkrecht zur Längsrichtung der Luftsäule zu denkenden Querschichten, wie sie durch die Wellenlinien der Figur



a

Fig. 69.

dargestellt sind. Denken wir die tönende Pfeife horizontal liegend, so können wir über die Figur parallel mit AB und CD einen geschwärzten Karton (Fig. 69 a) bewegen, der einen schmalen Ausschnitt von der Länge

der Linien AB , CD erhalten hat. Bei dieser Bewegung des Kartons über die Wellenlinien werden blos kleine Stücke von diesen sich dem Auge durch den schmalen Ausschnitt zeigen; es werden beim Verschieben immer andere Stellen der Wellenlinien durchblicken, und jede Wellenlinie versinnlicht so in den schwarzen kleinen Stücken, die so gesehen werden, die Bewegung von je einem bestimmten Querschnitt der Röhre. Es sind dies also Vibrationen, die um gewisse Gleichgewichtslagen — in der Figur durch die jeweiligen, gleich weit abstehenden Verticallinien angegeben — hin- und herschwingen. Es sind diese Verticallinien von einer Mittellinie O aus beiderseits mit $1, 2, 3 \dots$ bezeichnet, und entspricht offenbar die stärker hervorgehobene Mittelverticale O einer Querschicht der Luftsäule, welche als eine Knotenebene gedacht werden soll. Dem entsprechend sehen wir, dass die Bewegungen der Luftsäule beiderseits einer solchen Knotenebene, oder einfach ausgedrückt: beiderseits eines Knotens symmetrische Bewegungen sind. Achten wir umgekehrt auf die in gleichen Abständen voneinander liegenden horizontalen Linien, so versinnlicht jede in ihren Durchschnitten mit den Wellenlinien den Schwingungsvorgang in seinem zeitlichen Verlaufe. Denn sind die schwingenden Luftschichten in einem bestimmten Moment, der einmal als Anfangsmoment gelten soll, so geordnet wie in der horizontalen Reihe $a_1 b_1$, so werden sie nach einer halben Schwingungszeit so liegen wie bei $a_2 b_2$, d. h. es wird an den Stellen O , wo im Anfangsmoment eine Verdichtung stattfand, nach einer halben Schwingungszeit eine Verdünnung eintreten, auf welche nach wieder einer halben Schwingungszeit eine zweite Verdichtung kommt u. s. w. An derjenigen Stelle einer schwingenden Luftsäule, die eine Knotenstelle ist, wechseln daher Verdünnungen und Verdichtungen im Tempo einer halben Schwingungszeit miteinander ab. Achten wir dagegen auf die mit $\alpha_1 \beta_1$ u. s. w. feiner bezeichneten horizon-

talen Linien, so zeigen diese die Momente an, die mitten zwischen den soeben betrachteten Momenten liegen. In ihnen passiren sämtliche in Bewegung begriffene Luftschichten ihre jeweiligen Ruhelagen 1, 2 . . . gleichzeitig.

Schreiten wir von den Schichten O an der Knotenstelle nach rechts und links, so werden die Wellen bis zu 4 hin immer steiler, um von hier aus nach BD , beziehungsweise AC hin in ihrer Steilheit wieder abzunehmen. In den Knoten selbst wäre demnach die Bewegung gleich Null, und würden wir, wenn wir uns die Zeichnung weiter fortgesetzt, oder, was hiermit einerlei ist, die Röhre lang genug dächten, solche Stellen auch in BD und AC anzunehmen haben. Denken wir wirklich eine solche Verlängerung der Luftsäule als vorhanden, und die, in der Zeichnung versinnlichte, Schwingung bei ihr bestehend, so müssten wir von O nach rechts oder links um die Strecke zweimal OB , beziehungsweise zweimal OA fortgehen, um wieder auf denselben Zustand der Säule zu kommen wie in O . Auf $a_1 b_1$ z. B. läge dann in der Mitte O eine Verdichtung, in a_1 und b_1 gleichzeitig je eine Verdünnung, und doppelt so weit auf $a_1 b_1$ über BD oder AC hinaus wieder eine Verdichtung. Daher gilt der Satz, dass der Abstand zweier gleichzeitigen Verdichtungen oder Verdünnungen bei einer schwingenden Luftsäule gleich einer ganzen Wellenlänge, dagegen der Abstand einer Verdichtung und einer gleichzeitig stattfindenden Verdünnung nur gleich einer halben Wellenlänge ist.

Sofort erkennt man aber auch, wie unsere Figur den obigen Satz 10 bestätigt. Denn, um ein Bild von den verschiedenen Dichtigkeitszuständen in dem Luftrohr zu erhalten, müssen wir nur in der Richtung der Horizontalen AB , $\alpha_1 \beta_1$, $a_1 b_1$. . . die zwischen je zwei benachbarten Wellenlinien liegenden Flächenstücke miteinander vergleichen. Es zeigt sich hierbei, wie

der Wechsel von Verdünnung und Verdichtung an den Knoten, also z. B. längs der Linie 0 am auffälligsten ist, wie diese Differenz aber nach den Bäuchen hin an den Stellen 4 mehr und mehr verschwindet. Denn die dem Wellenzuge 4 benachbarten Wellenzüge 3 und 5 verlaufen nahezu parallel, d. h. aber mit andern Worten: die Dichtigkeitsänderung an den Bäuchen ist ein Minimum, während die Bewegung der Lufttheilchen, wie schon wiederholt hervorgehoben wurde, hier gerade ein Maximum ist.

Unsere Figur zeigt uns ferner, welche Grundbedingungen erfüllt sein müssen, wenn eine eingeleitete stehende Wellenbewegung nicht gestört werden soll. An den Knotenstellen würde eine solche Störung sofort eintreten, wenn wir hier z. B. eine Klappe angebracht dächten, und diese öffneten. Denn geschähe dies, so würde im Moment, wo das Maximum der Verdünnung eintreten wollte, die äussere Luft, deren Dichtigkeit in diesem Moment grösser ist wie an der Knotenstelle, in die Röhre hineinstürzen; es würde ferner im Moment, wo das Maximum der Verdichtung eintreten wollte, die äussere Luft weniger dicht sein wie die an der Knotenstelle, wodurch ein Ausströmen von innen nach aussen unvermeidlich wäre. Die sonst bestehende Schwingung verlöre daher im Moment, wo an den Knotenstellen Klappen oder Löcher geöffnet würden, sofort ihren Bestand.

Umgekehrt liegen die Verhältnisse an den Stellen der Bäuche. Denn hier ist die Dichtigkeit im Rohre während des Schwingens sehr nahe so, wie bei ruhender Luftsäule, also wie in der äussern Luft. Ein Oeffnen von vorhandenen Klappen oder Löchern an den Stellen der Bäuche stört daher die eingeleiteten Schwingungen nicht. Es ergibt sich folglich auch sofort der Hauptsatz: wenn von beiderseits offenen, oder nur von an einer Seite offenen Luftsäulen die Rede ist, dass

dann an den offenen Enden nur Bäuche, aber keine Knoten liegen können.

83. Es ist hier wol die passendste Stelle, um darauf hinzuweisen, wie wir uns nun die Schwingungen in den Luftsäulen noch weiter zu denken haben, obgleich nach dem, was wir bei longitudinal schwingenden Stäben erfuhren, es kaum nöthig erscheint, dies noch besonders zu besprechen. Denn die Analogien sind vollkommene. Eine beiderseits offene Luftsäule, wenn wir einmal von der Verbreitung der stehenden Wellenbewegung über die offenen Enden hin absehen, entspricht genau einem an beiden Enden freien longitudinal schwingenden Stabe. Es gelten somit auch dieselben Gesetze der Schwingungszahlen, der Obertöne, der Abtheilungen nach Knoten und Bäuchen, und des Zusammenhangs der Pfeifenlängen mit den Wellenlängen der betreffenden Obertöne. Die Luft in einer beiderseits offenen Pfeife, wenn sie ihren Grundton gibt, schwingt demnach so, wie sie in einer Röhre von der Länge zwischen den beiden Verticalstrecken „4“ Fig. 68 schwingen würde. Dächte man die Spalte Fig. 68 a von dieser Länge und bewegte sie so über die Hauptfigur parallel mit AB , und so, dass die Enden der Spalten hierbei an den Verticalen „4“ verblieben, so würde sich der Schwingungsvorgang auf der Länge der Spalte deutlich versinnlichen. In der Mitte der Röhre liegt ein Knoten, an den Enden liegen zwei Bäuche; die Länge L der Pfeife ist gleich $\frac{1}{2}\lambda_1$, gleich der Hälfte der Wellenlänge, oder gleich $2 \cdot \frac{\lambda_1}{4}$, gleich 2 mal einer Viertelswellenlänge des betreffenden Tons.

Eine Luftsäule, die ihren zweiten Oberton geben soll, muss wiederum an den offenen Enden je einen Bauch haben; auf diesen Bauch folgt nach dem Innern der Röhre hin je ein Knoten, und zwischen diesen Knoten liegt ein dritter Bauch. Wollen wir ihren Schwingungsmodus mittels einer Zeichnung wie die der Fig. 68, und einer darüber hinzuführenden Spalte ver-

sinnlicht erhalten, so müssten wir das rechte Viertel der Fig. 69 längs der Linie „4“ abschneiden, und mit der Geraden BD an AC ansetzen. Die Länge der Röhre wäre jetzt gleich $L = \lambda_2 = 4 \cdot \frac{\lambda_2}{4}$. Weitere Gesetze bei beiderseits offenen Luftsäulen lassen sich demnach aus folgender Zusammenstellung erkennen:

Oberton.	Anzahl der Knoten.	Anzahl der Bäuche.	Länge der Pfeife.	Wellenlänge des Obertons.
1	1	2	$L = 2 \cdot \frac{\lambda_1}{4}$	$\lambda_1 = \frac{2 \cdot L}{1}$
2	2	3	$L = 4 \cdot \frac{\lambda_2}{4}$	$\lambda_2 = \frac{2 \cdot L}{2}$
3	3	4	$L = 6 \cdot \frac{\lambda_3}{4}$	$\lambda_3 = \frac{2 \cdot L}{3}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	n	$(n + 1)$	$L = 2n \cdot \frac{\lambda_n}{4}$	$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$

In ähnlicher Weise gestaltet sich der Zusammenhang bei nur einerseits offenen Luftsäulen. Diese Säulen müssen stets am geschlossenen Ende einen Knoten, am offenen dagegen einen Bauch haben. Eine Pfeife, welche ihren Grundton gibt, zeigt ihre Schwingung so, wie ein zwischen den Strecken „0“ und „4“ Fig. 69 gelegenes Stück. Ihre Länge braucht, um denselben Grundton wie ein offenes Rohr zu liefern, nur halb so lang zu sein. Allgemein ist daher, wenn wir die Pfeifenlängen hier mit L' , und die Wellenlängen mit λ' bezeichnen: $L' = \frac{1}{4}\lambda'_1$, und $\lambda'_1 = 4 \cdot L'$. Soll eine gedeckte Pfeife ihren zweiten Oberton liefern, so muss sie, vom offenen Ende nach dem geschlossenen hin gerechnet, im Abstand von $\frac{1}{4}\lambda'_2$ einen Knoten haben; der zweite Knoten liegt am geschlossenen Ende und ist von diesem um $2 \cdot \frac{\lambda'_2}{4}$ entfernt. Die ganze Länge der Pfeife ist

demnach $L' = 3 \cdot \frac{\lambda'_2}{4}$. Man kann die Fig. 69 für diesen Fall zur Demonstration benutzen, wenn man das geschlossene Ende in AC , das offene rechts von „0“ in „4“ denkt. Für diese Luftsäulen wird dann unsere Zusammenstellung folgende:

Oberton.	Anzahl der Knoten.	Anzahl der Bäuche.	Länge der Pfeife.	Wellenlänge des Obertons.
1	1	1	$L' = 1 \cdot \frac{\lambda'_1}{4}$	$\lambda'_1 = \frac{4 \cdot L'}{1}$
2	2	2	$L' = 3 \cdot \frac{\lambda'_2}{4}$	$\lambda'_2 = \frac{4 \cdot L'}{3}$
3	3	3	$L' = 5 \cdot \frac{\lambda'_3}{4}$	$\lambda'_3 = \frac{4 \cdot L'}{5}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n'	n'	n'	$L' = (2n'-1) \frac{\lambda'_{n'}}{4}$	$\lambda'_{n'} = \frac{4 \cdot L'}{2n'-1}$

Da die Schwingungszahlen der Töne für dasselbe Medium sich umgekehrt wie die zugehörigen Wellenlängen verhalten, so folgt aus unsern Zusammenstellungen sofort das Gesetz der Obertöne für die beiden Pfeifenarten. Der Grundton je einer der beiden Pfeifen, seiner Schwingungszahl nach mit 1 bezeichnet, ist daher die Reihe dieser Schwingungszahlen für die

offene Luftsäule	1	2	3	4	5	⋮	⋮	⋮	⋮
gedeckte „	1		3		5	⋮	⋮	⋮	⋮

Es lassen sich nun noch verschiedene Specialgesetze ableiten.

Erstes Gesetz. Die Obertöne einer offenen Luftsäule befolgen das Gesetz der natürlichen Zahlen.

Zweites Gesetz. Die Obertöne einer gedeckten Luftsäule befolgen das Gesetz der aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen.

Soll ein Oberton einer offenen, und ein solcher einer

gedeckten unisono klingen, so muss offenbar $\lambda_n = \lambda'_{n'}$, d. h. nach den obigen Zusammenstellungen

$$\frac{2 \cdot L}{n} = \frac{4 \cdot L'}{2n'-1},$$

oder

$$\frac{L}{L'} = \frac{2n}{2n'-1}.$$

sein. Soll für den angenommenen Fall die Ordnungszahl der beiden Obertöne dieselbe sein, so muss:

$$\frac{L}{L'} = \frac{2n}{2n-1}$$

sein. Daher:

Drittes Gesetz. Soll die offene Pfeife einen Oberton liefern, welcher mit dem Oberton einer gedeckten unisono ist, und mit diesem dieselbe Ordnungszahl hat, so entsprechen die Längen der beiden Luftsäulen den Zahlenreihen

$$\begin{array}{cccccccc} 2 & 4 & 6 & . & . & . & . & 2n \\ 1 & 3 & 5 & . & . & . & . & 2n-1. \end{array}$$

Eine gedeckte Pfeife von irgendeiner Länge gibt daher denselben Grundton wie eine offene von doppelter Länge.

Soll bei beiden Pfeifenarten die ganze Länge der Luftsäulen dieselbe sein, und würde verlangt, es sollten zwei Obertöne übereinstimmen, so müsste wegen

$$\begin{array}{l} L = L' \text{ und } \lambda_n = \lambda_{n'} \\ 2n = 2n'-1 \end{array}$$

sein, was unmöglich ist. Daher:

Viertes Gesetz. Eine offene und eine gedeckte Luftsäule von gleicher Länge haben niemals zwei Obertöne, welche miteinander unisono klingen.

Wäre die gedeckte Pfeife aber z. B. halb so lang wie

die offene, d. h. $L' = L/2$, so würde für den Fall des Unisonos zweier Obertöne

$$n = 2n' - 1$$

sein müssen. Daher:

Fünftes Gesetz. Bei einer offenen Säule und einer gedeckten von der halben Länge der erstern stimmen die Obertöne überein, wenn die Ordnungszahlen der ersten die Reihe der aufeinanderfolgenden ungeraden, die der letztern die Reihe der natürlichen Zahlen befolgen, also wenn

$$\begin{array}{cccccccc} n = & 1 & 3 & 5 & 7 & . & . & . & . \\ n' = & 1 & 2 & 3 & 4 & . & . & . & . \end{array}$$

ist.

84. Um sich von dem Schwingungszustande und den Dichtigkeitsverhältnissen während des Schwingens einer Luftsäule nun wirklich experimentell zu überzeugen, ist eine ganze Reihe von Hilfsmitteln von den verschiedensten Forschern geschaffen worden, und es würde eine umfangreiche Darstellung erfordern, wollte ich nur den grössern Theil dieser Methoden hier besprechen und durch Figuren erläutern. Ich möchte mich daher auf die Hervorhebung nur zweier wichtiger Hilfsmittel und Methoden beschränken. Das erste verdanken wir Kundt¹, und besteht dies in einem Maximum- und Minimum-Manometer für die Druckänderungen in tönenden Luftsäulen. In ein entsprechend grosses Stück Zinkblech, oder besser noch in eine ebene Messingplatte wird ein Schlitz von 1 mm Breite, und je nach Umständen 4 bis 10 mm Länge eingeschnitten; über diesen Schlitz wird sodann eine etwa 4 mm breite, möglichst dünne und leicht bewegliche Membran gespannt, die an den beiden Enden auf die Platte aufgeklebt ist. Dies Ventil, ein einfaches

¹ Poggendorff's Annalen, CXXXIV, 563—568 (Jahrg. 1868).

Blasenventil, wird über einem in der Wand der Orgelpfeife angebrachten Loch befestigt und mit ihm ein Wassermanometer in Verbindung gesetzt, wie in Fig. 70 näher zu sehen ist. Das doppelt Schraffirte stellt eine Seitenwand, beziehungsweise einen Theil einer Seitenwand einer vielleicht quadratischen Holzpfeife vor; bei K wollen wir annehmen, befände sich in der Wand der Pfeife ein Loch, und es läge hier auch ein Knoten der betreffenden Schwingung. Ueber diesem Loch sei ein Kästchen von Holz oder Metall befestigt, dessen Boden nach der Pfeife hin die oben beschriebene Metallplatte mit dem Blasenventil trägt, welches Ventil in der Figur der Deutlichkeit des Vorgangs halber aber nicht als ein Blasen-, sondern als ein Klappenventil, einfach schraffirt, gezeichnet ist, und zwar ein solches, das sich nur nach aussen öffnen kann.

Die Anbringung und Bedeutung eines Wassermanometers M ist leicht zu erkennen. Es leuchtet nämlich ein, dass, wenn sich bei K eine Verdichtung einstellt, in diesem Moment die Luft im Sinne der gezeichneten Pfeile vom Innern der Pfeife nach aussen ins Windkästchen dringt und hier die Wassersäule im Manometer von links nach rechts fortschiebt und im rechten Schenkel des Manometers hebt; kommt eine darauf folgende Verdünnung bei K an, so möchte die verdichtete Luft aus dem Windkästchen, beziehungsweise dem linken Schenkel des Manometers wieder gern in die Pfeife zurück; aber hierbei drückt sie das Ventil auf das betreffende Loch fest auf und versperrt sich so selbst den Weg zur Pfeife zurück; kommt dagegen wieder eine zweite Verdichtung, so wird diese wieder das Ventil öffnen u. s. w. Dies jedesmalige Oeffnen in den Momenten der Verdichtungen wird aber offen-

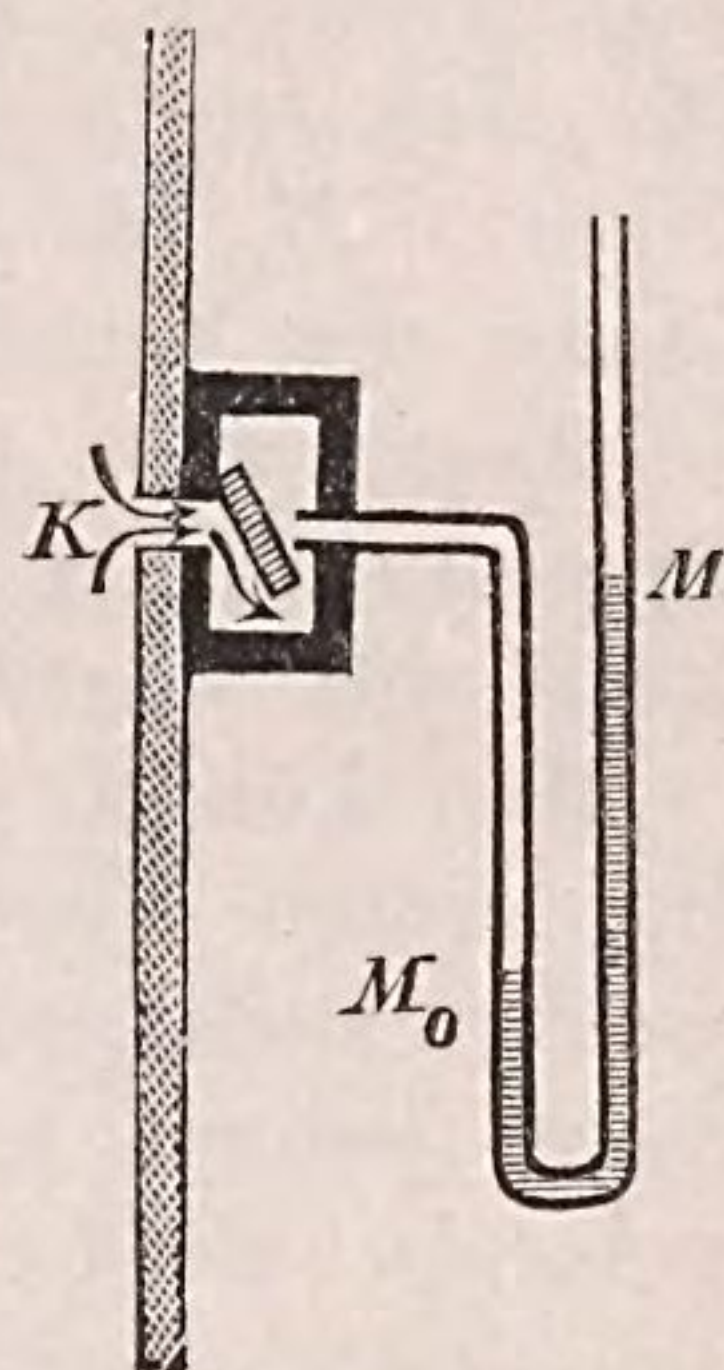


Fig. 70.

bar nur so lange fortgehen, bis die Luft von der Pfeife her nicht mehr im Stande ist, das Ventil nach aussen zu bewegen, d. h. bis ihre Spannkraft gleich der Kraft ist, die verwendet werden muss einmal, um der Spannkraft der äussern im Kästchen befindlichen Luft das Gleichgewicht zu halten, sodann aber auch der Kraft zu begegnen, die nöthig ist, um das Ventil an und für sich zu öffnen. Es wird also schliesslich die vom Niveau M_0 bis M stehende Wassersäule nicht ganz das Maass der Verdichtung sein, sondern ein wenig darunter bleiben, weil ja die Wassersäule nur die vermehrte Spannkraft der Luft, und nicht auch die Widerstandskraft des Ventils misst.

Man könnte geneigt sein zu glauben, es handle sich bei diesen Verdünnungen und Verdichtungen nur um wenig auffallende Druckdifferenzen. Diese Annahme muss jedoch nach den Experimenten Kundt's fallen gelassen werden. Denn es haben sich hiernach diese Druckwechsel als recht auffällige herausgestellt. Kundt fand z. B. bei einer stark angeblasenen Orgelpfeife von 1 Fuss Länge, die einseitig gedeckt war und wobei die Ventileinrichtung am verschlossenen Ende angebracht war, dass eine Wassersäule von im Mittel 10 Zoll die bisherigen Unterschiede maass. In Quecksilberdruck würde dies 0,7 Zoll, d. h. der vierzigste Theil eines Atmosphärendrucks sein. Da aber bei den Verdünnungen an den Knoten, wobei selbstverständlich das Ventil nicht nach aussen, sondern nur nach dem Innern der Pfeife sich öffnen darf, demzufolge das Wasser nun im linken Schenkel des Manometers steigt, dieselbe Druckdifferenz anzunehmen ist, so beträgt die totale Aenderung das Doppelte von vorhin, d. h. etwa $\frac{1}{20}$ einer Atmosphäre.

Bringt man ein solches Ventil an der Stelle eines Bauches an, so ändert sich der Stand des Manometers nicht.

Eine andere Methode der neuesten Zeit verdanken wir Rud. König, und ist dieselbe in seiner für die

Akustik hochwichtigen Schrift: „*Quelques expériences d'acoustique*“ (Paris 1882), im XV. Abschnitt dargestellt.¹ Es verwendet dieser Forscher bei seiner Methode eine 2,33 m lange Orgelpfeife mit innerm quadratischen Querschnitt von 12 cm Seitenlänge. Diese Pfeife ist in der Längsmittle ihrer Rückwand mit einer 1 cm breiten Spalte der Länge nach durchsetzt, sodass, wenn sie mit der Rückwand auf eine horizontale Unterlage gelegt wird, die ihrerseits in einem Troge etabliert ist, in den bis zu passender Höhe Wasser gegossen wurde, dieses Wasser wiederum die Rückwand völlig schliessen kann. Der Grund für diese Einrichtung ist der, dass man ein doppelt rechtwinkelig umgebogenes dünnes Glasröhrchen, dessen eine offene Mündung bis zur Längsmittelachse der Pfeife reichen soll, während das äussere offene Ende mittels eines Kautschukschlauches mit dem Ohre eines Beobachters communicirt, parallel mit sich selbst hin- und herverschieben kann, um bei seiner Verschiebung insbesondere die Knoten- und Bauchstellen in ihrer verschiedenen Wirkung aufs Ohr zu untersuchen. Die Fig. 71 wird den Zusammenhang deutlicher versinnlichen, sie stellt einen an einer Stelle, wo auch das Glasröhrchen sich gerade befindet, senk-

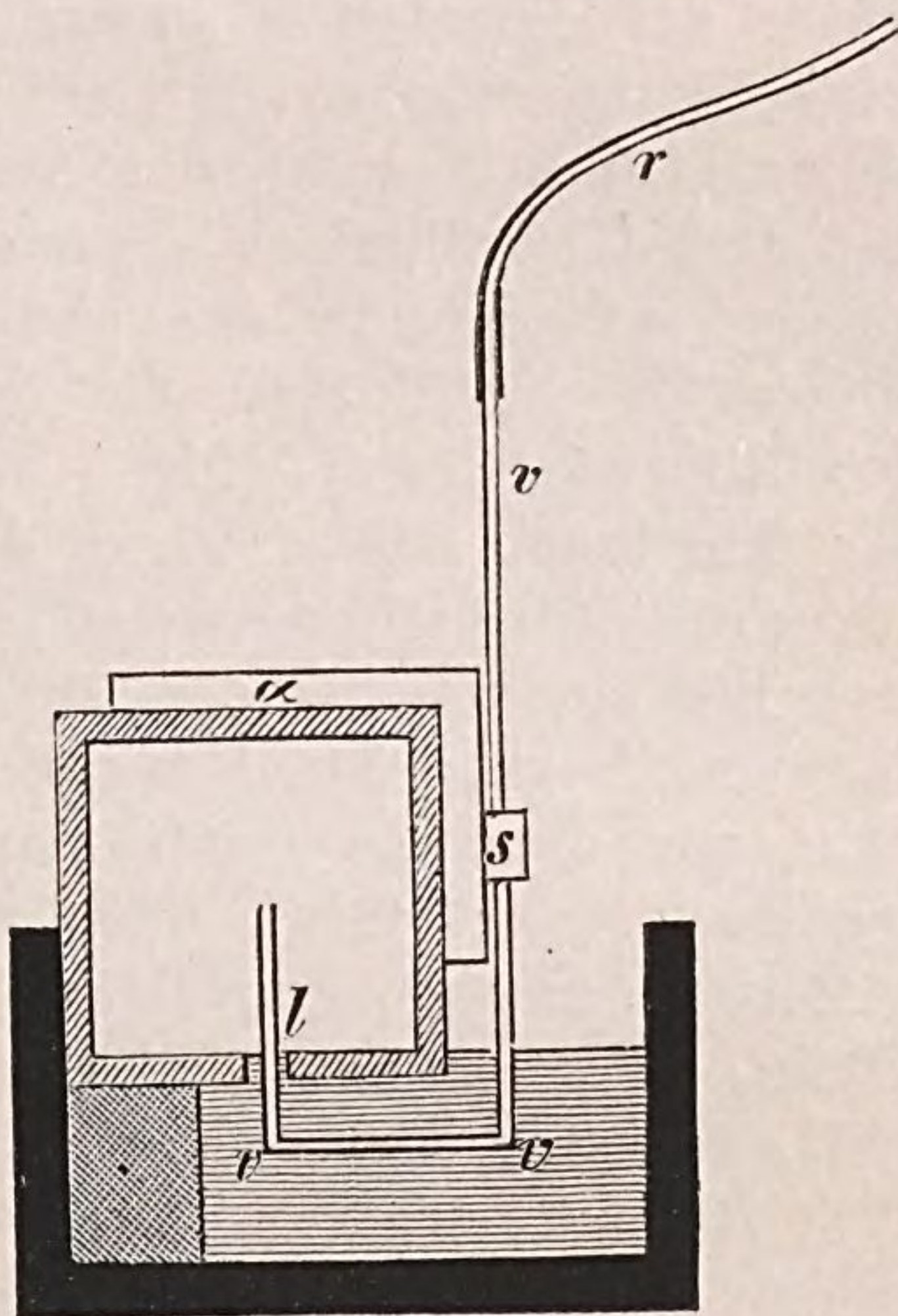


Fig. 71.

¹ Hiernach auch schon in Wiedemann's Annalen, XIII, 569—582, enthalten.

recht zur Längsachse der Röhre und des Troges geführten Querschnitt des Ganzen dar. Das einfach schief Schraffirte bedeutet die Pfeife mit der unten angebrachten Spalte l ; das doppelt schief Schraffirte die Unterlage, worauf die Pfeife befestigt ist; das schwarz Angelegte den Wassertrog, in welchem sich das — horizontal Schraffirte — Wasser befindet, das bei l den Verschluss an der Rückwand der Pfeife besorgt. Der Schieber α , oben horizontal auf der Vorderwand der Pfeife aufliegend und an der rechten Seitenwand rechtwinkelig umgebogen, erfüllt einen doppelten Zweck: einmal nämlich dient der Arm α , wenn der Schieber mit dem Glasröhrchen v verschoben wird, dazu, um an einem auf der Vorderwand der Pfeife befindlichen Maassstab die Entfernung des innern offenen Endes des Röhrchens von einem bestimmten Anfangspunkte der Theilung, als welcher der Kern der Pfeife gilt, anzugeben, beziehungsweise die Abstände der Knoten und Bäuche voneinander zu bestimmen; sodann hält der umgebogene Theil bei s aber auch das Glasröhrchen, von dem aus ein Gummischlauch nach dem Ohre des Beobachters führt, hinreichend fest.

Mittels dieser sinnreichen Einrichtung konnte nun König, falls er das Kautschukröhrchen r in das Ohr hielt, folgende Thatsachen aufs genaueste constatiren.

1) Beim Verschieben des Röhrchens schwillt der Ton in den Knotenstellen mächtig an, während er in den Bäuchen abnimmt.

2) Diese Abnahme der Tonstärke, von den Knoten nach den Bäuchen hin, ist keine ganz allmälische, sondern es zeigt sich, dass in der Nähe der Bäuche die Intensität ganz plötzlich eine sehr bedeutende Schwächung erfährt, derart, dass bei höhern Obertönen an diesen Stellen der Ton beinahe zum Verschwinden kommt.

3) In diesem Umstande liegt es begründet, dass man mittels der angegebenen Methode in der schärfsten Weise die Lage der Bäuche bestimmen kann, wäh-

rend es schwieriger ist, die Knotenstellen direct genau zu bestimmen, die jedoch dadurch, dass sie mitten zwischen den benachbarten Bäuchen liegen, durch letztere mittelbar auch bestimmt sind.

Es leuchtet ein, dass man mit solchen Hilfsmitteln im Stande ist, eine Reihe wichtiger Fragen, insbesondere über die Lage der dem Labium und dem offenen oder gedeckten Ende zunächst liegenden Bäuche beziehungsweise Knoten bei den verschiedenen Obertönen zu verfolgen, und werden wir hernach noch auf ein Resultat dieser Untersuchung zurückkommen.

85. Wir haben oben im Abschnitt 62 gesehen, dass longitudinal schwingende Stäbe sehr wohl benutzt werden können, um sowol die Wellenlängen der betreffenden Töne wie auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalbewegung in dem Medium, woraus gerade ein tönender Stab besteht, zu bestimmen. Die Gleichungen (35) und (37) zeigten, dass sehr einfache Beziehungen zwischen v , L , λ , N und n dort gelten. Wäre eine tönende Luftsäule nicht wie im vorausgehenden Abschnitt, sondern vollkommen so aufzufassen, dass die Bewegungen nur bis an die offenen oder theilweise offenen Enden in Betracht gezogen werden müssten, so würden dieselben einfachen Gleichungen wie die soeben erwähnten auch für sie gelten. So aber sehen wir gemäss den Erörterungen, welche im Abschnitt 81 stattfanden, dass hier die complicirteren Gleichungen (53) u. fg. in Betracht kommen müssen. Beschränken wir uns auf ein beiderseits offenes Rohr, so würde für den Grundton zunächst die Gleichung (56) zur Anwendung kommen. Wäre demgemäss die Länge L des Rohrs und der betreffende Grundton N bekannt, und wir betrachteten die Luftsäule wie einen Stab, so wäre

$$v = 2 \cdot N \cdot L$$

zu setzen; so aber muss, wenn wir

$$2 \cdot c \cdot (B + H) = k$$

setzen, zu L noch eine Correction k hinzu, welches

k insbesondere auch von den Querdimensionen der Luftsäule abhängig ist, die bei den Stäben gänzlich ohne Einfluss waren. Es ist demgemäss jetzt

$$v = 2 \cdot N \cdot (L + k)$$

zu setzen. Hiernach leuchtet ein, dass: wenn wir eine solche tönende Luftsäule wie einen Stab ansähen, wir bei der Vernachlässigung von k die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu klein finden würden. Ein Beispiel wird den Zusammenhang noch klarer stellen. Ich nahm eine beiderseits offene cylindrische Pappröhre, deren $L = 0,474$ m war, und fand ihren Grundton gleich 344 Schwingungen. Als ein Stab betrachtet, würde sie demgemäss ein

$$v = 2 \cdot 0,474 \cdot 344 = 326,1 \text{ m}$$

geliefert haben, welcher Werth um 5,8 m kleiner ist als unser oben in Gleichung (52) angegebener.

Wir finden sofort aber noch eine andere Thatsache bestätigt. Bei longitudinal schwingenden Stäben sahen wir, dass ein Stab von halber Länge genau die höhere Octave lieferte. Dies ist bei Luftsäulen nicht ganz der Fall. Denn da die Correction k von L unabhängig ist, so würde eine Luftsäule von der halben Länge eine Schwingungszahl

$$N_1 = \frac{v}{2 \left(\frac{L}{2} + k \right)},$$

die von der ganzen Länge dagegen ein

$$N_{''} = \frac{v}{2 (L + k)}$$

liefern, und das Verhältniss beider wäre

$$\frac{N_1}{N_{''}} = \frac{L + k}{\left(\frac{L}{2} + k \right)},$$

welcher Quotient rechts aber kleiner als 2 ist, d. h. eine halb so lange Pfeife gibt nicht die höhere Octave, sondern einen etwas tiefern Ton. In der That zeigte sich, dass eine Pappröhre derselben Art, aber mit der halben Länge gleich 0,237 m einen Ton gleich 672 anstatt 688 lieferte.

In ganz ähnlicher Weise zeigt sich ein Unterschied, wenn man nicht eine Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, sondern eine solche der Wellenlängen im Auge hätte. Denn da nach Gleichung (35) bei

einem Stabe $\lambda_n = 2 \cdot \frac{L}{n}$, jetzt bei der Luftsäule

aber $\lambda_n = 2 \frac{(L + k)}{n}$ zu setzen ist, so würden wir im

letztern Falle, wenn wir auf k keine Rücksicht nähmen, die betreffende Wellenlänge zu klein finden.

Es könnte demnach scheinen als wären die Luftsäulen nicht sehr geeignet zu einer Bestimmung von v oder λ , da bei ihnen der Summand k zu berücksichtigen ist und dieser, ausser dass er von den Querdimensionen abhängig ist, auch noch vom Material der Pfeife abhängt, mithin im allgemeinen eine erst noch zu bestimmende Grösse ist. Der innere Grund dieser Unbequemlichkeit liegt aber, wie wir wissen, an dem Umstande, dass die stehende Wellenbewegung über die offenen Enden der Röhre hinausgreift, oder mit andern Worten daran, dass an diesen Enden nicht Bäuche zu liegen kommen. Um daher diese wichtige Thatsache erst durch Experimente bestätigt zu sehen, wollen wir eins der von König bei seiner oben S. 273 betrachteten Untersuchung näher ins Auge fassen. Für den sechsten Oberton der 2330 mm langen Pfeife fand er, dass, vom Kerne A der Pfeife bis zum andern offenen Ende B gerechnet, folgendes Verhältniss bestand:

	Entfernungen vom Ende A.	Gegenseitige Abstände.	
A	0	263	
1. Bauch	263	425	} Mittel 425.
2. „	688	422	
3. „	1110	427	
4. „	1537	425	
5. „	1962	368	
B	2330		

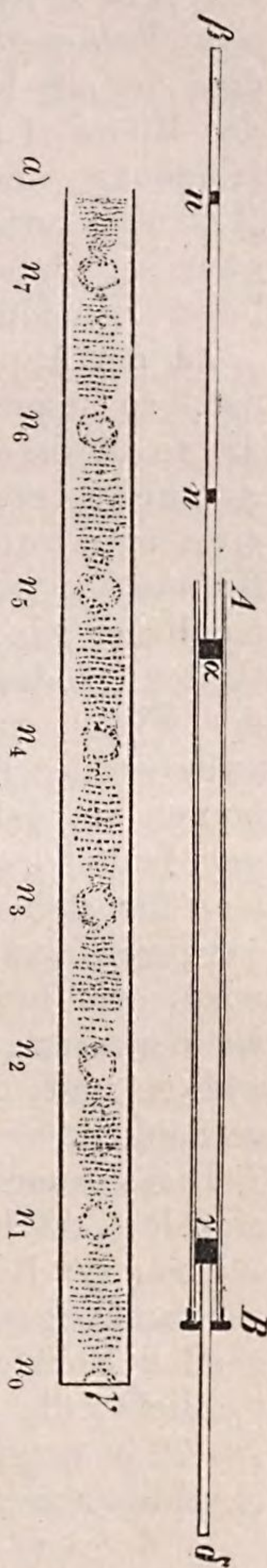
Man erkennt sofort, wie die Abstände der Bäuche, wenn man den ersten und letzten Abstand mit 263 und 368 weglässt, vollkommen constant werden, da die grösste Abweichung vom Mittel 425 bei diesen bedeutenden Längen nur 3 mm beträgt. Auf der innern Strecke der Pfeife finden daher solche Verhältnisse statt, wie wir sie zur Bestimmung des v nöthig haben. Lassen wir demgemäss die erste und letzte Schwingungsstrecke weg, so können die hierauf folgenden Entfernungen der Bäuche oder Knoten im genannten Sinne benutzt werden. Da von einem Bauch zum nächsten nur eine halbe Welle liegt, so wäre demgemäss $\lambda_6 = 850$ mm, und demgemäss, da $N_6 = 400$ war

$$v = 850 \cdot 400 = 340 \text{ m.}$$

Diese kurzen Erläuterungen zeigen deutlich den Weg, den wir bei den Luftsäulen, falls die Grösse v gefunden werden soll, betreten müssen. Es kommt hierbei lediglich darauf an, den Abstand der Bäuche, beziehungsweise Knoten mit Ausschluss der Schwingungsstrecken, welche an den offenen oder theilweise offenen Enden liegen, zu bestimmen, und erreicht König dieses Ziel in der angegebenen Manier mittels des Ohres. Es gibt aber noch eine ganz andere Methode, um die Abstände der Knoten und Bäuche zu erkennen, und verdanken wir diese elegante und hochwichtige Methode Kundt. Sie besteht darin, dass mittels eines feinen Pulvers, insbesondere Korkfeilicht,

die Wellen einer schwingenden Luftsäule dauernd sichtbar gemacht werden, sodass man an den hierbei auftretenden Schwingungsfiguren die genauesten Messungen anstellen kann. Kundt hat über den hier in Betracht kommenden Gegenstand ausführliche Untersuchungen angestellt, und müssen diese zu den bedeutendsten der neuern akustischen Arbeiten gezählt werden. Die erste Abhandlung erschien im Jahre 1865 in „Poggendorff's Annalen“, CXXVII, 487, unter dem Titel „Ueber eine neue Art akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen“. Sodann namentlich noch die Abhandlung ebendasselbst, Bd. CXXXV: „Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren.“

Wir wollen hier einem der Fundamentalversuche Kundt's Rechnung tragen, und soll derselbe zunächst durch die Fig. 72 erläutert werden. AB stellt eine circa 1,5 m lange Glasröhre mit circa 30 mm lichter Weite vor; ebenso $\alpha\beta$ eine zweite Glasröhre, oder einen Glasstab, unter Umständen auch eine Metallröhre, oder einen Metallstab von ebensolcher Länge wie AB , und einer etwaigen Dicke von 15 mm. Diese Röhre $\alpha\beta$ ist bei n durch zwei Klammern von der Art der Fig. 35 an einer Tischplatte in horizontaler Lage festgehalten. Das Ende bei α ragt ein Stück in das Innere der weiten Röhre AB hinein, und trägt bei α eine Scheibe oder einen Korkstopfen, der mit Spielraum gestattet, dass, wenn $\alpha\beta$ festliegt, AB noch hin- und hergeschoben, oder



um die Längsachse gedreht werden kann; mit andern Worten die Scheibe α darf nur so ungefähr das Innere von AB abschliessen. Bei einem zweiten kurzen Stab oder Röhrenstück $\gamma\delta$ findet das Umgekehrte statt, indem der am Ende γ befindliche Kork genau das Innere der Röhre AB ausfüllen muss, jedoch ohne eine Verschiebung von $\gamma\delta$ unmöglich zu machen. Die Röhre AB wird auf passende Unterlagen nur aufgelegt, und zwar so, dass ihre Längsachse und die von $\alpha\beta$ möglichst coincidiren.

Ist der Apparat nun seiner Lage nach richtig geordnet, so nimmt man AB weg und sucht, nachdem diese Röhre im Innern vollkommen trocken gemacht ist, eine Partie eines ebenfalls vollkommen trockenen Pulvers, Korkfeilicht, Lykopodium, Kieselsäure hineinzubringen, und diese Partie Pulver möglichst gleichmässig im Innern von AB zu vertheilen; sodann bringt man AB wieder in die Lage der Figur, und streicht nunmehr die Glasröhre $\alpha\beta$ zwischen den Knotenpunkten nn mit einem nassen Tuchlappen an, damit sie ihren zweiten Longitudinalton rein und laut hören lässt. Ist die Strecke von α nach γ eine für stehende Wellenbewegungen der Luftmasse im Vergleich zum Longitudinalton von $\alpha\beta$ geeignete, so wird, wie hervorgezaubert, das Korkfeilicht nun jene wunderbaren Anordnungen zeigen, welche wir haben wollen und deren Erzeugungsweise wir eben Kundt verdanken.

Diese Anordnungen des leichten Pulvers bestehen in einzelnen Abtheilungen, von denen jede auf ihrer Länge sogenannte Rippungen oder Riefen zeigt, d. h. in gesetzmässigen kleinen Abständen nebeneinander folgenden Korkfeilichtquerstreifen, wie die Fig. 72a versinnlicht, die im Vergleich zur bisher betrachteten Figur 72 in vergrössertem Maassstabe dargestellt ist. Diese Staubfigur zeigt folgendes Merkwürdige:

1) An dem festen Ende γ der Röhre liegt nothwendig ein Knoten.

2) Diese Knotenstellen sind in bestimmter Weise ausgezeichnet: häufig dadurch, dass das Pulver ringsherum in einem kreisförmigen Bogen angesammelt erscheint.

3) Die Abtheilungen zwischen den Knoten werden gebildet durch Rippungen, die in ihrer äussern Umgrenzung öfters eine ovale Figur bilden.

4) Es ergibt sich hieraus, dass die Entfernungen der Punkte n, n (Fig. 72a) eine halbe Wellenlänge des betreffenden Tons bei der schwingenden Luftsäule bedeuten.

Sehen wir nun zu, in welcher Weise die beschriebene Methode bezüglich einer Bestimmung der Grösse v benutzt werden kann. Bei einem bestimmten Apparat, den ich zu handhaben pflege, ist die Länge des Stabes $\alpha\beta$ gleich 1495 mm, und es zeigte sich, dass 20 Strecken n, n (Fig. 72a) eine Länge von 996 mm einnahmen. Die betreffende Wellenlänge in dem Luftrohr AB war demgemäss gleich $\lambda = 49,8 \cdot 2 = 99,6$ mm. Da der longitudinal tönende Stab seinen zweiten Oberton gab, so war die Wellenlänge für diesen Stab gleich seiner Länge $l = 1495$ mm. Bezeichnen wir demgemäss die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Glase mit v_1 , die in der Luft mit v , so bestehen die Gleichungen

$$v_1 = l \cdot N; \quad v = \lambda \cdot N,$$

wobei N die Schwingungszahl des Tons bedeutet, der ja für den Stab $\alpha\beta$ und die Luftsäule in AB derselbe sein muss. Kennen wir dieses N nicht, so ist natürlich v nicht zu bestimmen. Dennoch aber sehen wir sofort, dass in diesem Falle wenigstens das Verhältniss von $\frac{v_1}{v}$ gefunden werden kann, indem

$$\frac{v_1}{v} = \frac{l}{\lambda} = \frac{1495}{99,6} = 15,01$$

ist, d. h. der Schall pflanzt sich im Glase 15,01 mal besser fort wie in der Luft.

Die Methode leistet daher erstens vortreffliche

Dienste, wo wir das Verhältniss der Schallgeschwindigkeit im Material des schwingenden Stabes $\alpha\beta$ zu der in der Luft finden wollen.

Ersetzen wir den Glasstab $\alpha\beta$ durch einen Messingstab oder eine Messingröhre, so muss dieser, um zum Tönen gebracht zu werden, mittels eines Kolumbiumlappens angestrichen werden. Ist die Länge eines solchen Stabes gleich l_1 , ferner die zugehörige Wellenlänge in dem Luftrohre gleich λ_1 , und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Stabe gleich v_{11} , so besteht die Gleichung

$$\frac{v_{11}}{v} = \frac{l_1}{\lambda_1}.$$

Dividiren wir diese Gleichung in die unmittelbar vorausgehende, so ergibt sich

$$\frac{v_1}{v_{11}} = \frac{l \cdot \lambda_1}{l_1 \cdot \lambda}.$$

Bei einer Messingröhre, wobei l_1 genau gleich l war, fand ich, dass 14 Strecken nn auf 994 mm gingen, dass mithin $\lambda_1 = \frac{994}{7} = 142$, und demgemäss

$$\frac{v_1}{v_{11}} = \frac{142}{99,6} = 1,42,$$

d. h. Glas leitet den Schall 1,42 mal besser fort wie Messing.

Die Methode kann daher zweitens ebenso vorthellhaft benutzt werden, um das Verhältniss der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in zwei festen Körpern wie hier Glas und Messing zu finden.

Kundt hat sich auf diese Anwendungen seiner Methode nicht beschränkt, und hat insbesondere dieselbe noch in der Weise ausgebildet, dass er die Röhre AB anstatt mit Luft, auch mit andern Gasen anfüllte. Sehr leicht kann dies z. B. mit Leuchtgas geschehen. Denn man braucht blos die Röhre AB ver-

tical zu halten, und von unten Leuchtgas einströmen zu lassen, bis dieses die Luft völlig verdrängt hat. Ein Versuch mit obigem Apparat ergab z. B., wenn die Messingröhre als Tonerreger beibehalten wurde, dass auf 8 Halbwellen im Rohre AB 888 mm gingen, dass mithin, die Wellenlänge im Leuchtgas mit λ_{II} , und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit v_{III} bezeichnet,

$$\frac{v_{III}}{v} = \frac{\lambda_{II}}{\lambda_I} = \frac{222}{142} = 1,6$$

war. Das Leuchtgas leitet daher den Schall 1,6 mal besser als die atmosphärische Luft.

Hiermit ist die dritte wichtige Anwendung der Kundt'schen Methode documentirt.

Die mitgetheilten Anwendungen sind aber nicht die alleinigen, vielmehr hat Kundt noch in anderer Weise seine Methode nutzbar gemacht, wovon einiges hier hervorgehoben werden soll. Man glaubte früher, dass eine Bestimmung der Schallgeschwindigkeit v , mochte sie direct in freier Luft, in der bekannten Manier mittels Abfeuern von Geschützen, oder mittels der Wellenlängenbestimmung bei Röhren und Orgelpfeifen erhalten sein, ein in gleicher Weise brauchbares Resultat liefern müsse. Aber die Methode Kundt's belehrte uns sofort, dass dies nicht der Fall ist. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in Röhren ist eine andere wie in der unbegrenzten Luft. Es spricht hierbei nicht bloß das Kaliber der Röhre mit, sondern es kommt auch noch auf die innere Wandbeschaffenheit derselben an, indem es nicht gleichgültig ist, ob die Röhrenwand glatt oder rauh, also etwa mit Tuch überzogen ist.

Die Untersuchung auf den festzustellenden Zusammenhang verschiedener Fragen kann mittels der Kundt'schen Methode leicht ausgeführt werden, und hat Kundt nach verschiedenen Richtungen hin den Gegenstand schon erschöpft. Die gewonnenen Resultate sind:

1) Die Schallgeschwindigkeit der Luft in Röhren nimmt ab, wenn der Durchmesser des Rohres abnimmt. Die Abnahme wird indess erst von einem gewissen Durchmesser an merklich. Bei den betreffenden Versuchen lag diese Grenze des Durchmessers etwa bei 26 mm, sodass von da an abwärts das eben Mitgetheilte seine Gültigkeit hat. Auch muss erwähnt werden, dass hierbei die Wellenlänge des erregenden Tons von Einfluss ist, indem bei gleichen Röhren die Abnahme der Geschwindigkeit wächst mit der Zunahme der erregenden Wellenlängen. So z. B. fand sich:

Durchmesser der Röhren	Schallgeschwindigkeit in Metern.	
	Die Wellenlänge des 180 mm	erregenden Tons 60 mm
55,0	332,8	332,8
26,0	332,7	333,5
13,0	329,5	330,9
6,5	323,0	328,1

2) Das in die Röhre eingestreute Pulver hat einen Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit; in engern Röhren bewirkt es eine Verringerung derselben. In gleichem Sinne wirkt ein Rauhmachen der innern Wand.

3) Die Intensität der erregenden Wellen zeigt sich ohne Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit.

4) In weitem Röhren ist dieselbe unabhängig vom Druck; in engern aber tritt bei vermehrtem Druck auch eine Vergrößerung der Schallgeschwindigkeit ein.

Die Literatur über die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist eine umfangreiche, und war es daher sehr erwünscht, eine Zusammenstellung und kritische Beleuchtung der zahlreichen Methoden zu besitzen. In dieser Beziehung müssen zwei Schriften hervorgehoben werden, deren Erscheinen mit Freuden begrüsst werden

kann. Die eine veröffentlichte im Jahre 1877 Dr. Mecklenburg unter dem Titel: „Ueber die verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Schalles“¹, die andere im Jahre 1880 Dr. Hilfer unter dem Titel: „Ueber die Methoden, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in gasförmigen Körpern zu bestimmen“.²

86. Die eigenthümlichen Rippungen, die wir in Fig. 72 *a* dargestellt haben, bieten noch nach verschiedenen Richtungen hin Interesse. Zunächst fragt es sich, ob denn unter allen Umständen eine solche Rippenfigur wie die gezeichnete eintritt? Dies ist nicht der Fall; vielmehr hängt die Form derselben von verschiedenen Einflüssen ab, ohne dass man behaupten kann, es wären in dieser Beziehung die Ursachen der Veränderungen genauer erforscht. Die Kundt'sche Tonerregung einer Luftsäule hat, wie auch schon Müller in seiner oben S. 147 citirten Abhandlung, und Tyndall in seinem „Schall“, S. 250, bemerkt, sehr grosse Aehnlichkeit mit meiner Methode, einen Faden mittels einer Stimmgabel in eine stehende Wellenbewegung zu versetzen. Denn der Faden entspricht offenbar der Luftsäule, die Stimmgabel dem longitudinal schwingenden Stabe: hier wie dort ist das eine Ende des in Mitschwingung zu versetzenden Körpers fest, das andere dagegen ist gezwungen, die Vibrationen eines primär schwingenden Körpers mitzumachen. Dieses Ende *A* (Fig. 72) wird demgemäss Erscheinungen darbieten können, welche von denen am festen Ende *B* verschieden sind. Beim schwingenden Faden begegneten wir, wie dies im Abschnitt 36 näher dargestellt wurde, sogenannten gebrochenen Wellen, d. h. Wellen, wobei auf die Länge des ganzen Fadens nicht nur eine ganze Zahl Halbwellen, sondern eine ganze und noch ein Bruchtheil (ja unter Umständen sogar nur das letz-

¹ Berlin, bei H. R. Mecklenburg.

² Schweidnitz, Buch- und Steindruckerei von Boy & Pischke.

tere) einer Halbwelle ging. Dasselbe wird unzweifelhaft bei einer unter den in Rede stehenden Umständen schwingenden Luftsäule auch eintreten, und leuchtet es ein, wie namentlich auch Intensitätsverschiedenheiten bei den Luftschwingungen gerade so eintreten müssen wie bei dem transversal schwingenden Faden. Der letztere zeigte die stärkste Schwingung, wenn sehr nahe an der Stimmgabel ein Knoten zu liegen kam. Dasselbe wird bei der Luftsäule auch eintreten müssen. Ein am beweglichen Ende α etwa auftretender Knoten fällt daher nur sehr nahe mit diesem Ende α (Fig. 72) des schwingenden Stabes $\alpha\beta$ zusammen, und ist es eine Täuschung, wenn man glaubt, dass diese Coincidenz eine vollkommene wäre.

Bei der Ausbildung der Staubfiguren spricht aber nicht bloß die Stellung des stossenden Endes α , sondern auch wol noch die Grösse der stossenden Scheibe bei α mit. Es kann diese offenbar so gewählt werden, dass sie sich so genau an die innere Röhrenwand anlehnt, dass der Stab $\alpha\beta$ eben gerade noch ungehindert schwingen kann; es kann diese Scheibe aber auch wesentlich kleiner werden, und je nachdem mehr das eine oder mehr das andere eintritt, werden sich selbst bei derselben Stellung von α Verschiedenheiten in den Staubfiguren ausbilden können.

Ein longitudinal schwingender Stab kann nur hohe Töne hervorbringen, demgemäss sind die Wellen in dem Luftrohre AB verhältnissmässig kurz. Es war mir daher nicht ohne Interesse, zu sehen, ob auch ein transversal schwingender Körper, am einen Ende einer Luftsäule etablirt, diese Staubfiguren in letzterer hervorrufe. Es gelang dies sehr gut in der von mir 1870 beschriebenen Methode¹, deren Wesen durch die Fig. 73 erläutert werden soll. Der Theil $abcd$ stellt einen Blechkonus vor, dessen Basis ab eine ebene Blechplatte von 143 mm Durchmesser bildet, während

¹ Poggendorff's Annalen, CXXXIX, 490.

der von cd 62 mm beträgt; letztere Scheibe ist mit einem kreisrunden Loche ef durchbohrt, dessen Durchmesser 24 mm beträgt, über welchem noch ein Stück Cylinder $ehgf$ angelöthet ist, um eine Glasröhre R durch einen Korkstopfen mit dem Blechkonus fest zu verbinden. Wird dann in der Mitte von ab ein Streichstäbchen festgemacht, so kann man durch dieses die Bodenfläche ab in Transversalschwingungen versetzen, welche sofort in R , wenn hier Korkfeilicht vertheilt ist, die Staubfiguren erzeugen. Eine von mir bei Versuchen benutzte Röhre R war 1,8 m lang, und hatte einen innern Durchmesser von 17 mm. Das Angenehme der ganzen Versuchsanordnung besteht darin, dass man den Apparat irgendwo vor Zuschauern leicht präsentieren

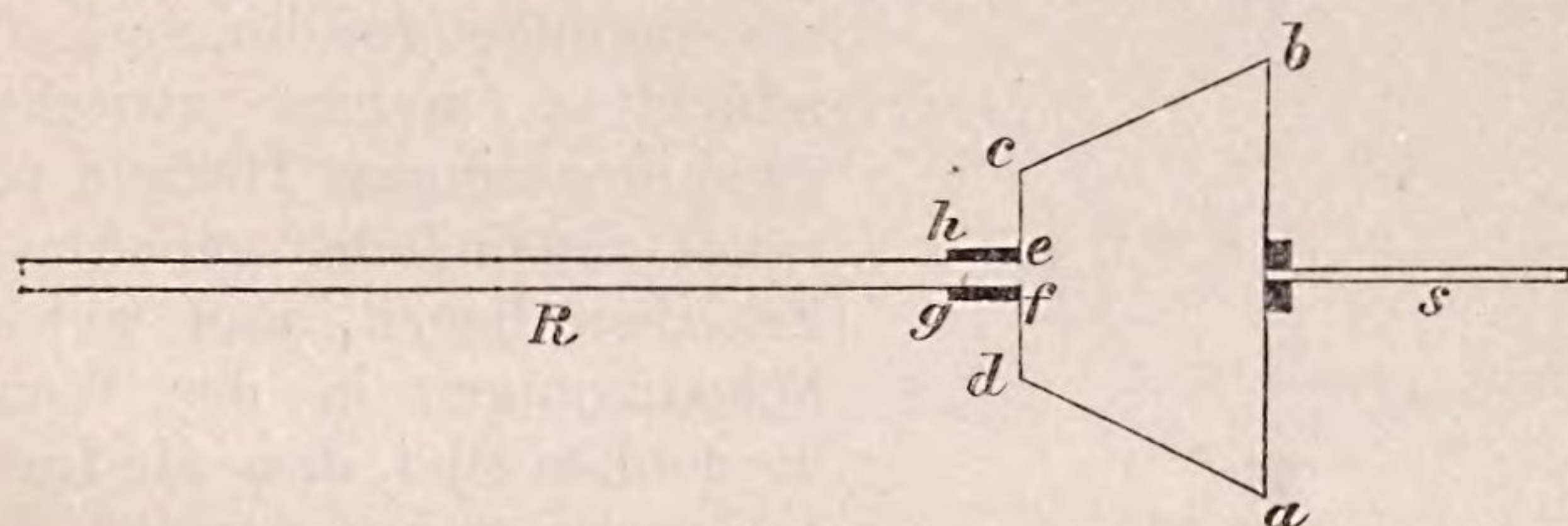


Fig. 73.

kann, indem man ihn in die linke Hand nimmt und durch Streichen des Stäbchens mit der rechten Hand die Staubfiguren entstehen lässt.

Hierbei ist man auch wegen der tiefern Töne der Blechplatte in leichter Weise im Stande, die Anzahl N der Schwingungen zu bestimmen, sodass in diesem Falle die Gleichung

$$v = N \cdot \lambda$$

direct zur Anwendung kommen darf. Was hierbei weiter Vorthail gewährt, ist der Umstand, dass die Platte ab leicht neben ihrem Grundton wenigstens noch einen Oberton hören lässt und man sofort zeigen kann, wie bei höhern Tönen das λ kleiner wird. Ein Versuch mit obiger Glasröhre ergab z. B. Folgendes: Der Grundton der Platte zeigte ein $N = 328$ Schwingungen, und gingen zwei Halbwellen im Rohre R auf 1019 mm;

bei einem Oberton war $N = 528$, und gingen vier Halbwellen auf 1266 mm. Demgemäss waren die entsprechenden λ gleich 1019 und 633 mm, und die beiden Werthe von v gleich 334,2 m.

Was nun die Entstehung der eigenthümlichen Rippungen anlangt, so haben sich damit ausser Kundt noch andere Forscher, namentlich Dvorak beschäftigt.¹ Vor allem aber muss eine theoretische Untersuchung² Bourget's hier hervorgehoben werden, wonach die Streifen ihre Entstehung dem Mitaufreten von hohen Obertönen verdanken sollen.

87. Wir verdanken Kundt noch eine andere besonders interessante Entdeckung: die der Schwingungen von Luft-

platten, d. h. Longitudinalschwingungen von dünnen Luftschichten, welche zwischen zwei in geringem Abstand parallel voneinander gehaltenen Scheiben liegen, und welche Schwingungen in der Weise zu denken sind, dass die Luftbewegungen nur parallel der Flächenausdehnung stattfindend angenommen werden. Kundt hat zunächst seine Entdeckung im Jahre 1869 in „Poggendorff's Annalen“, CXXXVII, 456—470, und sodann mit einer vollständigen Theorie ebendasselbst, CL, 176—197 und 337—356 bekannt gemacht.

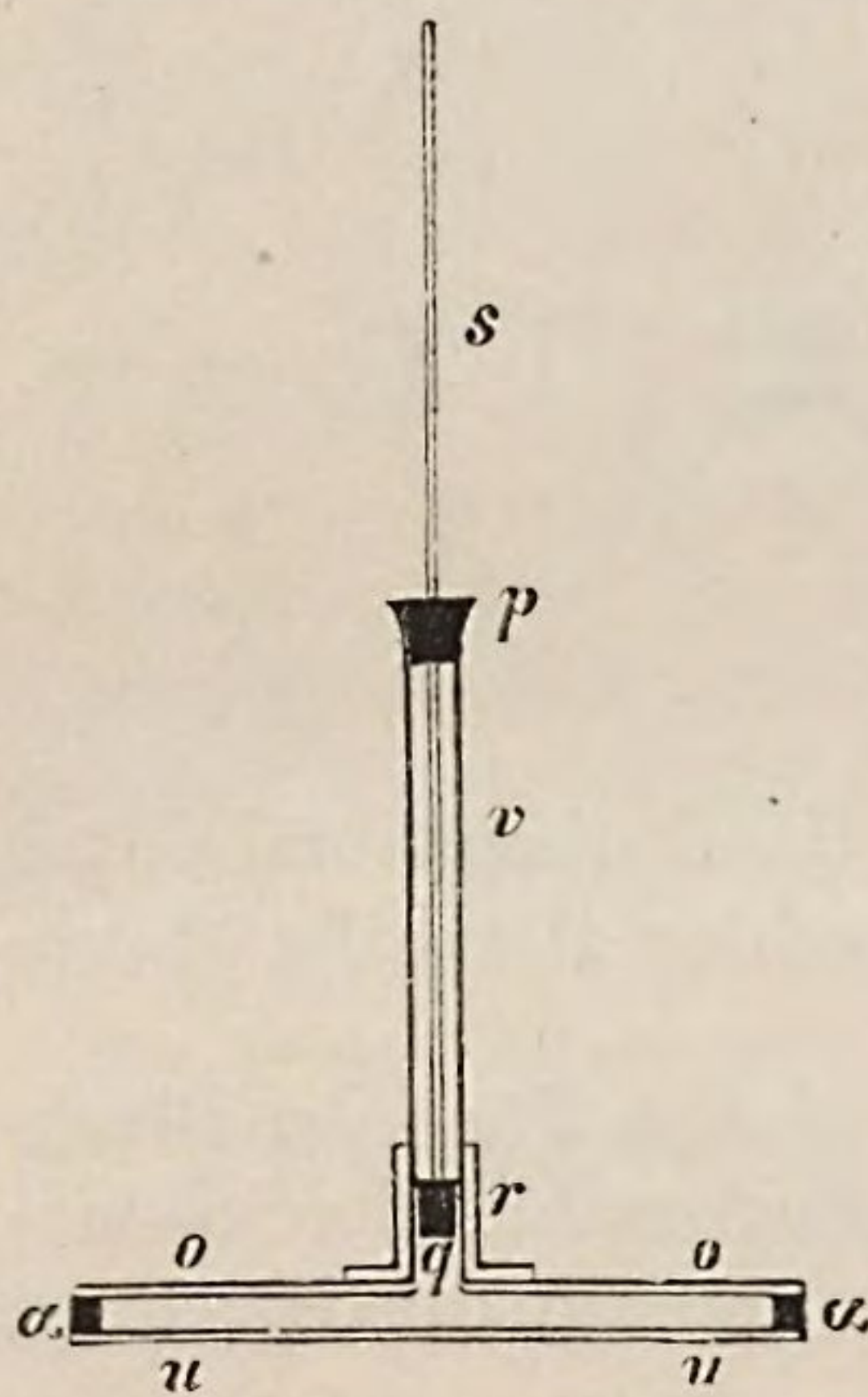


Fig. 74.

Die Art und Weise, wie er die betreffenden Schwingungen hervorruft, ist aus der Fig. 74 zu sehen. oo und uu bedeuten zwei Glasplatten, welche durch Korkstückchen αα in parallelem Abstände von-

¹ Poggendorff's Annalen, CLI, 634.

² Théorie mathématique des expériences acoustiques de Kundt.

einander gehalten werden, indem man die letztern an passenden Stellen am Rande der untern Scheibe *u* befestigt und hierauf die Scheibe *o* einfach auflegt. Diese Scheibe *o* ist in ihrer Mitte mit einem kreisrunden Loche durchbohrt, über welchem zunächst eine Messingfassung *r* auf die Scheibe fest aufgekittet ist, um in diese ein Glasrohr *v* mit seinem untern Ende entweder auch fest einzukitten, oder nur fest einzustecken. Das Glasrohr *v* dient dazu, um in dasselbe einen Glasstab oder eine Glasröhre *s* einzuführen, welche in ihrer Mitte bei *p* in einem Korkstopfen steckt, mit dem sie am obern Ende von *v* festgemacht werden kann. Das untere Ende von *s* trägt einen fest aufgekitteten Korkstopfen *q*, der nahezu das Innere der Röhre *v* ausfüllt.

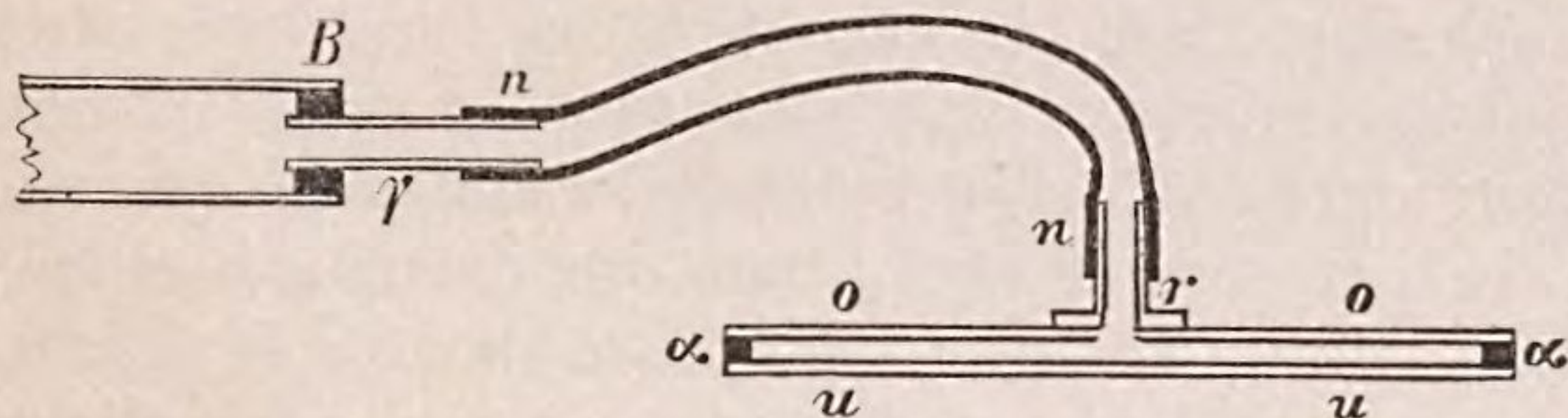


Fig. 75.

Fasst man mit der linken Hand die Röhre v , und zwar am besten oben bei p fest und streicht mit einem in der rechten Hand gehaltenen nassen Lappen den Stab s oberhalb p an, so lässt dieser seinen Longitudinalgrundton hören; sein unteres Ende q übt infolge dessen Stösse aus, die sich der zwischen den Glasplatten befindlichen Luftschicht mittheilen und dieselbe veranlassen, stehende Schwingungen auszuführen.

Es lässt sich jedoch, um diese Figuren zu erhalten, ein vielleicht bequemerer Modus anwenden, wenn man die Anordnung so trifft, wie die Fig. 75 darstellt. Es wird hierbei der Apparat der Fig. 72 benutzt, und mit ihm der Luftplattenapparat mittels eines weiten Gummirohrs verbunden. In das offene Ende *B* der weiten Glasröhre *AB* (Fig. 72) wird ein Korkstopfen, der mit

einem weiten Loche durchbohrt ist, eingeführt; in letzteres kommt ein Stück γ einer weiten Glasröhre, und man verbindet dann diese durch das Gummirohr nn mit der Fassung r der Fig. 74. Das Bequeme dieser Einrichtung liegt darin, dass der zunächst schwingende Glasstab $\alpha\beta$ (Fig. 72), der dem Stabe s (Fig. 74) entspricht, horizontal und fest liegt, also nicht gehalten zu werden braucht; ferner darin, dass die obere Glasplatte des Luftapparats nicht gedrückt wird und sich biegt, was namentlich bei grössern Platten eintreten muss, falls man den Longitudinalstab stark anstreicht.

Es wird nun offenbar darauf ankommen, welches Verhältniss zwischen den möglichen Schwingungsarten der Luftplatte und dem Longitudinalgrundton des erregenden Stabes s besteht. Ist dieser Ton des Stabes so beschaffen, dass ein Eigenton der Luftplatte existirt, der hierzu unisono ist, oder auch wol einen höhern Oberton hierzu bildet, so wird die Luftplatte ebenso wie oben bei meinem Faden, den die Stimmgabel in Bewegung setzte, in eine lebhafte stehende Wellenbewegung gerathen. Es werden sich dann voraussichtlich in der Luftplatte Knoten und Bäuche bilden, und ein auf die untere Platte u vorher aufgestreutes feines Pulver wird eine Klangfigur bilden, welche sofort auf die Abtheilungsweise der Luftplatte bei ihrer Schwingung einen Schluss zu machen gestattet. Es ist aber auch ebenso möglich, dass ein solches genaues Verhältniss zwischen einem Ton der Luftplatte und dem des Glasstabes nicht besteht. Der Fall liegt dann so wie oben bei den im §. 36 betrachteten, gebrochenen Wellen des Fadens; auch jetzt wird die Luftplatte eine Klangfigur liefern können, die jedoch im allgemeinen abweichen muss von der, welche wir soeben entstehen liessen. Man hat es also auch hier mehrfach mit den oben S. 109 charakterisirten Resonanzfiguren zweiter Ordnung zu thun.

Welche Formen nun diese letztern Resonanzfiguren annehmen, das hängt weiter ab von der Form und Grösse

der Glasplatten. Nimmt man runde Glasplatten, so kann, wenn die Erregungsstelle wie bisher in der Mitte angenommen wird, die entsprechende Figur offenbar nur in einem Gebilde bestehen, welches alle Anordnungen des Pulvers in concentrischen Lagen zeigt. Die Knoten und Bäuche werden daher nur bezeichnet sein durch concentrische Kreise.

Sind die Platten quadratisch, so werden die entsprechenden Gebilde andere werden, eine andere Klangfigur wird eintreten, aber trotz aller Verschiedenheit muss sie nothwendig, falls die Erregungsstelle auch hier in der Mitte liegt, symmetrisch sowohl zu den Diagonalen der Ecken als zu dem Halbirungskreuz der Seiten des Quadrats liegen.

Wenn von diesen von mir angeführten Gesetzen, wofür die Beweise durch die einfachste Ueberlegung gegeben sind, dass von einem Erregungscentrum, welches mathematisch genau mit dem Centrum eines Kreises oder der Mitte eines Quadrats zusammenfällt, nur solche Bewegungen der zwischenliegenden Luftschicht hervorgerufen werden können, welche bei einer kreisrunden Scheibe sich gleichmässig nach dem Rande hin verbreiten, und bei einem Quadrat nothwendig sowohl nach den Mitten der Seiten wie nach den vier Ecken hin je dieselben sein müssen, wenn von diesen Gesetzen, sage ich, Abweichungen stattfinden, d. h. wenn Schwingungsfiguren eintreten, welche beim Quadrat z. B. nicht die angegebene doppelte Symmetrie zeigen, und z. B. nur eine Symmetrie zu den Mittellinien der Seiten, oder wie z. B. die Fig. 77 sogar nach keiner Richtung hin eine Symmetrie zeigen, so liegt der Grund für diese Abweichungen nur in der Nichterfüllung der mathematisch strengen Grundbedingungen: Das Erregungscentrum fällt also z. B. nicht ganz streng mit der bezeichneten Mitte der Scheibe zusammen, oder die Umgrenzung ist kein absolut richtiges Quadrat, oder die Dicke der Luftschicht ist nicht durchweg

genau gleich. Es werden dann leicht Verzerrungen eintreten. Diese Gesetze erfahren aber auch eine Ausnahme, wenn die Erregung in der Mitte sehr nahe zu einer Eigenschwingung der Luftplatte passt, die eigentlich von einem andern Punkte der Scheibe aus erregt werden muss.

Unendlich mannichfaltig sind die Schwingungsformen, wenn wir andere Glasplatten: rechteckige, dreieckige, elliptische u. s. w. wählen, und namentlich auch, wenn wir, anstatt dass die Erregungsstelle in der Mitte gewählt wird, sie an irgendeinem andern Punkte, also vielleicht auch am Rande der Scheiben denken. Ja, diese Mannichfaltigkeit wächst noch mehr, wenn wir auch die äussere Abgrenzung der Luftplatte so oder so herstellen. Bisjetzt nahmen wir nämlich an, dass z. B. bei quadratischen Platten die kleinen Korkstückchen, welche sie auseinanderhalten, an den vier Ecken, oder noch besser in den Mitten der Seiten etablirt seien; die Luftplatte communicirt in diesem Falle sonst frei mit der äussern Luft, und nennt Kundt eine solche Luftplatte eine offene. Wir können aber ebenso leicht durch passende Streifen Pappdeckel, die auf die untere Scheibe aufgeklebt werden, eine, zwei, drei oder vier Seiten der Luftplatte ganz von der Communication mit der äussern Luft abschliessen, und bezeichnet Kundt solche Luftplatten mit dem Namen: theilweise geschlossene, beziehungsweise ganz geschlossene Platten. Es entspricht dies bei Membranen dem Falle, wo vielleicht eine Kante derselben völlig frei ist, also den von Müller¹ untersuchten Membranschwingungen gegenüber den Schwingungen ringsherum fest begrenzter Membranen. Es entspricht dies ferner den Schwingungen Chladni'scher Scheiben, die man ja ebenso gut entweder völlig frei am Rande, oder ringsherum fest begrenzt oder nur theilweise fest begrenzt sich denken kann.

Diese Klangfiguren, welche nun bei dieser Art der Er-

¹ Vgl. oben S. 113.

regung zu Stande kommen, gehören auch zu den sogenannten Rippen- oder Riefenfiguren, indem nämlich das auf der untern Platte gleichmässig aufgestreute Korkfeilicht beim Schwingen der Luftplatte sich in riefenförmigen Curven ordnet. Die Gesetzmässigkeiten, welche diese Figuren besitzen, sind ferner deshalb interessant, weil die letztern die genauesten Beziehungen zu den Klangfiguren der Transversalschwingungen der Membranen und der Chladni'schen Klangscheiben haben. Wir wollen daher verschiedene dieser Gesetzmässigkeiten, wie wir sie durch Kundt kennen lernten, hier hervorheben.

1) Diejenigen Stellen einer schwingenden Luftplatte, wo ein Maximum der Bewegung, aber keine Aenderung der Dichtigkeit in der Luftschicht stattfindet, heissen, wie überhaupt bei einer schwingenden Luftsäule, Bäuche. Sie waren bei den Kundt'schen Staubfiguren in Röhren durch die eigentlichen Rippen des Korkfeilichts ausgezeichnet. Dasselbe findet nun bei den Klangfiguren der Luftplatten auch statt. Die Bäuche sind die Stellen, die durch Rippencurven ausgezeichnet sind; wo diese am deutlichsten entstehen, da ist der Verlauf eines Bauches anzunehmen. Solche Bäuche müssen lineare Gebilde sein, weshalb Kundt sie auch Bauchlinien zu nennen pflegt. Wird eine Luftplattenfigur in ihrem Zusammenhang mit den Figuren einer Chladni'schen Scheibe, oder auch einer transversal schwingenden Membran verglichen, so zeigt sich sofort, dass die Bauchlinien den Verlauf nehmen wie die Sandknotenlinien der Scheibe oder der Membran. Wir werden dies hernach durch unsere Figuren bestätigt finden.

2) Solche Stellen, wo eine Dichtigkeitsänderung vorhanden ist aber keine Bewegung eintritt, lassen, wie Kundt nachgewiesen hat, eine Unterabtheilung zu. Es kann nämlich

a) die Dichtigkeitsänderung eine maximale sein; dann entspricht die betreffende Stelle den von

uns bisjetzt betrachteten Knoten in einer schwingenden Luftsäule; Kundt nennt diese Knoten bei den Luftplatten einfache Knoten, und zwar mit besonderer Rücksicht auf diese Unterabtheilung und die Erscheinung, welche das Korkfeilicht zeigt: einfache umschlossene Knoten. Es sind nämlich Punkte in der Luftplatte, wo das Korkfeilicht nicht bewegt wird, und die weiter nach aussen hin ringsherum von geschlossenen Riefenfiguren umzogen werden. Es sind dies die Punkte, welche den Stellen der Schwingungsmaxima bei einer transversal schwingenden Membran oder Scheibe entsprechen.

b) Die Dichtigkeitsänderung ist vorhanden, aber keine maximale; es entspricht dieser merkwürdige Fall bei einer schwingenden Membran der Stelle, wo diese einen sogenannten Sattelpunkt besitzt. Das Korkfeilicht bei der Luftplatte bleibt hier in Ruhe und ist die Stelle zwar umgeben von Riefenlinien, aber diese sind nicht in sich geschlossen. Kundt nennt daher diese Stellen einfache, nicht umschlossene Knoten.

3) Können solche Stellen vorkommen, wo keine Dichtigkeitsänderung und keine Bewegung eintritt. Es sind dies bei einer transversal schwingenden Membran oder Scheibe diejenigen Stellen, in denen sich zwei oder mehr Knotenlinien durchschneiden. Kundt nennt sie bei den Luftplatten doppelte Knoten.

Vor allem müssen wir nun unsere Fig. 76 und 77 ins Auge fassen; sie sind nach den Zeichnungen Kundt's wiedergegeben und gelten für eine quadratische Platte, welche ringsherum geschlossen ist. Fig. 76*b* versinnlicht durch die hineingezeichneten sich durchschneidenden Geraden das Chladni'sche Schema: $2/2$, während Fig. 76*a* die Kundt'sche Schwingungsfigur der Luftplatte darstellt. Die Kreuzchen in Fig. 76*b* bedeuten einfache umschlossene Knoten, die kleinen Kreischen doppelte Knoten. Die Luftplatte zeigt demgemäss vier

einfache umschlossene Knoten, welche in den Ecken der nach aussen abgeschlossenen Luftplatte liegen; ferner vier ebensolche Knoten in der Mitte der Seiten, und einen solchen in der Mitte der Platte gelegen. Bei dem Schema $2/2$ kommen vier Durchschnittpunkte

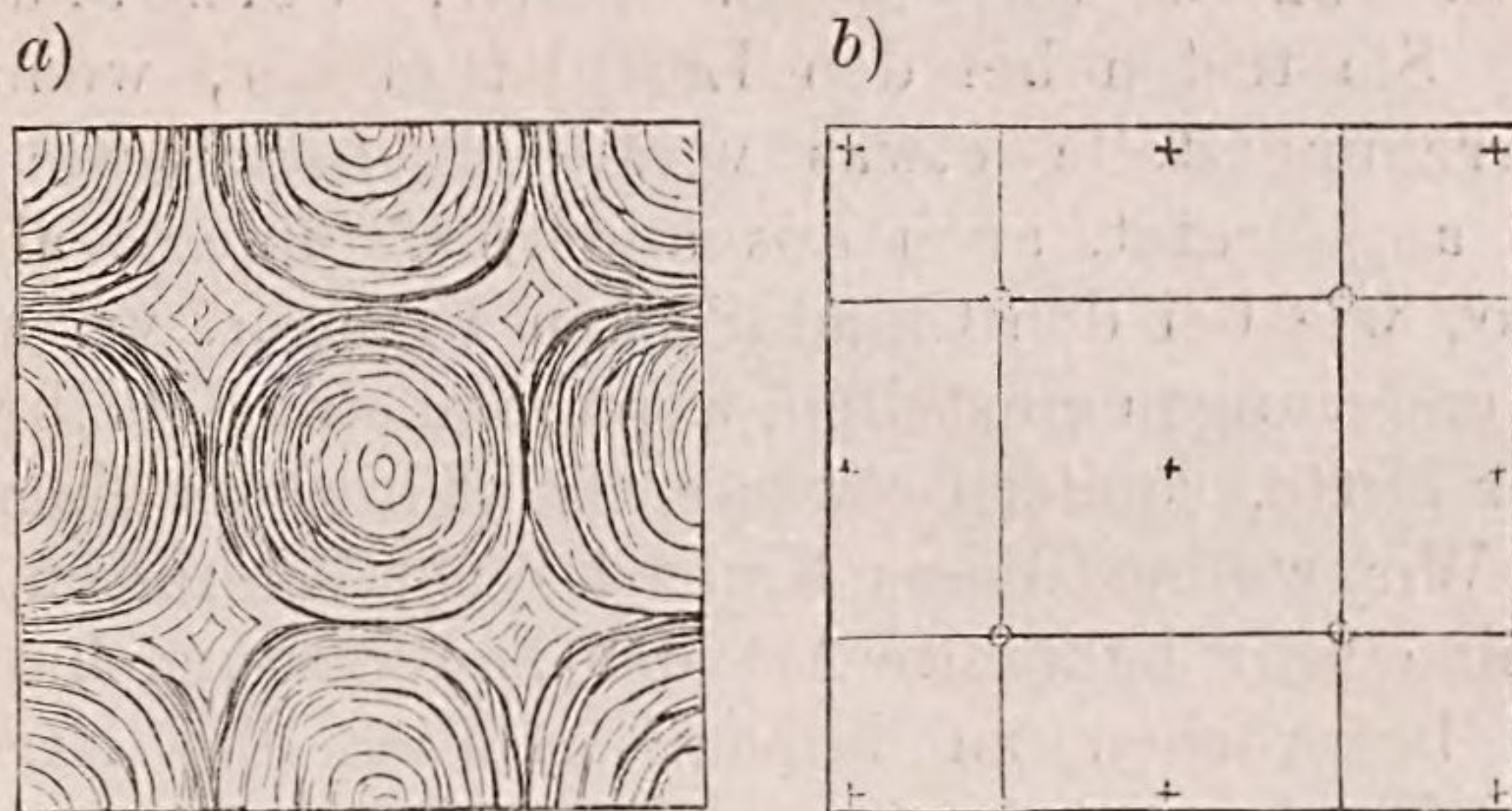


Fig. 76.

der Chladni'schen Knotenlinien zu Stande; ihnen entsprechend zeigt die Luftplatte vier doppelte Knoten.

Fig. 77b stellt eine sehr bekannte Chladni'sche Fi-

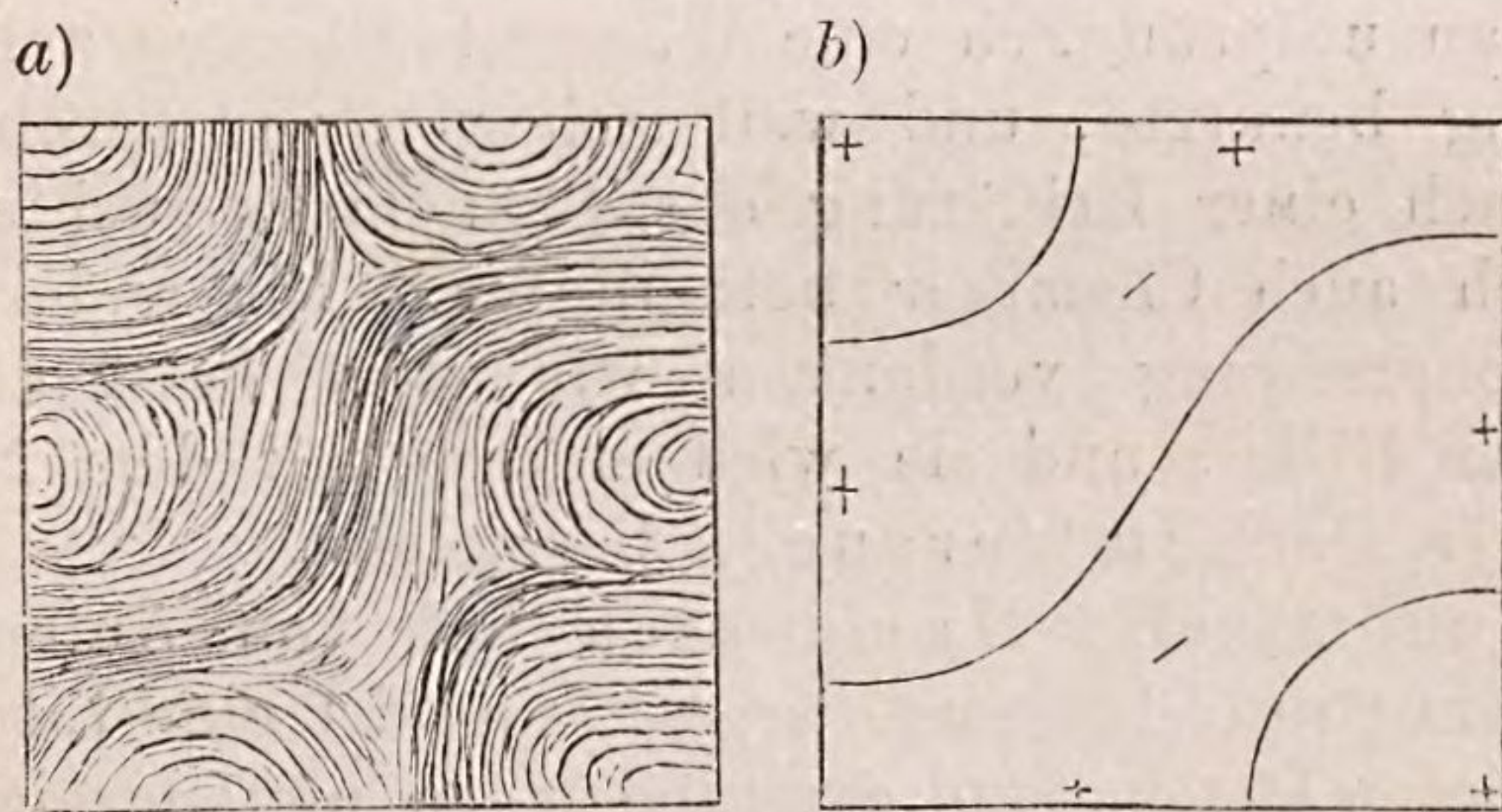


Fig. 77.

gur vom Schema $2/1$ vor, die daneben gezeichnete Fig. 77a die zugehörige Luftplattenfigur. Die Stellen, welche den einfachen, nicht umschlossenen Knoten entsprechen, sind durch ein Minuszeichen hervorgehoben. Man wird bei dieser Figur sehr deutlich den Zusam-

menhang zwischen den beiden Schwingungsvorgängen erkennen, insbesondere, wie die Bauchlinien in ihrem Verlauf den Chladni'schen Knotenlinien entsprechen. Es zeigt diese Figur aber auch sehr deutlich, wie bei den Luftplatten das vorkommt, was Chladni, wie wir oben S. 192 hervorgehoben haben, Verzerrungen nennt. Sie treten bei den Luftplatten ein, wenn man die Erregungsstelle etwas verändert (oder wie oben S. 291 angedeutet, auch aus andern Gründen), also gerade so, wie bei den Chladni'schen Figuren, wo sich ja auch Aenderungen einstellen, wenn man eine Scheibe nicht in ihrer Mitte, sondern etwas entfernt hiervon einspannt.

88. Wir wollen dieses Kapitel nicht schliessen, ohne noch eine sehr bekannte Art der Tonerregung bei Luftsäulen besprochen zu haben, nämlich die Erregung mittels Wärmewirkungen, insbesondere einmal durch Flammen, und weiter durch glühende Drahtnetze. Die erstere Art verdankt man dem englischen Chemiker Higgins im Jahre 1777, und wird die betreffende Einrichtung mit dem Namen chemische Harmonica bezeichnet, welcher Name wol deshalb beibehalten wurde, weil man ursprünglich eine Wasserstoffflamme zur Tonerregung benutzte, und weil sich von vornherein, als man nach einer Erklärung des Phänomens suchte, namentlich auch Chemiker betheiligten. Die andere Art der Tonerregung verdanken wir dem holländischen Physiker Rijke, und sie wird einfach mit dem Namen des Rijke'schen Versuchs bezeichnet.

Die chemische Harmonica hat von Anfang an in hohem Grade Interesse erregt, und ist eine Literatur über diesen Gegenstand entstanden, so umfangreich wie kaum über ein anderes Phänomen der Akustik. Dennoch muss behauptet werden, dass nicht alle Umstände hierbei bisjetzt so genau erforscht sind, um eine Erklärung geben zu können, die sich allgemeiner Anerkennung zu erfreuen hätte, was nicht auffallen darf, wenn man bedenkt, dass die Tonerregung bei den Orgelpfeifen überhaupt noch mancherlei Punkte dar-

bietet, die für weitere Untersuchungen hinreichenden Stoff liefern.

Der Fundamentalversuch gelingt in sehr einfacher Weise, namentlich da man seit der Einführung des Leuchtgases nicht mehr nöthig hat, sich erst eine Wasserstoffflamme zu verschaffen. Die Röhren, welche zum Tönen gebracht werden sollen, können aus den verschiedensten Materialien bestehen. Kommt es nicht darauf an, dass man die im Innern der Röhre befindliche Flamme und die Luft in ihren Bewegungen verfolgen will, so kann man Holz-, Papp- oder Metallröhren anwenden; im andern Falle aber bedient man sich der Glasröhren, oder man muss, wenn die Flamme in einer Metallröhre untersucht werden soll, in die letztere ein Glasfenster einsetzen. Die Weite und Länge der Röhren kann sehr verschieden sein, indem solche von 1,5 bis 10 cm Weite, und solche von 20 cm bis zu 5 m Länge in Betracht kommen können, ohne dass diese Grenzen als absolute anzusehen wären.

Man nehme nun z. B. eine Röhre von Weissblech von 60 cm Länge und 20 mm innerm Durchmesser; ferner ziehe man eine dünne, etwa 22 cm lange Glasröhre mit einer innern Lichtung von 4 mm oben zu einer Spitze aus, breche diese oben regelrecht ab und verbinde das untere Ende dieser Röhre, die wir die Brenneröhre nennen wollen, durch einen Gummischlauch mit der Gasleitung. Wird der Gashahn geöffnet, so wird es leicht gelingen, nach dem Anzünden des Gases an der Spitze des Brennerrohres eine Flamme zu erhalten, die 50 mm und mehr lang ist, deren Höhe aber auch bis auf 3 mm oder noch weniger heruntergebracht werden kann. Am besten klemmt man das Brennerrohr in verticaler Stellung fest, nimmt dann die Tonröhre, indem man sie am untern Ende fasst, und führt sie über die Brenneröhre so nach unten, dass diese möglichst in der Mittelachse des Tonrohrs bleibt. Bei einer Flamme von etwa 10 mm Höhe wird man nun, falls die Flamme etwa 10 cm über der untern

Mündung des Tonrohrs liegt, diese letztere Röhre zum regelmässigen Tönen bringen können. Es lässt sich hierbei ein Ton hören, der oft von vornherein schon vollkommen regelmässig ist, in andern Fällen aber zu einem solchen erst wird, wenn man die Tonröhre etwas höher oder tiefer stellt, oder wenn man die Höhe der Flamme entsprechend verändert.

Gewisse Grundsätze, welche in der gesamten Akustik als allgemeingültige betrachtet werden müssen, kommen nun auch bei der chemischen Harmonica in Betracht. Es unterliegt keinem Zweifel, dass ein so schwankes Wesen wie eine Flamme, wenn sie die Ursache von stehenden Schwingungen einer Luftsäule werden soll, schliesslich auch mit dieser gemeinsam eine stehende Vibrationsbewegung ausführen muss. Da unzweifelhaft die Primitiverregung im Orte der Flamme selbst und ihrer nächsten Umgebung zu suchen ist, und hier wol sicher auch ein Wechsel von Verdichtungen und Verdünnungen angenommen werden muss, so leuchtet ein, dass bei einem Tonrohr ein Ton dann nicht zu Stande kommt, wenn man die erregende Flamme an eine Stelle bringt, wo für einen bestimmten Oberton der Ort eines Bauches zu suchen ist. Denn hier hätten wir eine Stelle, wo gerade, wenn ein Ton entstehen soll, Dichtigkeitsveränderungen nicht eintreten dürfen. Der Ton entsteht daher vor allem nicht, wenn die Flamme an die Mündungen des Tonrohrs zu liegen kommt, vielmehr erst dann, wenn diese von hier mehr weggerückt wird.

Die Vibrationen der Flamme sind experimentell in verschiedener Weise nachgewiesen worden, und bedient man sich hierbei insbesondere, wie es Wheatstone schon im Jahre 1834 that, eines rotirenden Spiegels, der auch bei andern neuern akustischen Untersuchungen eine hervorragende Rolle spielt. Es liegt nicht die Absicht vor, hier auf optisch-akustische Erscheinungen weiter einzugehen, doch soll die Zusammenstellung des Apparats, wie man ihn bei der chemischen Har-

monica benutzen kann, mitgetheilt und durch die Fig. 78 erläutert werden. Der Spiegelapparat besteht hierbei aus einem würfelförmigen Kasten, dessen vier verticale Seitenwände je mit einer Spiegelplatte belegt

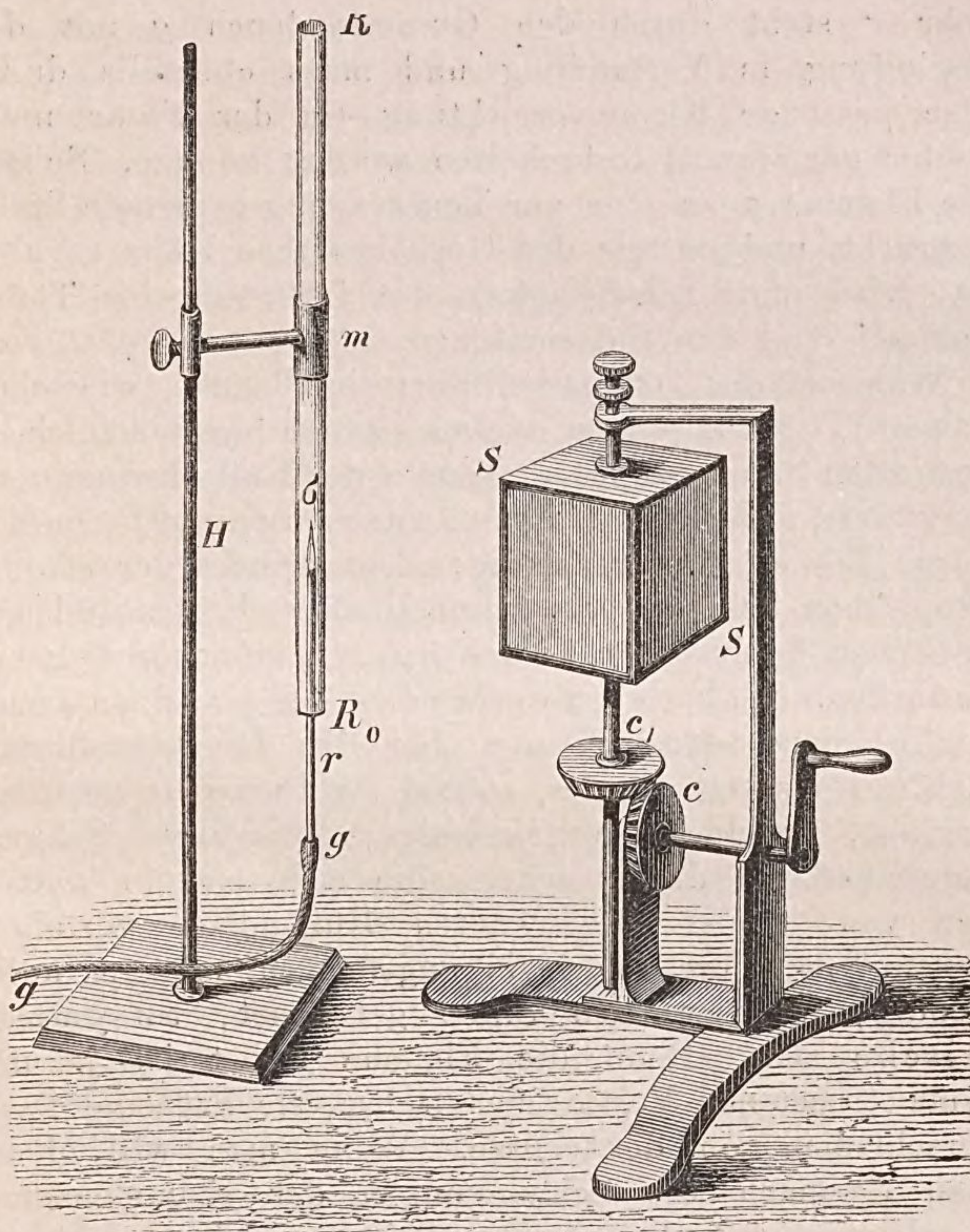


Fig. 78.

sind, sodass bei jeder Umdrehung dieses Kastens vier Spiegel in kurzen Intervallen in dieselbe Lage kommen. Der Mechanismus der Drehung ist aus der Figur ohne

weiteres zu erkennen. Möglichst in der Nähe des Spiegelapparats wird die Tonröhre *R* mittels einer geeigneten Klammer am Statif *H* in passender Höhe festgehalten, sodass sie in der Fassung *m* mit Reibung im verticalen Sinne sich verschieben lässt. Das Brennerrohr *r* steht durch den Gummischlauch *g* mit der Gasleitung in Verbindung und muss ebenfalls durch eine passende Klemmvorrichtung (in der Figur nicht weiter gezeichnet) festgehalten werden können. Sobald die Flamme σ an eine zur Tonerregung geeignete Stelle gebracht, und mittels des Gashahns ihre Höhe regulirt ist, wird ohne Schwierigkeit die Luftsäule ins Tönen kommen und dauernd fortönen.

Während des Tönens vollführt die Flamme, wie schon bemerkt, Schwingungen, wobei sie sich hauptsächlich im verticalen Sinne nach dem Tempo der Luftschwingungen verändert, und sind diese Veränderungen insbesondere durch Töpler's Untersuchung: „Das Princip der stroboskopischen Scheiben als vortheilhaftes Hülfsmittel zur optischen Analyse tönender Körper“¹, genauer bekannt geworden. Sie bestehen darin, dass die einzelnen Zonen der Flamme, deren Töpler bei der Leuchtgasflamme z. B. vier unterscheidet, sobald die Luftsäule zu tönen beginnt, wunderbar regelmässige, periodische Schwingungszustände durchmachen, die sich einzeln mittels der von Töpler angewandten Hülfsmittel verfolgen lassen. Alle diese Schwingungsformen müssen nothwendig, im verticalen Sinne gerechnet, unsymmetrische sein. Denn die Flamme selbst ist ja nur symmetrisch zur Verticalmittelachse, sie hat eine Basis verschieden von der Spitze. Wenn man will, kann man demnach die Schwingungen der Flammenzonen vergleichen mit denen einer Saite, welcher nicht gestattet ist, beiderseits frei auszuspringen, sondern die z. B. nach unten hin schwingend, jedesmal auf eine Unterlage aufschlägt und hier zurückprallt.

¹ Poggendorff's Annalen, CXXVIII, 108—125 (Jahrg. 1866).

Nach den Untersuchungen Töpler's muss man annehmen, dass die Flamme beim Schwingen niemals ganz erlischt, um im nächsten Moment wieder zu entflammen, sondern dass immer eine kleine Zone, sei es über der Brenneröffnung, sei es unter derselben nach dem Innern des Brennerrohrs gerechnet, existirt, welche als dauernd brennend anzusehen ist. Die Formen der ruhenden Flamme im ganzen und deren Zonen der Zahl und Ordnung nach, ebenso wie alle diese Gebilde während ihrer Bewegung hängen nicht blos von der Form der Ausströmungsmündung, vom herrschenden Druck und von der Grösse der Flamme, sondern auch von der Natur des brennenden Gases ab, und fand Töpler, dass z. B. eine Wasserstofflamme einfachere Verhältnisse wie eine Leuchtgaslamme zeigte. Von diesen Verschiedenheiten wird dann ohne Zweifel auch das Bild in unserm rotirenden Spiegel abhängen. Doch wie diese Formen auch wechseln mögen, so viel kann allgemein angegeben werden, dass zunächst der Haupt-eindruck beim Hineinsehen in den rotirenden Spiegel herühren wird von den hellen Zonen der vibrirenden Flamme, während die dunklern, bläulichen Zonen einen schwächern Eindruck machen, sodass zu ihrer Wahrnehmung schon mehr Anstrengung erforderlich ist.

Ich beschränke mich hier auf die Mittheilung der Ergebnisse eines Versuchs, der im wesentlichen das enthält, was hierbei überhaupt in Betracht kommt. Das Tonrohr war ein 86 cm langes Glasrohr mit einem innern Durchmesser von 18 mm. Das Brennerrohr bestand in einem 42 cm langen Glasröhrchen mit einem innern Durchmesser von 3,5 mm und war oben in eine 18 mm lange Spitze ausgezogen, sodass der Durchmesser der Ausströmungsmündung 0,5 mm betrug. Die Höhe der nicht schwingenden Flamme unter dem herrschenden Gasdruck betrug 53 mm. Sobald diese Flammenhöhe durch Absperren des Hahns von 53 auf 29 mm reducirt war, gerieth das Rohr, wenn die Mitte der Flamme σ circa 10 cm vom untern Ende R_0 (Fig. 78)

entfernt war, in völlig regelmässige Schwingungen, und liess sich der Grundton des Rohrs, jedoch mit derjenigen Erhöhung, welche die Erhitzung der Luftsäule bedingt, ohne auffällige Beimischung eines andern Obertons hören. Reducirte ich die Höhe der Flamme abermals von 29 auf 18 mm, so liess sich völlig regelmässig die höhere Octave, also der zweite Oberton hören. Wurde aber nun eine zwischen 18 und 29 mm liegende Flammenhöhe genommen, so fand meistens ein unregelmässiges Zusammenerklingen des ersten und zweiten Obertons statt, welches aber bei feiner Regulirung auch in ein ruhiges, gleichzeitiges Tönen von Grundton und Octave überging. Die Höhen 29 und 18 mm waren gemessen, ohne dass die Brennröhre in das Tonrohr eingeführt war. Gesah dies, fing die Flamme an zu vibriren und tönte die Luftsäule, so erkannte man sofort, wie die schwingende Flamme an Länge zunahm. Ertönte hierbei der Grundton oder der zweite Oberton allein, so bot die Flamme dem Auge eine Einfachheit dar, die wesentlich verschieden war von dem Aussehen, wobei gleichzeitig das Ertönen der beiden Obertöne stattfand. In dem erstern Falle liess die Flamme ausser ihrem röthlichen und schwächer leuchtenden Mantel deutlich eine hellere gelbe Spitze und eine bläuliche, schwach leuchtende Basis erkennen; in dem andern Falle aber, wobei zwei Töne gleichzeitig erklangen, erschien die Flamme mit zwei hellen Spitzen untereinander, und befand sich die niedrigere etwa in der Hälfte der Flamme.

Der rotirende Spiegel belehrt uns nun sofort über den weitem Zusammenhang. Denn, lässt man vor ihm das Rohr mit der Flamme tönen, so erblickt man im Spiegel, wenn derselbe, von oben in der Richtung der Drehungsachse gesehen, sich umgekehrt wie die Zeiger der Uhr dreht, beim Grundton der Röhre ein Flammenbild wie in Fig. 79 *a*; beim Ertönen des zweiten Obertons aber wie das der Fig. 79 *b*; ertönen aber beide Töne zugleich, so combiniren sich die Bewegungen

der beiden Fälle *a* und *b*, und erhält das Flammenbild ein Ansehen wie das der Fig. 79 *c*.

Man erkennt aus diesen Figuren mancherlei, und wollen wir die Hauptthatsachen der Reihe nach aufzählen.

1) Das Flammenbild im rotirenden Spiegel erscheint als eine gezahnte Figur, deren Zähne nach links hin gerichtet sind, falls der Spiegel, von oben gesehen, sich dreht umgekehrt wie die Zeiger der Uhr, und nach rechts hin gerichtet sind, falls der Spiegel sich direct wie die Zeiger der Uhr dreht.

2) Diese zur Verticalrichtung unsymmetrische Erscheinung der einzelnen Flammenbilder im Spiegel rührt

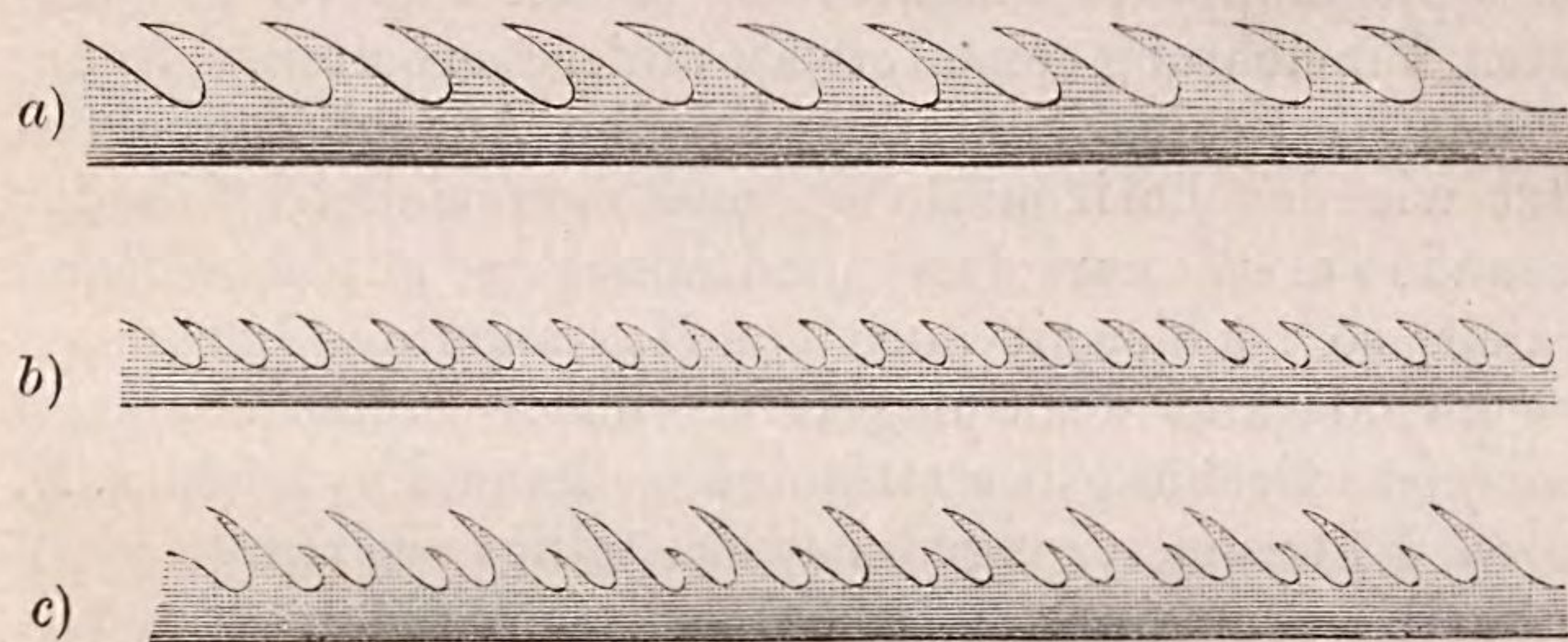


Fig. 79.

von der einseitigen Drehung des Spiegels her. Würde der Spiegel anstatt einer solchen Drehung eine Vibrationsbewegung um seine Verticalachse erhalten, so würden die Einzelflammenbilder ein wesentlich anderes Aussehen darbieten; doch gehen wir hier nicht näher auf diese Erscheinungen ein.

3) Die Erscheinung ist so aufzufassen, dass bei der angenommenen Drehung des Spiegels zuerst von der linken Verticalkante der dem Auge zugekehrten Spiegelfläche die Einzelbilder ins Auge gelangen, dass also das ganze Flammenbild von links nach rechts anwächst, und das Auge das äusserste linke Bild noch fest-

hält, wenn das äusserste rechte erscheint. Hierzu ist natürlich eine gewisse Schnelligkeit der Umdrehung erforderlich. Man wird über dieses Fortrücken von links nach rechts sich leicht orientiren, wenn man sich die Reflexionen eines leuchtenden Punktes in einem rotirenden Spiegel, dem gegenüber ein Auge in fester Lage angenommen wird, durch eine einfache Zeichnung versinnlicht.

4) Die Breite der Einzelflammen oder, kurz gesprochen, der Flammenzähne, steht im directen Verhältniss zur Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels, d. h. je schneller sich der Spiegel dreht, desto breiter werden die Zähne. Sollen in dieser Beziehung recht auffällige Verschiedenheiten constatirt werden, so müsste der Spiegelapparat anstatt der in der Fig. 78 gezeichneten Einrichtung eine etwas andere erhalten. Denn, da das verticale Zahnrad c dieselbe Anzahl Zähne besitzt wie das horizontale c_1 , und man vielleicht in der Secunde etwa nur drei Umdrehungen mit der Hand erzielt, so ist hiermit auch das Maximum der Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels erreicht. Sollen aber viel schnellere Drehungen stattfinden, so kann dies leicht z. B. durch Räderumsetzungen bewerkstelligt werden.

5) Die Flamme lässt sich in ihren Verticalveränderungen durch den Spiegel auch noch nach anderer Richtung hin verfolgen. Unsere bisherige Drehung des Spiegels um eine verticale Achse lieferte die Verticalveränderungen der Flamme nebeneinander, und bildeten sich so die Flammenzähne. Es können aber auch Veränderungen untereinander in einem Spiegel erscheinen, falls man die Drehungsachse des Spiegels horizontal legt. Hierher gehörige Erscheinungen können mit dem Spiegel der Fig. 78 erhalten werden, da der Apparat leicht in einer solchen Lage sich feststellen lässt, dass der Spiegel sich um eine horizontale Achse dreht. Hierbei erhält man nicht ein Flammenzahnband mit mehreren Einzelbildern, sondern nur ein einziges Flammenbild.

6) Bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit geht auf das Flammenband, das eine Spiegelseite durchzieht, bei einem und demselben Ton der Luftsäule eine ganz bestimmte Anzahl Zähne. Diese Zahl verdoppelt sich, wenn die Rotationsgeschwindigkeit auf die Hälfte herabsinkt, und wird umgekehrt halb so gross, wenn die Rotationsgeschwindigkeit verdoppelt wird. Es ist dies eine einfache Folge des unter 4) hervorgehobenen Satzes.

7) Bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit hängt die Zahl der Flammenzähne von der Ordnungszahl der Obertöne ab. Die Octave eines Tons liefert doppelt so viel Zähne u. s. w. Treten zwei Obertöne gleichzeitig auf, so zeigt das Flammenbild eine dem entsprechende Umänderung. Tritt zum Grundton die Octave, so wird auf der Breite eines Grundtonflammenzahns sich ein zweiter Flammenzahn von geringerer Höhe etabliren, wie dies unsere Fig. 79 c deutlich zeigt. Träte der Grundton, der zweite und dritte Oberton zusammen auf, so etablirten sich auf der Breite des Grundtonflammenzahns zwei Secundärzähne u. s. w.

89. Die tönenden Luftsäulen in Verbindung mit vibrirenden Flammen gestatten nach den verschiedensten Richtungen hin Aenderungen und Erweiterungen, welche fast unerschöpflich genannt werden können. Zunächst leuchtet ein, dass insbesondere verschieden gestaltete Flammen im rotirenden Spiegel Verschiedenheiten hervorrufen, welche mehrfach von Interesse sind. Um hier mit grösserer Leichtigkeit gewisse Aenderungen einführen zu können, habe ich gefunden, dass man sehr vortheilhaft die Brennröhren in Form von dünnen Metallröhren verwenden kann. Man wird solche Röhren wol leicht zu kaufen bekommen, und möchte ich meine Bezugsquelle angeben¹, da ich hierdurch vielleicht dem einen oder andern Experimentator einen Gefallen erweise. Die von der bezeichneten Firma be-

¹ Actiengesellschaft Schäffer & Walker, Berlin, Lindenstrasse 18.

zogenen Röhrchen waren dünne Messingröhrchen von 1,3 und 1,7 mm innerm Durchmesser. Da dieselben in beliebiger Länge geliefert werden können und wegen ihres geringen äussern Umfangs die Schwingungen der Luftsäule wenig beeinflussen, so empfehlen sich dieselben sehr. Man hat in ihnen beim Experimentiren etwas Solideres unter den Händen, und kann namentlich die obere Brenneröffnung in der mannichfachsten Weise regelmässig abgeändert werden. Man kann z. B. die Mündung breit schlagen und so mehr eine Flügelflamme herausbringen; man kann die Mündung oben zumachen und seitlich ein Löchelchen in die Röhre bohren; man kann anstatt eines solchen Löchelchens deren zwei diametral entgegen einbohren u. s. w. Insbesondere kann man aber auch ein solches Metallrohr leicht in umgekehrter Lage in die Röhre einführen, sodass die Flamme mehr nach unten herausbrennt.

Bei all diesen Veränderungen werden verschiedene Thatsachen zu erkennen sein, die für die Erklärung des ganzen Phänomens noch Beiträge liefern können. Denn wie schon oben bemerkt, ist man in der Erklärung des ganzen Zusammenhangs noch nicht zu einer vollkommenen Bestimmtheit gelangt. Es handelt sich hierbei zunächst um zwei Dinge. Einmal nämlich kann man annehmen, dass beim Verbrennen des Gases, d. h. beim Entziehen des Sauerstoffs aus der Umgebung in der Nähe der Flamme Dichtigkeitsveränderungen eintreten, und dass hierdurch sich Aenderungen einstellen, die sehr bald unter dem Einflusse der zu Schwingungen geneigten Luftsäule periodische werden. Diese Auffassung theilen Grailich und Weiss in ihrer Abhandlung¹ „Ueber das Singen der Flammen“, und möge hier eine diesbezügliche Stelle mitgetheilt werden: „Ununterbrochen strömt Sauerstoff der Flamme zu, um sie, verbunden mit Wasserstoff und Kohlenstoff derselben, wieder zu verlassen.

¹ Sitzungsber. der Wiener Akademie, CLXXIX, 271 (1858).

Die dadurch innerhalb der ganzen Röhre bewirkte Unruhe reicht hin, in der Luftsäule jene schwingenden Bewegungen zu erregen, die sich schliesslich zu stehenden Schwingungen anordnen. Es ist freilich der Gang dieser innern Action nicht für ein einzelnes Theilchen zu verfolgen, aber das kann man auch für die Entstehung irgendeines gewöhnlichen Pfeifentons oder eines homogenen Lichtstrahls nicht leisten. Die initialen Zustände entziehen sich überall der Wahrnehmung nicht minder als der Berechnung, und es genügt, nachgewiesen zu haben, dass die bekannten Grundbedingungen zur Tonbildung in unserm Falle nicht fehlen. Es wurde auch dem aufsteigenden Luftstrom ein nicht unbedeutender Antheil an der Entstehung des Tons vindicirt, und es ist nicht zu bezweifeln, dass auch er unterstützend mit eintreten kann; wesentlich aber ist er kaum; wir fanden, dass Röhren in horizontaler Lage so gut tönen als in verticaler und alle Erscheinungen des Hineinbrennens u. s. w. deutlich wahrnehmen lassen, sobald man nur dafür sorgt, dass Sauerstoff fort und fort zuströmen, Wasserdampf und Kohlensäure aber abströmen kann; es ist dabei gleichgültig, an welcher Stelle innerhalb des Rohrs Sauerstoff zuströmt, wenn dies nur nicht allzu fern von der brennenden Flamme geschieht.“ Ich habe den letzten Theil dieser Worte hervorgehoben, weil er von principieller Bedeutung zu sein scheint. Aber, wenn man nach dieser Auffassung doch dafür sorgen muss, dass Sauerstoff zu-, Wasserdampf und Kohlensäure abströmt, so wird auch bei horizontaler Lage des Tonrohrs ein Strom von Gasen durch die Länge des Rohrs hin angenommen werden müssen.

Von weiterer Bedeutung scheinen mir ferner diejenigen Auffassungen zu sein, welche im Jahre 1866 Zach bekannt¹

¹ „Einiges zur Kenntniss der chemischen Harmonica“, Poggendorff's Annalen, CXXVII, 580—593.

machte. Nach ihm sind zwei Factoren zur Tonerregung nothwendig: Verbrennung, und der Luftstrom durch die Röhre hindurch. Wird einer von diesen Factoren geändert, so ändert sich der Ton und verschwindet unter Umständen ganz. Der aufsteigende Luftstrom lässt sich reguliren, wenn man aus einem Gebläse oder einem Gasometer Luft ins Tonrohr hineinsendet, und bedarf es eines schnellern Luftstroms, wenn die Töne höher werden sollen. Nach der Ansicht von Zach hat man sich die Sache nun so zu denken: Der Luftzug, welcher durch das Tonrohr hindurchgeht, wird zunächst ohne weiteres durch die Erhitzung der Luft an einer Stelle im Innern des Tonrohrs eingeleitet und unterhalten; dieser Luftstrom wirkt nun gewissermaassen aspiratorisch auf die Flamme ein, und veranlasst ein rascheres Mitnehmen der Flammengase nach oben, wodurch zunächst unter der Basis der Flamme im obern Theil des Brennerrohrs ein etwas verdünnter Raum entsteht; infolge davon wird für den nächsten Moment der Flamme nicht mehr die nöthige Gaszufuhr aus dem Brennerrohr zutheil und verkürzt sich dieselbe; im nächsten Moment ist die nöthige Gasmenge aus dem Brennerrohr wieder nach oben geströmt, die Flamme wird länger, ein rascheres Verbrennen erfolgt wieder durch den fortdauernden Luftzug im Tonrohr, eine neue Verdünnung unter der Flamme im Brennerrohr entsteht, u. s. w. Es wäre dies also ein ähnlicher Vorgang wie bei der Tonbildung in den Zungenpfeifen, welche wir im nächsten Kapitel betrachten wollen. Denn auch hier haben wir es mit einem Luftzug durch die Pfeife hindurch zu thun, auch hier finden auf der Aussenbeziehungsweise Innenseite der Zunge fortwährend Verdünnungen und Verdichtungen statt.

Was die vorhandene Literatur über den vorliegenden Gegenstand, vor allem die Arbeiten von Schaffgotsch, Tyndall und Sondhaus anlangt, so findet man dieselbe zugleich mit einer Zusammenstellung der verschiedenen Erklärungsweisen des Phänomens in einer werthvollen

Schrift Pisco's: „Die neuern Apparate der Akustik“¹ aufgeführt, welche Schrift auch schon bei unsern vorausgehenden Darstellungen mehrfach hätte citirt werden können, indem dieselbe für verschiedene Hauptkapitel der Akustik eine sehr vollständige Literaturangabe nebst einer übersichtlichen Zusammenstellung von That- sachen in Wort und Bild enthält. Es vertritt infolge hiervon diese Schrift für die neuere Zeit bis zum Jahre 1865 das, was ein anderes classisches Werk von Bind- seil: „Akustik mit sorgfältiger Berücksichtigung der neuern Forschungen“², bis zum Jahre 1839 leistet.

Von Arbeiten neuern Datums über die chemische Harmonica lassen sich verschiedene nennen, und führe ich ausser der schon oben erwähnten bedeutungsvollen Arbeit Töpler's noch an eine Methode³ von Reusch, wobei durch einen besonders hergerichteten Bunsen'schen Brenner die mächtige Luftsäule in einem 2 bis 3 m langen und 7 bis 8 cm weiten Blechrohr zum Tönen kommt, sodass hierbei auch die gleichzeitig auftreten- den mehrfachen Obertöne sich auffällig hören lassen. Einen hiernach besonders eingerichteten Apparat findet man in dem oben S. 166 citirten Werke von Weinhold auf S. 218 abgebildet. Sodann war es Mauritius in Koburg, welcher im Jahre 1873 eine interessante Unter- suchung⁴ publicirte, worin eine Reihe ganz neuer Er- scheinungen bekannt gemacht, und namentlich auch das Phänomen frei tönender Flammen, über welche kein Tonrohr gehalten wird, eingehend besprochen wurde. Ferner hat noch in allerneuester Zeit Bresina im Jahre 1881 eine beachtenswerthe Abhandlung „Ueber

¹ Wien, C. Gerold's Sohn, 1865.

² Potsdam, Horvath, 1839.

³ „Ueber einen Gasbrenner zur Intonation grosser Röhren“, Poggendorff's Annalen, CXXVII, 168.

⁴ Beschreibung einiger Versuche über tönende Flammen (Koburg, Dietz'sche Hofbuchdruckerei).

die Schwingungen der Luft in der chemischen Harmonica“ veröffentlicht¹, welche namentlich am Schlusse eine Erklärung des Phänomens zu geben versucht.

Was nun noch den schon oben erwähnten Rijke'schen Versuch anlangt, so kommt er leicht zu Stande. Man nimmt hierzu nach Rijke ein Glasrohr von 0,8 m Länge und circa 30 mm Weite, und schiebt von unten ein Netz von Eisendraht in der Dicke von 0,2 mm und so fein geflochten, dass circa 80 Maschen auf 1 qcm gehen, bis etwa in ein Viertel der Röhre von unten gerechnet, ein. Das Netz wird hierbei ohne weitere Vorrichtung fest an der innern Röhrenwand haften. Erhitzt man nun dieses Netz durch eine ins Tonrohr eingeführte Flamme bis zur Rothglut, und entfernt sodann die Flamme, so lässt sich einige Sekunden lang ein Ton hören, der ebenso wie bei der chemischen Harmonica etwas höher als der betreffende Grundton der Luftsäule ist. Sollte der Ton andauernd werden, so erreichte Rijke dies dadurch, dass er mit einer Grove'schen Batterie von 30 Elementen das Drahtnetz dauernd in Glut erhielt.

Die Erklärung für dieses Phänomen bietet wol weniger Schwierigkeit, weil man es hierbei nicht mit dem Acte des Verbrennens, also nicht mit chemischen Vorgängen, sondern nur mit einem glühenden festen Körper zu thun hat. Seine Wirkung besteht darin, dass er einen aufsteigenden Luftstrom durch die Röhre hindurch veranlasst. Die am glühenden Netz erhitzte Luft dehnt sich nach oben hin aus, erleidet aber nach Rijke an der kalten Wand der Röhre eine Abkühlung, und tritt hiernach eine Zusammenziehung ein, welcher bald wieder durch die Berührung mit dem glühenden Netz eine Ausdehnung folgt.

Die Art, mit Hülfe eines so starken elektrischen Stroms ein Drahtnetz glühend zu machen und den Ton continuirlich zu erhalten, hat etwas Unbequemes,

¹ Soest, Nasse'sche Buchdruckerei.

und ist auch etwas Kostspieliges. Man kann aber, wie Kundt („Poggendorff's Annalen“, CXXVIII, 620) gezeigt hat, eine viel einfachere Methode anwenden, die sich namentlich für Vorlesungszwecke empfiehlt. Zu dem Ende bringt man an die Stelle des Drahtnetzes ein Drahtgewebe in Form einer kleinen Schale, die von oben in das Rohr eingeschoben, sich federnd an ihrer Stelle hält. In diese Schale wirft man einige Schnitzelchen Platinblech oder Platindraht, und lässt von unten durch ein Rohr Leuchtgas in das Tonrohr eintreten. Indem nun dieses, mit Luft gemischt, das Platin trifft, wird dies von selbst glühend, namentlich wenn es vorher erwärmt wurde, und theilt so dem Drahtnetz des Körbchens seine Wärme mit. Der Ton hält so lange an, als Gas von unten nachströmt, und braucht hierbei das Drahtnetz selbst nicht einmal glühend, sondern nur heiss zu werden. Da das Leuchtgas oben in die Luft entweicht, so würde dies bei längerem Anhalten des Versuchs lästig werden. Man kann aber, um dies zu vermeiden, das Gas am obern Ende des Tonrohrs anzünden, ohne dass der Ton hierdurch merklich geändert würde.

ZWÖLFTES KAPITEL.

Zungenpfeifen und Sirenen.

90. In der Mitte zwischen den eigentlichen selbsttönenden Körpern, welche wir in den vorausgehenden Kapiteln betrachteten, und denjenigen eigenthümlichen Einrichtungen, welche wir hernach als Sirenen kennen lernen werden, stehen die sogenannten Zungen, beziehungsweise Zungenpfeifen. Wir hätten deshalb ihre Töne und Gesetze auch im vorausgehenden Kapitel betrachten können, da die Luft es ist, welche hierbei eine wesentliche Rolle spielt. Da es aber wichtig ist, von vornherein zu betonen, dass der Hauptcharakter der mit den Zungen erzeugten Töne weder durch die Zunge allein, noch durch die Luft allein, sondern erst durch eigenthümliche Stösse, wenn freilich lediglich Luftstösse, bedingt wird, und diese auch bei den Sirenen das Maassgebende bilden, so empfiehlt es sich, diese Tonerreger in der bezeichneten Verbindung zu betrachten. Es wird dies sofort auch bedeuten, dass die Tonbildung bei den Labial- und den Zungenpfeifen wesentliche Verschiedenheiten darbietet.

Die eigenthümlichen Einrichtungen, die wir Zungen nennen, gestatten eine überaus mannichfache Anwendung, und finden sich dieselben bei einer ganzen Reihe musikalischer Instrumente verwendet. Die sogenannte Maultrommel, die Mundharmonica, die Phys-

harmonica, die Zungenpfeifen in unsern Orgeln, ferner die Oboe, die Clarinette, das Fagott gehören zu diesen Instrumenten. Da ferner auch unsere Lippen eine ähnliche Rolle übernehmen können wie die Metall- oder Holzzungen der schon genannten Instrumente, so sind theilweise hierher auch die verschiedensten andern musikalischen Instrumente, wie das Horn, die Trompete, die Posaune zu rechnen. Ausserdem aber ist es vor allem das menschliche Stimm- und Sprachorgan, welches einen ganz bestimmten Zusammenhang mit den Zungenapparaten erkennen lässt.

Schon diese Reihe der Instrumente und die Mannichfaltigkeit der Anwendungen der Zungen verlangt, dass wir uns beschränken, und sollen hier nur die einfachen Zungen und die Zungenpfeifen ihren Hauptgesetzen nach betrachtet werden. Es wird hiermit auch ziemlich alles sich erledigt finden, was man bezüglich der Ziehharmonica, der Physharmonica und des Harmoniums zu bemerken hat. Bezüglich dieses letztern Instruments muss noch hervorgehoben werden, dass es in unserer Zeit nicht bloß als ein hervorragendes musikalisches Instrument überall zu finden ist und neben dem Klavier und der Orgel sich eingebürgert hat, sondern dass es auch als physikalisch-akustischer Apparat für eine ganze Reihe hochwichtiger Fragen mehr und mehr von Bedeutung wurde. In dieser Beziehung ist es Appunn in Hanau gewesen, der die Akustik mit verschiedenen wichtigen Apparaten bereicherte, und nenne ich hier nur seinen Obertöneapparat, den Stossapparat, der im Vorausgehenden auch wiederholt als Sonometer erwähnt wurde, den Apparat für die tiefere Grenze der Tonwahrnehmung, den Apparat für die Unterscheidung kleiner Intervalle. Die Akustik verdankt diesem Manne mancherlei, ihm, der mit einem Gehörssinn ausgerüstet ist, wie er wol nur selten angetroffen wird.

Unsere nächste Betrachtung gelte nun der äussern Einrichtung dessen, was man als eine Zunge zu bezeichnen pflegt. Die Fig. 80*a* zeigt eine Metallzunge — nur diese wollen wir in Folgendem annehmen — in perspectivischer Darstellung und Fig. 80*b* im Durchschnitt. Das Parallelepiped *aa*, das wir kurzweg die Zungenplatte nennen wollen, besteht aus Messing und ist in seiner Mitte mit einem durchgehenden rectangulären Durchschnitt versehen, welcher die Spalte heissen soll und sehr sorgfältig gearbeitet sein muss. Ueber dieser Spalte befindet sich dann die eigentliche Zunge. Sie besteht in einem Streifen

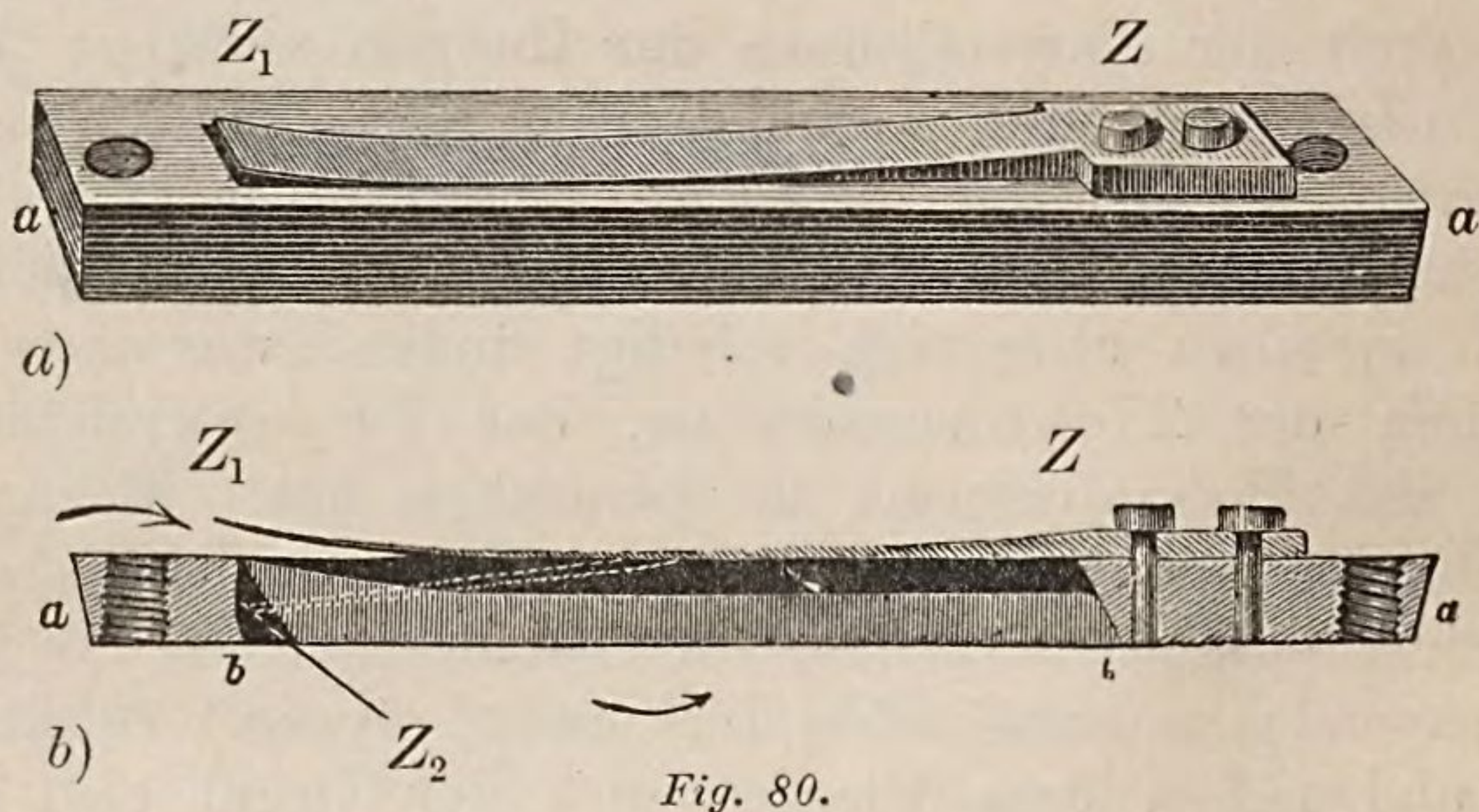


Fig. 80.

Messing, der am einen Ende eine Verbreiterung hat, durch welche zwei Löcher hindurchgehen, um mittels zweier Schräubchen gehörig fest auf die Zungenplatte *aa* aufgeschraubt werden zu können. Die eigentliche Zunge muss nun so gearbeitet sein, dass sie beim Biegen nach der rectangulären Spalte hin deren Oeffnung möglichst genau schliesst, sodass hierbei zwischen den Rändern der Spalte und den Rändern der Zunge der denkbar geringste Zwischenraum besteht. In ihrer Ruhelage ist die Zunge, sei es durch Biegen oder Abfeilen, so gestaltet, dass der vordere Theil nach *Z₁* hin (Fig. 80*a*) mit der Unterfläche etwas höher liegt wie

die Oberfläche der Zungenplatte. Es wird demnach, wenn wir uns vorstellen, dass die ganze Einrichtung in eine Wand eines Luftrohrs eingesetzt ist, die Zunge in der Ruhelage keinen völligen Abschluss des betreffenden, von der Wand begrenzten Raumes liefern. Anders ist es aber bei der Bewegung der Zunge, insbesondere also dann, wenn dieselbe in regelmässige Schwingungen geräth. Denn hier wird die Zunge, wenn sie in die äusserste Lage ZZ_1 (Fig. 80b) kommt, gestatten, dass ein Luftstrom in der Richtung der bezeichneten Pfeile verläuft, während in der Lage ZZ_2 ein möglicher Abschluss gegen den bezeichneten Fortgang des Luftstroms erfolgt.

Wir müssen nun mit Rücksicht auf das Folgende eine Nomenclatur festhalten, und wollen wir diejenige Seite der Zunge, welche zunächst der Oeffnung der Zungenplatte liegt, die Innenfläche, diejenige Fläche der Zunge, welche nach der Zeichnung auch als obere zu denken ist, dagegen die Aussenfläche der Zunge nennen. Ferner wollen wir einen Raum, also z. B. die Mundhöhle, oder eine Luftsäule, welcher zunächst der Innenfläche der Zunge liegt, den Innenraum, dagegen den Raum, der zunächst an die Aussenfläche der Zunge grenzt, den Aussenraum nennen. Der Innen- und Aussenraum wird hiernach also lediglich durch die streng definirten beiden Flächen der Zunge bestimmt, und müssen wir demgemäss die Nomenclatur streng festhalten unbekümmert darum, ob die Lage der Räume mit dem, was man sonst vielleicht gewohnt ist, übereinstimmt.

Diese Einrichtung, soweit sie bisjetzt beschrieben wurde, bildet unmittelbar einen tongebenden Körper. Denn halten wir eine passend grosse Zungenplatte zwischen unsere Lippen, sodass die Aussenfläche der Metallzunge nach der Mundhöhle zu liegt, so können wir sofort durch Blasen die Zunge zum Tönen bringen. Denselben Ton bekommen wir auch zu hören, wenn wir die Zunge umdrehen, sodass deren Innenfläche nach

der Mundhöhle zu liegen kommt, aber jetzt durch Saugen die Luft von aussen nach innen in unsere Mundhöhle oder vielmehr in unsere Lunge zu strömen veranlassen.

Für verschiedene Anwendungen ist es weiterhin nöthig, der Zungeneinrichtung, so wie sie bisjetzt betrachtet wurde, eine besondere Fassung zu geben, mit welcher sie dann das bildet, was man auch ein Zungenmundstück zu nennen pflegt. Einige Formen hiervon wollen wir erst betrachten. Die Zungen, wobei jetzt und im Folgenden immer die fertige Verbindung der eigentlichen Zungen mit der Zungenplatte verstanden werden soll, bekommt man leicht zu kaufen, denn sie werden ja massenhaft bei der Mundharmonica, Ziehharmonica u. s. w. verwendet. Um nun mit solchen Zungen ein

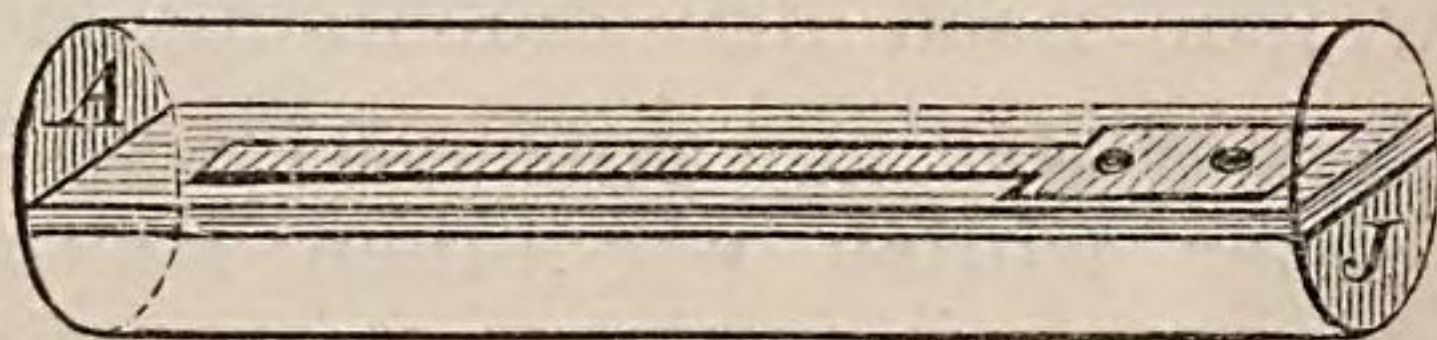


Fig. 81.

Mundstück zu erhalten, welches sich namentlich eignet, bequem mit cylindrischen Luftsäulen verbunden zu werden, nimmt man ein Stück eines dickwandigen Gummischlauchs, dessen inneres Lumen gerade so gross ist, dass die Zunge, der Länge nach, sich mitten in das Gummirohr einschieben lässt und hier durch die Elasticität des letztern direct festgehalten wird. Das Stück Rohr wird gerade so lang genommen, wie die Zungenplatte lang ist, wodurch die Enden des Rohrs und die der Zungenplatte in eine Ebene zu liegen kommen. Es wird hiernach der innere Hohlraum des Gummicylinders in Hälften getheilt, welche je an beiden Seiten mit der äussern Luft communiciren. In der Fig. 81, welche die cylindrische Fassung als durchsichtig darstellt, bildet der obere Halbcylinder

offenbar den Aussenraum, der untere dagegen den Innenraum des Mundstücks, und stehen diese Räume, da die Zunge in ihrer Ruhelage nicht ganz die Spalte abschliesst, durch letztere in Communication. Seine Vollendung erhält das Zungenmundstück aber erst dadurch, dass an zwei Stellen noch ein Abschluss erfolgt, so nämlich, dass das in der Figur nicht schraffierte rechte Ende des Aussenraums, und das linke Ende des Innenraums auf irgendeine Weise zugemacht wird, was sich oft am einfachsten durch etwas Wachskitt erreichen lässt. Die Nothwendigkeit dieser einseitigen Abschliessung erkennt man sofort, wenn man das Zungenmundstück benutzt denkt, um einen Ton zu erhalten. Der Luftstrom darf hierbei nicht durch den Aussenraum allein oder durch den Innenraum allein, sondern eben nur vom einen durch den andern Raum gehen, muss also z. B. bei *A* eintreten, durch die Spalte nach dem Innenraum gehen, und bei *J* austreten. Wäre der Abschluss des Aussenraums rechts nicht erfolgt, so würde der Luftstrom in seiner Hauptmasse gar nicht durch den Innenraum hindurchgehen. Wir wollen ein so construirtes Mundstück kurzweg ein Cylindermundstück nennen. Es ist einleuchtend, dass man es in allen Dimensionen herstellen, und dass man namentlich auch anstatt des Gummirohrs ein Glas- oder Metallrohr nehmen kann. Bezüglich der regelrechten Absperrung des Aussen- und Innenraums sei noch bemerkt, dass vor dem Einsetzen ins Gummirohr auch die Schraubenlöcher in der Zungenplatte, welche die Fig. 80 noch zeigt, mit Kitt verstopft werden müssen. Schliessen die Längsseitenwände an das Gummirohr, oder an ein Glas- oder Metallrohr nicht luftdicht an, so muss hier auch mittels Kitt eine Luftdichtung erfolgen.

Dieses Cylindermundstück eignet sich vortrefflich zu einer Reihe von Versuchen. Man findet es ausserdem wol jetzt auch häufig im Handel, insbesondere das, welches das eingestrichene *a* angibt, und womit man in bequemer Weise eine Stimmgabel ersetzt. Auch

bei Telephonen findet man es im Gebrauch, um mit ihm die Vorsignale zu geben. Für unsere jetzigen Zwecke können wir es in äusserst bequemer Weise benutzen, um an seinen Enden weitere Verbindungen zu machen. Sehr leicht können wir also z.B. das rechte Ende des Mundstücks (Fig. 81) in einen Gummischlauch oder ein Glasrohr eingesetzt denken, falls wir Versuche anstellen wollen über den Einfluss, den eine mit der Zunge verbundene Luftsäule ausübt. Eine solche Luftsäule würde demgemäss auch zum Innenraum gehören, denn sie bildet ja nur eine Fortsetzung des Innenraums vom Mundstück. Dächte man dieses von

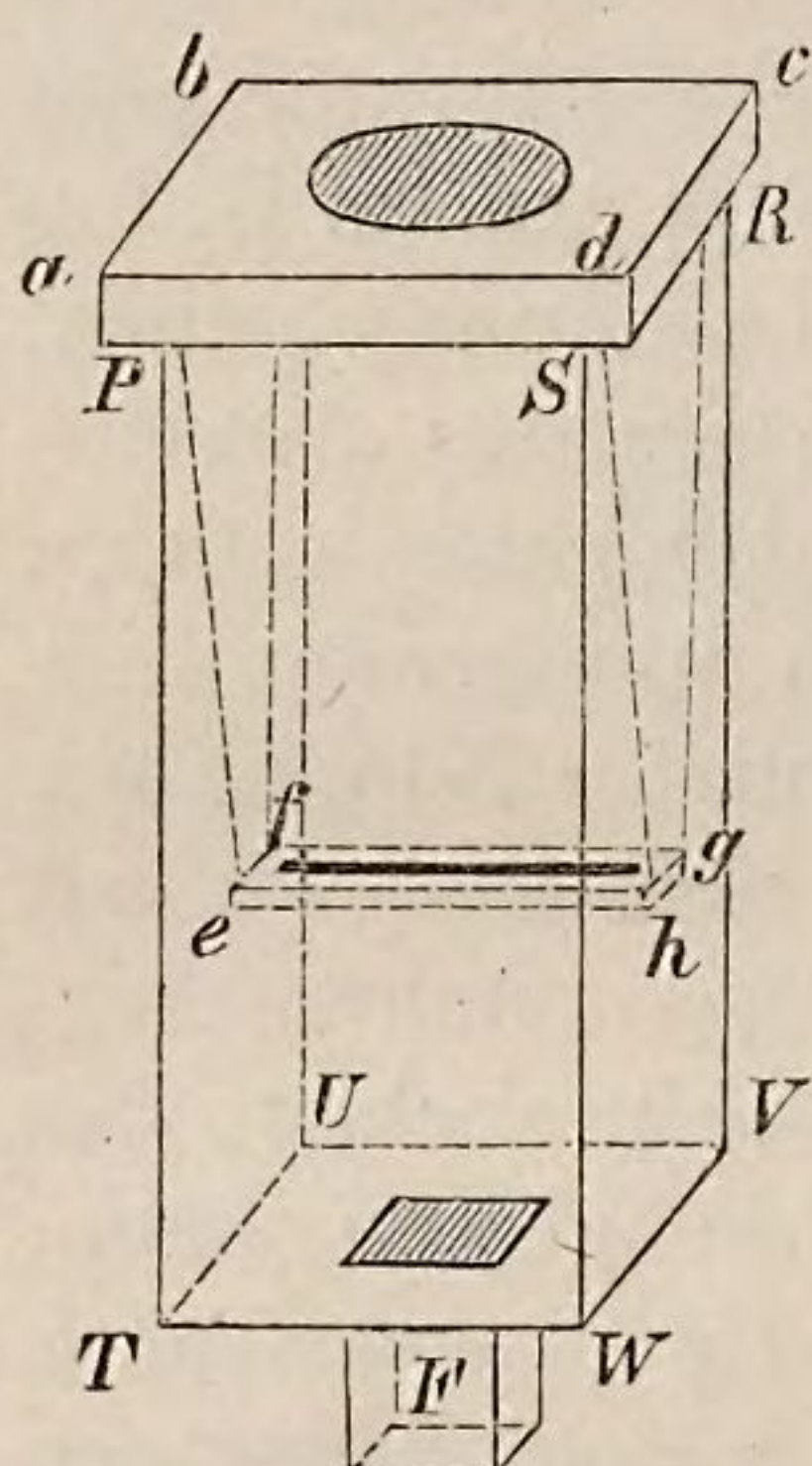


Fig. 82.

links her angeblasen, so wäre die Mundhöhle und der Luftraum der Lunge der Aussenraum. Zwischen die Mundhöhle und das Mundstück können wir aber auch noch leicht durch ein Kautschukrohr oder ein Glasrohr eine Zwischenverbindung bringen, sodass der Aussenraum zunächst am Mundstück auch in einer cylindrischen Luftsäule besteht, kurz, es lassen sich die mannichfachsten Verbindungen mit einem solchen Mundstück bewerkstelligen.

Appunn pflegt namentlich bei der Anfertigung seiner grossen Zungenpfeifen eine andere Art des Mundstücks zu gebrauchen, die wir durch unsere Fig. 82 erläutern wollen. $PRUW$ stellt einen parallelepipedischen Kasten von Holz dar, der für sich oben offen ist, unten aber einen Boden $TUVW$ hat, der in seiner Mitte mit einem vier-eckigen Loch durchsetzt ist, unter welchem ein parallelepipedischer Fuss festgemacht ist, um die ganze Vorrichtung auf einen Orgelblasbalg aufsetzen zu können. Der zweite Theil wird auch von einem Holzkasten gebildet, dessen vordere und hintere Längs-

wände aber, wie die Figur zeigt, nach unten keilförmig zusammenlaufen, während die beiden Seitenwände, je ein Winkelstück bildend, vertical verlaufen. Dieser keilförmige Kasten ist oben an einem Holzbret $abcd$ aufgeleimt, und unten bei $efgh$ auch durch ein Querbretchen abgeschnitten. Dieses Bretchen ist ein wichtiger Theil der Einrichtung, denn es ist mit einem Schlitze durchsetzt, unter welchem nach dem Boden $TUVW$ hin die Zungenplatte aufgeschraubt ist, sodass die Aussenseite der Platte nach dem genannten Boden hin gerichtet ist. Da der Theil $abcd$ mit einem runden Loch durchbohrt ist, so wird nunmehr der Zusammenhang klar sein. Der keilförmige Raum, welcher durch dieses Loch mit der äussern Luft communicirt, bildet mit dieser den Innenraum, während der Raum des Mundstücks, welcher zwischen den Aussenwänden des Keils und dem Boden $TUVW$ liegt, beziehungsweise auch den Luftraum des Blasbalgs umfasst, als Aussenraum zu denken ist. In das Loch des Deckels $abcd$ können verschiedene Schallbecher oder cylindrische Röhren eingesetzt werden, um so, ähnlich wie bei dem Cylindermundstück, bestimmte weitere Lufträume mit der Zunge in Verbindung zu bringen. Wir können die besprochene Einrichtung passend ein Keilmundstück nennen, und dürfte es nicht uninteressant sein, die Dimensionen zu ersehen, welche Appunn einer solchen Einrichtung gab, wobei die Zunge 16 Schwingungen in der Secunde lieferte:

Länge PT gleich		60	cm;
Seite TW	„	14	„
„ WV	„	11	„
Äussere Höhe des Keils		20	„
Länge des Stücks $efgh$		12	„
Breite „ „ „		2,5	„
Länge der Zungenplatte		11,5	„
„ „ schwing. Zunge		8,8	„
Breite „ „ „		8,7	mm;

Durchmesser des obern Loches . . . 7 cm;

Aeussere Seite des Ansatzes F . . . 5 „

Der mächtige konische Schallbecher von Zink, der in das Loch des Deckels $abcd$ eingesetzt werden kann, hat eine Höhe von 120 und einen Durchmesser der obern Oeffnung gleich 18 cm.

Eine Messingzunge von den beiden angegebenen Dimensionen, wozu noch ihre Dicke mit 1,5 mm kommt, würde nun die geringe Zahl von 16 Schwingungen nicht liefern können. Appunn hat sie deshalb, wie auch bei andern seiner Apparate, dadurch langsamer schwingend gemacht, dass er gegen das vordere Ende der Zunge hin diese durch eine aus ihrem eigenen Metalle, oder auch aus Blei bestehende Masse stark belastet. Es ist ihm auf diese Weise bei seinem Apparat für die untere Tongrenze gelungen, Zungen herzustellen, welche in der Secunde sogar nur 8 Schwingungen liefern.

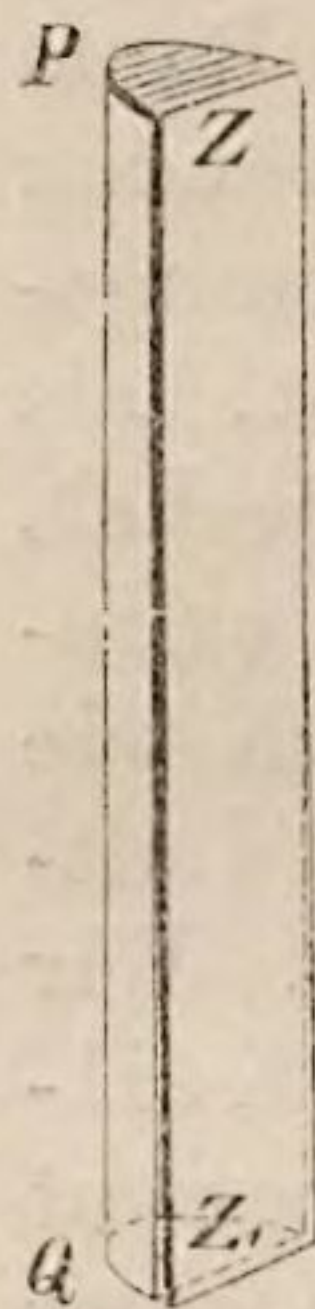


Fig. 83.

Die Einrichtung, soweit wir sie bisjetzt kennen gelernt haben, führt noch speciell den Namen der durchschlagenden Zungen im Gegensatze zu den sogenannten aufschlagenden. Bei jenen nämlich bewegt sich die Zunge frei durch die Zungenspalte hindurch, ohne mit Rändern hiervon in Collision zu kommen. Man kann aber dieses letztere auch geradezu herbeiführen. Es schlägt bei dieser Einrichtung die Zunge im Moment, wo sie den Abschluss zwischen dem Innen- und Aussenraum bildet, auf die Metallränder eines Metallkanals auf, welcher bei den aufschlagenden Zungen die Stelle unserer bisher betrachteten Zungenplatte vertritt. Die Fig. 83 versinnlicht diese Einrichtung. PQ stellt einen Halbcylinder von Metall dar, welcher oben bei P offen, unten bei Q durch eine kleine halbkreisförmige Platte abgeschlossen ist. An dem obern Theil ist das Ende Z der eigentlichen Zunge befestigt, was einfach durch Auflöthen geschehen kann. Der Haupttheil der Zunge

aber ist frei und nach dem Ende *Z*, hin ein wenig von den vordern Rändern des Halbcylinders nach aussen gebogen. Die Zunge selbst ist so viel grösser als die Contour der innern Ränder, dass sie nur zur Berührung hiermit oder, wie man es nennt, zum Aufschlagen kommt, ohne sich in den innern Hohlraum des Halbcylinders hineinbewegen zu können.

Der Effect, der hierdurch erzielt wird, ist ein eigenthümlicher. Denn da die Zunge bei jeder Schwingung auf Metallränder aufschlägt, so wird hierdurch der Ton einen näselnden oder schnarrenden Charakter bekommen, während bei den durchschlagenden Zungen der Ton mehr ein dumpfer und angenehmerer ist. In der Handhabung der Zungenpfeifen hatte daher der Orgelbauer ein Hauptmittel erlangt, um verschiedenartige Orgelregister herzustellen. Auch bei der Einrichtung der Sprechmaschinen spielen Zungen eine Hauptrolle, und verdankt man ja die Erfindung der durchschlagenden Zungen einem deutschen Gelehrten, Kratzenstein, welcher dieselben am Ende des vorigen Jahrhunderts bei der Construction seiner Sprechmaschine zuerst verwandte, nach welcher Benutzung sie auch bald bei dem Orgelbau in Aufnahme kamen. Es muss jedoch bemerkt werden, dass diese Erfindung streng genommen nicht ganz als eine selbständige angesehen werden kann, indem Kratzenstein zur Construction seiner durchschlagenden Zungen durch ein jedenfalls schon sehr altes chinesisches Instrument, das Tscheng oder Tschiang, geführt wurde, welches in jener Zeit in einem Exemplar auch nach Deutschland kam, und worüber ein interessanter Bericht Chladni's in der „Allgemeinen musikalischen Zeitung“ vom Jahre 1821, S. 370, erschien.

Mit den aufschlagenden Zungen sind wir alle schon von unserer Kindheit an sehr vertraut. Denn die rasch aus einem steifen Kornhalm hergestellten, musikalischen Instrumentchen sind nichts weiter wie Zungenpfeifen mit aufschlagender Zunge. Es lassen

sich dieselben auch sehr gut aus einer Federspule herstellen. Der Aussenraum bildet bei ihr die Mundhöhle, und muss das Röhrchen so weit in diese gesteckt werden, dass die Lippen über das freie Ende der Zunge hinausgreifen und das Rohr der Federspule fest umschliessen. Bringt man auf der Länge des überstehenden Röhrchens noch einige kleine Löcher an, so kann man sich leicht von der Thatsache überzeugen, dass beim Zuhalten der kleinen Löcher der Ton tiefer wird, eine Thatsache, welche uns sogleich näher beschäftigen soll.

91. Wir verdanken auch auf diesem interessanten Theile der Akustik die grundlegenden Arbeiten W. Weber. Bereits am 19. September 1828 hielt dieser Gelehrte auf der deutschen Naturforscherversammlung zu Berlin einen Vortrag¹ „Ueber Compensation der Orgelpfeifen“, worin gezeigt wurde, dass man eine Zungenpfeife compensiren könne, d. h. dass man zu einer vorhandenen Zunge eine anstossende Luftsäule ihrer Länge nach finden könne, welche Zungenpfeife dann, angeblasen, eine von der Stärke des Anblasens unabhängige Tonhöhe besitzt. Was dies für eine Bedeutung hat, begreift man leicht, wenn man bedenkt, dass alle töngebenden Körper ihre Tonhöhen theils mehr, theils weniger ändern, sobald man die Intensität des Anschlags, des Anstreichens oder des Anblasens verändert. So wird eine Saite, eine Stimmgabel, wie überhaupt jeder transversal schwingende Körper etwas tiefer tönen, wenn man diese Intensität erhöht; umgekehrt wird eine longitudinal schwingende Luftsäule bei der Vermehrung der Anblasestärke höher. Es ist deshalb schwierig, einen töngebenden Körper so zu handhaben, dass er eine verlangte Tonhöhe absolut genau liefert, da man den jedesmaligen Grad der Intensität der Tonerregung nicht zu bemessen vermag. Deshalb war es eine schöne Sache, dass man in einer Zungenpfeife

¹ Vgl. Poggendorff's Annalen, XIV, 397—408 (Jahrg. 1828).

eine Einrichtung erhielt, die hiervon unabhängig machte. Die Möglichkeit, eine solche Compensation zu erreichen, leuchtet ein. Denn Weber sagte sich: eine Zunge an und für sich wird bei stärkerem Anblasen, weil sie ein transversal schwingender Körper ist, tiefer; eine Luftsäule wird, da sie ein longitudinal schwingender Körper ist, unter denselben Verhältnissen höher; folglich muss es möglich sein, eine Verbindung beider Körper zu treffen, bei welcher das Minus des einen durch ein Plus des andern ausgeglichen wird, und der resultirende Ton somit eine constante Höhe behält, mag man stark oder schwach blasen. So gab z. B. eine Messingzunge von 14 pariser Linien Länge, 3 Linien Breite und 0,2333 Linien Dicke für sich allein in einer Secunde 272,65 Schwingungen; eine Luftsäule von 98,64 Linien Länge, $3\frac{1}{3}$ Linien Weite 374,25 Schwingungen; wurde aber eine solche Luftsäule mit der Zunge zusammen zu einem tongebenden Körper vereint, so war der resultirende Ton das eingestrichene *c* von 256 Schwingungen, welches keine Schwankung beim Anblasen erlitt. Wie es hierbei kommt, dass der Ton der Zunge und der Luft jeder höher als der resultirende Ton ist, wird hernach klar werden. Das, was Compensation genannt wird, bezieht sich natürlich nur auf den resultirenden Ton.

Es folgten sodann im Jahre 1829 die weitem Arbeiten Weber's über die Zungenpfeifen: zunächst in Poggendorff's Annalen, XVI, 193—206, eine Arbeit „Ueber die Construction und den Gebrauch der Zungenpfeifen“; sodann ebendasselbst, S. 415—438, „Versuche mit Zungenpfeifen“, und dann die eigentliche Hauptarbeit in Bd. XVII, S. 193—246, unter dem Titel „Theorie der Zungenpfeifen“. Versuchen wir es, einige Haupterscheinungen und Gesetzmässigkeiten hiernach darzustellen.

Die nächste Frage ist: Wie entsteht der Ton? Um diese Frage beantworten zu können, wollen wir eine Zunge direct vor die Mundhöhle gesetzt denken, mit

der Aussenfläche der Zunge nach der Mundhöhle hin, und wollen annehmen, es würde versucht, einen Luftstrom aus der Mundhöhle in die äussere Luft zu treiben. Bezeichnen wir den Aussen- und Innenraum jetzt und im Folgenden beziehungsweise mit *A* und *I*, ebenso die Aussen- und Innenseite der schwingenden Zunge mit *a* und *i*, und bestimmen, dass die Anordnung dieser Buchstaben zugleich anzeigen soll, in welcher Richtung ein Luftstrom geht, so wird diesem Fall die Anordnung

A a i I

entsprechen. Unzweifelhaft ist dieser Fall aber so aufzufassen, dass in der Mundhöhle, also im Aussenraum, sich eine Verdichtung der Luft einstellt, welche sich mit der übrigen Luft, die jetzt den Innenraum bildet, auszugleichen sucht, weshalb der Luftstrom von *A* nach *I* geht. Wäre die Zungenplatte mit der schwingenden Zunge nicht zwischen *A* und *I*, so würde die Verdichtung in der Mundhöhle sich ohne ein besonderes Hinderniss fortwährend ausgleichen; so aber kann die Luft aus *A* nicht ohne weiteres nach *I* hin, und muss vielmehr zunächst durch den kleinen Zwischenraum, den die Zunge in der Ruhelage mit den Rändern der Zungenplatte darbietet, hindurch. Da aber dieser Zwischenraum nicht rasch genug die Luft durchlässt, so wird die Verdichtung in *A* sofort wachsen; die unmittelbare Folge hiervon ist, dass die biegsame Zunge nach *I* hingedrückt wird; hierbei schliesst sie aber die Zungenspalte bald völlig zu, und die Verdichtung in *A* wächst noch mehr. Aber die elastische Kraft, mit der die Zunge nach ihrer Ruhelage zurückstrebt, wächst auch, und es leuchtet ein, wie hiernach bald ein Moment eintreten muss, in welchem die Elasticität der Zunge im Uebergewicht bleibt und die Zunge zurückschwingt. Im Moment, wo bei diesem Zurückschwingen die Zungenspalte wieder anfängt ein Minimum frei zu werden, wird die Luft aus *A* wieder massenhafter nach *I* hinströmen, und die Zunge schwingt im selben rückwärts

gehenden Sinne noch leichter fort, bis auch jetzt ihre Elasticität es nicht weiter gestattet und ihre zweite Bewegung von *A* nach *I* eintritt, bei welcher sich dieselben Vorgänge wiederholen. Wir erkennen hierbei sofort, dass der sonst ruhige Luftstrom durch die Dazwischenkunft der Zunge in einen discontinuirlichen verwandelt wird. So oft die Zunge in ihrer Bewegung von *I* nach *A* begriffen ist, stürzt die Luft durch die Spalte von *A* nach *I* hinaus, während sie bei der entgegengesetzten Bewegung der Zunge in *A* zurückgehalten wird. Also Luftstösse sind es, die hier eintreten, Luftstösse im Tempo der Schwingungen der Zunge, und das rechtfertigt es, wenn wir die Zungenpfeifen mit den Stossapparaten, mit den Sirenen zusammen betrachten.

Da diese Luftstösse im Tempo der Zungenschwingungen erfolgen, so bilden sie eine Verstärkung des Zungentons, der hierbei in Betracht kommen kann, ja ein sehr einfacher Versuch beweist, dass diese Stösse fast allein die Hauptstärke des Tons bedingen, und dass nur ein kleiner Antheil der Intensität auf die Zunge selbst entfällt. Zu dem Ende versuche man es, die Zunge allein direct, indem man sie mittels eines Fingernagels oder einer Federmesserklänge in Vibration versetzt, zum Tönen zu bringen. Man wird sofort bemerken, dass zwar ein Ton entsteht, dass dieser aber schwach und rasch verhallend ist. Denselben schwachen Ton liefert die Zunge auch dann, wenn sie von der Zungenplatte weggenommen, mit dem einen Ende in einen Schraubstock gespannt und mittels eines Violinbogens angestrichen wird. Da also der Ton der Zunge allein nur leise ist, der Ton der Zunge inclusive den Luftstößen aber laut ist, so müssen es die letztern sein, denen die wahrgenommenen Töne ihre so bedeutende Intensität verdanken. Dies ist der zweite Grund, weshalb wir die Zungen zu den Stossapparaten rechnen, denn auch bei diesen finden wir

solche Intensitäten, lediglich durch Luftstösse erzeugt, wieder.

Noch sei bemerkt, dass es bei diesem Versuche gar nicht einmal nöthig ist, die Zungenplatte vor die Mundhöhle fest einzusetzen, sondern dass auch der Ton schon eintritt, wenn man die Platte mit der Fläche *a* nach dem Munde hin, aber noch eine Strecke von diesem entfernt, hält und einen Luftstrom gegen die Platte treibt. Insbesondere wird dieser Versuch auch leicht bei den oben beschriebenen Cylindermundstücken gelingen.

Verdichtung in *A*, d. h. ein Luftstrom in der Richtung von *A* nach *I* war es, dem wir soeben folgten. Aber dieser Strom lässt sich noch auf eine zweite Manier herausbringen, nämlich durch eine Verdünnung im Raume *I*. Denn hierdurch wird doch wieder in *A* die Luft relativ dichter, und der Luftstrom behält seine Richtung von *A* nach *I* bei. Wie bringen wir ihn nun zu Stande? Sehr einfach dadurch, dass wir die Mundhöhle zum Raume *I*, und die äussere Luft zum Raume *A* machen, dass wir also die Fläche *i* nach der Mundhöhle richten und die Luft durch Einsaugen zu bewegen suchen. Man stelle den Versuch an, und man wird denselben Ton hören. Bezeichnen wir eine in einem der Räume *A* oder *I* eingeleitete Verdichtung mit +, eine Verdünnung mit —, so hätten wir bisjetzt zwei Fälle, in welchen derselbe Ton eintritt, nämlich:

$$\text{I. Fall } \overset{+}{A} a i I$$

$$\text{II. „ } \overset{-}{I} i a A$$

Diese beiden Fälle sind es, welche in der Praxis in zwei musikalischen Instrumenten vertreten sind, nämlich sowol in der Mundharmonica wie in der Ziehharmonica. Bei ersterer ist die Mundhöhle bald Aussen- bald Innenraum. Denn wir wissen genau, dass

die eine Hälfte der Zungen so gestellt ist, dass beim Blasen die Töne entstehen, während die andere Hälfte umgekehrt gestellt ist, und man diese Zungen durch Luft einziehen zum Tönen bringt. Bei der Ziehharmonica sind die Zungen auch theils so, theils umgekehrt gestellt, und ist es hier der Raum des Ziehblasebalgs welchem vorhin der Raum der Mundhöhle, beziehungsweise der Lunge entsprach.

Diese Fälle sind aber nicht die alleinigen, und um einen weitem Blick in die Verhältnisse zu bekommen, versuche man, wenn die Zungenplatte mit der Fläche *i* nach der Mundhöhle hin liegt, durch Blasen einen Ton heraus-

zubringen. Dieser Versuch, in der Stellung $\overset{+}{I}iaA$, führt so zu einem negativen Resultat, denn es ist nicht möglich, einen Ton zu erhalten. Ebenso wenig gelingt es, wenn

man die Anordnung $\overset{-}{A}aiI$ trifft. Dennoch aber würde man sehr irren, wenn man glaubte, es könnten bei diesen beiden Fällen überhaupt keine Töne eintreten. Ich setzte an das Ende *I* des oben abgebildeten Cylindermundstücks einen 21 cm langen Kautschukschlauch von einem innern Durchmesser gleich 10 mm und rea-

lisirte den Fall $\overset{+}{I}iaA$, d. h. ich blies nicht direct in das Mundstück, sondern durch den Schlauch hindurch: Es liess sich ein vollkommen regelmässiger Ton hören mit einer Schwingungszahl 460, welcher um 8 Schwingungen höher war wie der Zungenton an und für sich mit 452 Schwingungen. Ich liess sodann den Kautschukschlauch am Ende *I* sitzen, drehte das Ganze

um und realisirte den Fall $\overset{-}{A}aiI$: der Ton war derselbe wie vorhin, also ein Ton von 460 Schwingungen. Drittens nahm ich in dieser Stellung den Schlauch von *I* weg, setzte ihn an *A* an und realisirte nun auch in

dieser Verbindung den Fall $\overset{-}{A}aiI$. Es liess sich sehr nahe derselbe Ton mit 460 Schwingungen hören. Dieser Versuch beweist, dass noch zwei andere Fälle, nämlich

III. Fall $\overset{+}{I} i a A$

IV. „ $\overset{-}{A} a i I$

für die Entstehung von Tönen sehr wohl eine Bedeutung haben, und führt uns derselbe nun zu weiteren bedeutungsvollen Erörterungen.

92. Die Untersuchungen Weber's haben ergeben, dass der Ton einer Zunge geändert werden kann, insbesondere, wenn man die Zunge, beziehungsweise das Zungenmundstück mit Luftsäulen in Verbindung bringt, sodass diese Luftsäulen nun zunächst das bilden, was wir oben mit A und I bezeichneten. Die merkwürdigen Gesetze, welche hier gelten und deren Begründung wir später liefern werden, sind folgende:

1. Gesetz. Wird eine Luftsäule in den beiden ersten Fällen mit einem Zungenmundstück verbunden, so ändert sich im allgemeinen der Ton, und alle Abweichungen lassen den resultirenden Ton tiefer erscheinen als den Ton der Zunge.

2. Gesetz. Wird eine Luftsäule in den beiden letzten Fällen mit einem Zungenmundstück verbunden, so ändert sich im allgemeinen der Ton, und alle Abweichungen lassen den resultirenden Ton höher erscheinen als den Ton der Zunge.

Der Hauptfall, welcher in der Praxis von Bedeutung ist, ist der Fall I. Denn die in der Orgel verwendeten Zungenpfeifen werden ja durch den Orgelblasbalg angeblasen, und kommt bei ihnen auch als Ansatz an den Innenraum der Zunge ein sogenannter Schallbecher, d. h. eine meistens konische Luftsäule in Betracht. Wir wollen aber mit Weber nur cylindrische Luftsäulen zur Verwendung gebracht denken. Das merkwürdige Gesetz, welches Weber nun hierbei nachwies, habe ich in Fig. 84 graphisch darzustellen versucht: Es bedeuten in dieser Figur die auf den horizontalen Geraden abzunehmenden Strecken die Längen

der Luftsäule, welche an das Zungenmundstück angesetzt wurde, die Strecken der Verticalen aber die resultirenden Töne, wobei der Einfachheit halber jedesmal ein halber Ton durch eine gleiche Differenz der Ordinaten dargestellt ist. Der Zungenton des Zungenmundstücks, welches Weber verwandte, war der Ton des eingestrichenen g mit 388 Schwingungen. Die Einheit der horizontalen Strecken, also von 0 bis 1, von 1 bis 2

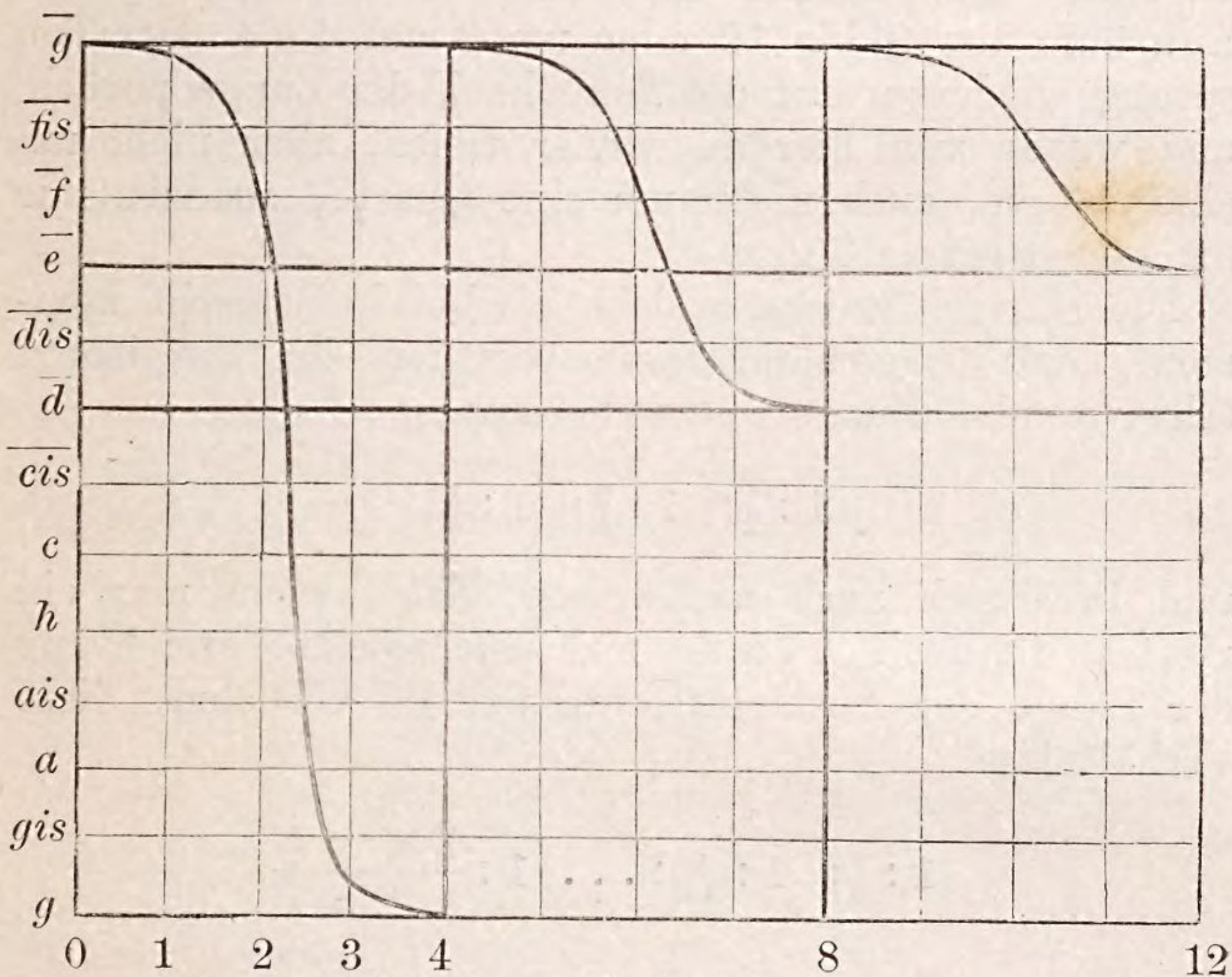


Fig. 84.

u. s. w. war eine Strecke $a = 48,8$ pariser Linien, so dass also die Strecke $4a$ von 0 bis 4 eine Luftsäule von 195,2 pariser Linien oder 16 Zoll 3,2 Linien darstellte. Die erste der gezeichneten Curven zeigt nun, dass der Ton bei einer Verlängerung der Luftsäule von 0 bis $4a$ tiefer wurde, und zwar um eine Octave; ferner zeigt sie, dass dies Tieferwerden anfangs langsam, dann rapid, und zuletzt wiederum langsamer vor sich ging. Aber was trat nun ein, wenn die Luft-

säule ein wenig über 4 hinaus verlängert wurde? Wurde der Ton noch tiefer? Keineswegs, vielmehr sprang derselbe plötzlich wieder auf die Höhe $\bar{g}$ des Zungentons zurück, um von hier aus während einer weitem Verlängerung der Luftsäule von 4 bis auf 8, also um 2 mal 4 a abermals tiefer zu werden, aber nicht um eine Octave, sondern nur um eine Quarte. Die zweite der Curven unserer Figur versinnlicht den Verlauf. Was lieferte eine weitere Verlängerung der Luftsäule von 8 bis 12 oder um 3 mal 4 a ? Der Ton sprang wiederum auf die Tonhöhe $\bar{g}$ der Zunge zurück, und wurde von hier an wieder tiefer, aber nicht um eine Octave, auch nicht um eine Quarte, sondern nur um eine kleine Terz.

Die Tonverhältnisse, welche hierbei in Betracht kommen, sind demgemäss, wenn wir den Ton der isolirt schwingenden Zunge mit 1 bezeichnen:

$$1 : \frac{1}{2}; \quad 1 : \frac{3}{4}; \quad 1 : \frac{5}{6},$$

und liess sich auch nachweisen, dass, wenn man ein viertes, fünftes n tes mal eine solche Vermehrung der Länge der Ansatzluftsäule um 4 a vornahm, diese Verhältnisse

$$1 : \frac{7}{8}; \quad 1 : \frac{9}{10}; \quad \dots \quad 1 : \frac{2n - 1}{2n}$$

wurden.

Diese Zahlen lassen einen weitem gesetzmässigen Zusammenhang erkennen. Denn, stellen wir uns vor, dass wir uns eine beiderseits offene Luftsäule von einer Länge gleich l verschafften, welche in ihrem Grundton, also dem 1. Oberton, denselben Ton lieferte wie die Zunge für sich allein, so hätte eine Ansatzluftsäule von 4 a bewirkt, dass erstens der resultirende Ton um eine Octave tiefer wurde, d. h. unisono erklang mit dem Grundton einer einerseits gedeckten Luftsäule von der Länge l ; dass zweitens aber auch bei

einer solchen Verlängerung um $4a$, beziehungsweise ein Minimum weiter, gleichzeitig ein Ton zum Vorschein kommen konnte, der wiederum gleich dem Grundton der beiderseits offenen Luftsäule von der Länge l war. Die zweite Verlängerung der Ansatzluftsäule um weitere $4a$ lieferte einen Ton gleich $\frac{3}{4}$, beziehungsweise abermals gleich 1, und sind dies offenbar die zweiten Obertöne einer gedeckten Säule von der Länge $2l$, und einer offenen Säule von derselben Länge $2l$. Denn deren Grundtöne wären gleich $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{2}$, mithin ihre zweiten Obertöne gleich $\frac{3}{4}$ und gleich 1. Die dritte Verlängerung der Ansatzluftsäule um weitere $4a$ lieferte einen Ton gleich $\frac{5}{6}$, beziehungsweise gleichzeitig gleich 1, und sind dies offenbar die dritten Obertöne einer gedeckten Säule von der Länge $3l$ und einer ebenso langen beiderseits offenen Röhre von derselben Länge $3l$. Denn deren Grundtöne wären $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{3}$, mithin die dritten Obertöne gleich $\frac{5}{6}$ und 1.

Bevor wir nun ein Gesetz, welches unverkennbar in den soeben gegebenen Betrachtungen ausgesprochen liegt, wirklich in allgemeiner Form ausdrücken, müssen wir eine Hauptfrage beantworten: nämlich welcher Zusammenhang zeigte sich denn zwischen der Strecke $4a$ und der von uns zunächst angenommenen Länge l ? Bei dem betrachteten Versuche war $a = 48,8$, mithin $4a = 195,2$ Linien; die Weite der cylindrischen Ansatzröhre war gleich 5,5 Linien im Lichten. Bei einem zweiten Versuche Weber's wurde dieselbe Zunge, aber eine Ansatzluftsäule von 4,7 Linien Durchmesser genommen, und war a ebenfalls gleich 48,8, und $4a$ gleich 195,2 Linien. Bei einem dritten Versuche wurde eine andere Zunge von 14,06 Linien Länge, 3 Linien Breite, 0,337 Linien Dicke genommen, welche für sich einen Ton gleich 570,1 Schwingungen gab; die Länge a hierbei war gleich 33,24, mithin $4a = 132,96$ Linien, bei einer Weite der Luftsäule von 4,3 Linien. Da der Werth von $4a$ im ersten und zweiten Fall derselbe ist, so leuchtet ein, dass die Verschiedenheit der Weite des

Ansatzrohrs eine Veränderung in diesem Werthe $4a$ nicht bedingt, ebenso wenig würde dies im dritten Fall eingetreten sein. Der abweichende Werth von $4a$ in diesem dritten Fall kann daher nur seinen Grund in der Verschiedenheit der Zunge, d. h. in der veränderten Schwingungszahl gehabt haben. Da nun das Verhältniss der Zahlen $4a$ genau gleich dem umgekehrten Verhältniss der Schwingungszahlen gleich 1,469 ist, so wäre hieraus schon ein gesetzmässiger Zusammenhang zu erkennen, der einfach den Satz enthielte: dass die betreffenden Ansatzlängen $4a$, wenn die eben betrachteten Intervallenverschiedenheiten eintreten sollen, sich umgekehrt wie die Schwingungszahlen der Zungen verhalten müssten. Aber der Zusammenhang ist ein noch viel einfacherer. Denn es zeigt ein Versuch oder eine Rechnung sofort, dass die Länge $4a = 195,3$ Linien gleich der Länge einer beiderseits offenen Luftsäule selbst ist, wenn diese denselben Ton geben soll wie die Zunge mit 388 Schwingungen. Ebenso zeigt sich in dem dritten Weber'schen Versuche, dass die Länge $4a = 132,9$ Linien die Länge l einer beiderseits offenen Luftsäule selbst ist, die denselben Ton gibt wie die Zunge mit 570 Schwingungen. Es folgt hieraus, dass unsere Grössen $4a$ jedesmal gleich den zugehörigen, im voraus angenommenen Längen l sind, und können wir nunmehr den betreffenden Zusammenhang bezüglich der Vertiefungen bei Ansatzluftsäulen in folgender Form vorläufig aussprechen:

1) Verlängert man im Falle I nach und nach die Ansatzröhren bei einer Zungenpfeife, so wird der Ton in periodischen Absätzen tiefer.

2) Am Ende einer solchen Periode ist der resultirende Ton gleich demjenigen Oberton, der der Ordnungszahl n der Periode entspricht, und zwar dem Oberton einer gedeckten Luftsäule, deren Länge gleich dem durch die betreffende Ordnungszahl bestimmten Vielfachen $n \cdot l$ einer beiderseits offenen Luftsäule l gleichkommt, welche letztere in ihrem Grund-

ton unisono klingt mit dem Tone, den die Zunge für sich gibt.

3) Das Ende einer solchen Periode bildet zu gleicher Zeit aber auch den Anfang der nächsten Periode, so dass nach Vornahme einer Verlängerung des Ansatzstücks um je $4a = l$ eigentlich zwei Töne in Betracht kommen können, von denen der, dem Anfang der nächsten Periode entsprechende Ton immer wieder derselbe ist wie derjenige der Zunge für sich; oder, der Sache entsprechender ausgedrückt, es ist ein Ton, welcher mit dem Oberton einer beiderseits offenen Luftsäule unisono klingt, dessen Ordnungszahl der betreffenden neuen Periode entspricht, und wobei die Länge der offenen Luftsäule dieselbe ist als die der gedeckten beim Ende der vorausgehenden Periode.

Wir sehen demnach, dass, wenn wir nur die jedesmaligen Anfänge der Periode berücksichtigen, der resultirende Ton allemal wieder derselbe ist wie der Ton der isolirten Zunge. Da dieser nun mit dem Ton einer beiderseits offenen Luftsäule von der Länge l , beziehungsweise dem zweiten, dritten, n ten Oberton einer zwei-, drei-, ... n mal so langen offenen Säule unisono klingt, so können wir auch sagen: der Ton bei einer Zungenpfeife wird nicht geändert, wenn man die Ansatzsäule um irgendein Vielfaches einer Schwingungsstrecke verlängert, welche Strecke gleich $l = 4a$, also gleich einer halben Wellenlänge des Tons ist, der dem Ton der isolirt schwingenden Zunge für die Luft entspricht.

93. Wir wollen nun den eigentlich physikalischen Vorgang etwas weiter verfolgen und zu dem Ende aufmerksam die Fig. 85 betrachten. Sie stellt ein beiderseits offenes Luftrohr vor, wenn dieses den zweiten Oberton liefert, und sollen die kleinen Kreuzchen die Knoten, die kleinen Kreischen dagegen die Bäuche versinnlichen. Die darunter gezeichneten Pfeile stellen die Schwingungsrichtungen der Luftsäulenquer-

schnitte vor und zwar *a)* in dem Moment, wo in einem Knoten n_1 links eine Verdichtung, rechts bei n_2 eine Verdünnung eintritt, *b)* in dem Moment für eine halbe Schwingungszeit später, wo die Verdichtung links durch eine Verdünnung, und die Verdünnung rechts durch eine Verdichtung ersetzt ist. Bei Z_1 , Z_2 , Z_3 und Z_4 wollen wir uns ferner vorstellen, dass bewegliche Zungen eingesetzt wären, die den Querschnitt der Röhre möglichst einnehmen, und welche die Schwingungen gerade so mitmachen, wie eine Luftschicht thun würde, welche sonst, wenn die Zungen weggedacht würden, je an derselben Stelle sich befände.

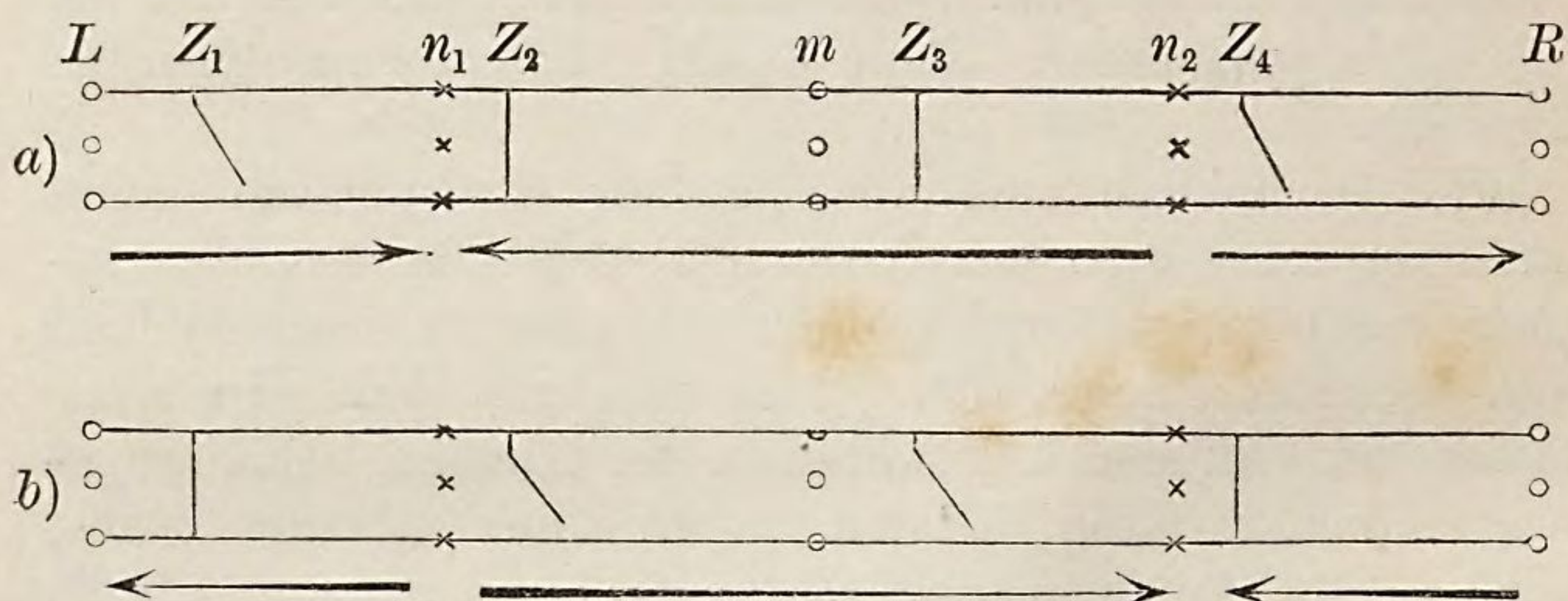


Fig. 85.

Die Frage ist, wie müssen sich die Zungen bewegen? Wie müssen sie sich öffnen und schliessen? Welchen Druck haben sie bei der Bewegung von der einen oder der andern Seite von den anstossenden Luftschichten zu gewärtigen? Diese Fragen sind nicht schwer zu beantworten. Denn, wenn eine schwingende Lamelle, welche die Stelle einer Luftschicht einnimmt, die stehenden Schwingungen einer Luftsäule nicht ändern, nicht stören oder gar vernichten soll, so muss nothwendig

1) diese Lamelle, diese Zunge, dieselben Bewegungen machen wie die Luftschicht, welche sie verdrängt; sie muss sich also vor allem je nur im Sinne der gezeichneten Pfeile bewegen.

Nehmen wir also an, dass die Zungen bei ihrer Bewegung von links nach rechts sich öffneten, und dass bei der rückwärts gehenden Bewegung dagegen das Schliessen der Zungenspalte einträte, so folgt, dass

2) eine Oeffnung bei denjenigen Zungen stattfindet, welche sich mit den Luftschichten von links nach rechts bewegen, und umgekehrt ein Schluss bei denen, welche einer Bewegung von rechts nach links folgen müssen.

Hieraus folgt denn auch, weil eine Oeffnung der Zungen stattfindet, wenn die letztern sich von links nach rechts bewegen, dass die Strecke der Luftsäule, welche bei je einer Zunge von dieser nach rechts hin liegt, Aussenraum ist, und dass umgekehrt jede Luftstrecke, welche von je einer Zunge nach links hin liegt, den entsprechenden Innenraum bildet. Die weitere wichtige Frage ist nun die: Wenn wir die Luftsäulen des Aussenraums abgeschnitten denken, die Zunge mit dem links liegenden Stück der Luftsäule als Innenraum auf einen Blasebalg oder vor die Mundhöhle setzen, und hier im neuen Aussenraum des Blasebalgs eine Verdichtung bewirken, d. h. die Pfeife anblasen: welche von den vier Zungen in unserer Fig. 85 sind es, bei welchen die in der Figur versinnlichte, resultirende stehende Schwingung der Luftsäule im Innenraum ungestört bleibt? Diese interessante Frage wollen wir nun beantworten. Um sie beantworten zu können, müssen wir ausser dem vorhin unter 1) hervorgehobenen Grundsatz noch Weiteres berücksichtigen:

3) Soll bei einer Luftsäule, die als Ansatzsäule an eine Zunge in Betracht kommt, eine stehende Wellenbewegung möglich werden, so darf der Zustand, der in der Luftsäule wegen der stehenden Bewegung an der linken Seite der Zunge eintreten will, beim Oeffnen der Zunge, wobei der Raum auf der rechten Seite der Zunge mit dem anstossenden Raume der Luftsäule communicirt, keine Störung erleiden. Will also eine Verdichtung auf der linken Seite eintreten, so setzt

dies voraus, dass auf der rechten Seite auch eine Verdichtung vorhanden ist. Denn bestände hier eine Verdünnung, so würde eine im Lufterohr sich bilden wollende Verdichtung im ersten Moment ihrer Entstehung auch schon vernichtet werden, weil die Luft sofort aus der Röhre in den angrenzenden luftverdünnten Aussenraum einstürzte.

Ebenso verhält es sich mit dem Zustand der Verdünnung. Will die stehende Wellenbewegung in der Luftsäule diese haben zur Zeit, wenn sich die Zunge öffnet, so muss dafür gesorgt werden, dass auf der rechten Seite, nach welcher hin die Oeffnung der Zunge stattfindet, auch eine Verdünnung angetroffen wird. Denn befände sich hier eine Verdichtung, so würde diese sofort die im links angrenzenden Lufterohr sich bilden wollende Verdünnung schon in ihrem Entstehen vernichten.

4) Gänzlich anders ist es aber für die Momente, innerhalb deren ein Schluss der Zunge stattfindet. Denn da hierbei die Luftsäule ausser Communication mit dem angrenzenden Luftraum gesetzt wird, so ist es einer Verdichtung in ersterer gleichgültig, ob auf der andern Seite auch eine Verdichtung oder eine Verdünnung vorhanden ist.

Es bestehen hier also ganz ähnliche Principien, wie wir sie oben S. 265 bezüglich der Anbringung von Löchern oder Klappen in der Wand einer Pfeife kennen lernten.

Hiernach ist es nun leicht, die oben gestellten Fragen zu beantworten. Wenn wir eine Luftsäule von der Länge LZ_1 oder von der Länge LZ_3 (Fig. 85) wählen und diese anblasen, sodass die Aussenseite der Zunge nach der Mundhöhle hin liegt, so ist die stehende Schwingung in der Luftsäule möglich. Denn im Aussenraum ist Verdichtung, und die Zunge Z_1 (Fig. 85a) oder Z_3 (Fig. 85b) öffnet sich, während in der Luftsäule links auch eine Verdichtung eintritt. Wenn wir dagegen eine Luftsäule von der Länge LZ_2 oder LZ_4

an die Mundhöhle setzten und die Pfeife anbliesen, so würde diese in ihrer angenommenen stehenden Wellenbewegung nicht verbleiben können. Denn die Zungen öffneten sich ja im Moment, wo die Luftsäule Verdünnung verlangt, während aussen Verdichtung stattfindet.

Diese Auseinandersetzungen bestätigen nun aber auch einen andern Zusammenhang der Verhältnisse. Wir haben es offenbar bisjetzt bei diesen letzten Auseinandersetzungen zu thun mit unserem Fall I auf S. 326. Ein Blick auf die Fig. 85 zeigt demnach, dass, wenn in diesem Falle eine stehende Schwingung einer angrenzenden Luftsäule möglich ist, man in dieser, falls man von den Innenflächen der Zungen Z_1 und Z_3 nach dem linken offenen Ende der Luftsäule hingeht, zunächst einen Bauch antrifft. Die Figur bestätigt aber ausserdem noch einen Hauptsatz: nämlich dass im

Falle I die Luftsäule, welche mit der Zunge in einer stehenden Wellenbewegung begriffen ist, besteht aus einer Anzahl halber Wellen 0, 1, 2.... plus einem Rest, der kleiner als eine Viertelswelle ist, und dass dieser Rest unmittelbar an der Zunge liegend anzunehmen ist.

Lassen wir anstatt der Annahme auf S. 335 im Aussenraum eine Verdünnung eintreten, d. h. setzen wir den Fall $AaiI$, also den Fall IV der S. 328 voraus, so können jetzt die Luftsäulen LZ_2 und LZ_4 , aber nicht LZ_1 und LZ_3 mit der Zunge in eine stehende Wellenbewegung gerathen. Man setzt in diesem Falle also die Zungenplatte an den Mund und zieht die Luft ein. Man stösst hierbei, von der Innenfläche der Zunge nach dem offenen Ende L der Luftsäule fortschreitend, zunächst auf einen Knoten, und es besteht im

Fall IV die Luftsäule aus einer Anzahl 0, 1, 2.... halber Wellen plus einem

Reste, der grösser als eine Viertelswelle und kleiner als eine halbe Welle ist.

Wie sieht es denn mit den beiden andern Fällen II und III von S. 326 und 328 aus? Auch diese können leicht realisiert werden, und würde unsere Fig. 85 sofort hier passen, wenn wir sie so, wie sie ist, von der Rückseite betrachteten, links L , rechts R , und auch die Indices an den Z wieder von links nach rechts mit 1, 2, 3 und 4 anscrieben. Im Falle III, wenn wir also die Pfeife mit der Platte an den Mund setzen und anblasen, d. h. eine Verdichtung im Munde, der jetzt Innenraum ist, etabliren, würde die gedachte stehende Wellenbewegung bei den Luftsäulen LZ_2 und LZ_4 möglich sein. Im Falle II, wo wir die Luft aber einziehen, würde die Möglichkeit nur für LZ_1 und LZ_3 bestehen.

Unsere Betrachtungen haben uns nun dahin geführt, dass wir einen weitem wichtigen Zusammenhang erkennen werden. Es ist die Frage nämlich, ob es denn wol bei den vier Zungen Z_1 , Z_2 , Z_3 und Z_4 , wie wir sie in der Luftsäule angebracht denken, möglich ist, dass sie alle vier für sich denselben Ton liefern, und mit der Luftsäule in je einer der vier Stellungen verbunden auch denselben resultirenden Ton liefern? Wir werden uns sofort überzeugen, dass dies nicht der Fall sein kann, und hierbei werden wir die Gesetze von dem Zusammenhang der resultirenden Tonhöhe mit der der isolirt schwingenden Zunge, welche wir oben S. 328 anführten, begründen können. Beachten wir daher zunächst einmal die Zunge Z_1 mit einer links anstossenden Luftsäule LZ_1 und einer Verdichtung im Aussenraum, also den Fall I. Die Kraft, welche die Schwingungen der Zunge unterhält, ist ihre Elasticität; schwingt die Zunge frei in der Luft, so findet sie beiderseits dieselbe Dichtigkeit der Luft vor, und es wird der Ton der Zunge ein bestimmter sein; wir wollen einmal annehmen das $\bar{g}$. Die Zunge vollführt eine Pendelbewegung, und ebenso wie bei unserem

Fadenpendel der Fig. 1 in der Schwerkraft eine rückwärts wirkende Kraft operirte, welche das Pendel, wenn es nach links über seine Ruhelage hinausschwang, nach dieser Ruhelage zurückzuziehen bestrebt war, eine Kraft, die das Pendel, das nach rechts hinausschwang, ebenfalls nach der Ruhelage zurückzog, so werden diese rückwärts wirkenden Kräfte auch bei einer schwingenden Zunge ihre Thätigkeit entfalten. Was geschieht nun, wenn die Zunge Z_1 aus ihrer Ruhelage anfängt nach rechts zu schwingen? Ihre Elasticität sucht sie nach links in die Ruhelage zurückzutreiben; die in der Richtung des Pfeils links von der Zunge sich bewegenden Luftschichten üben aber einen nach rechts gehenden Druck aus, folglich wird die elastische Kraft, welche die Zunge zurücktreibt, von der Luft auf der linken Seite bekämpft. Bezeichnen wir die Stärke der erstern in einem bestimmten Moment einmal mit E , die von der Luft ausgeübte mit e , so ist die resultirende Kraft $E - e$, d. h. die Zunge wird mit geringerer Kraft zurückgezogen, und muss infolge davon langsamer schwingen. Was geschieht, wenn die Zunge von der Ruhelage aus nach links hin schwingt? Hierbei findet sie auf der linken Seite, wie Fig. 85b anzeigt, eine Verdünnung vor; vermöge dieser wird die Zunge noch leichter sich nach links bewegen, und somit der zur Ruhelage hin wirkende Zug ihrer Elasticität abermals eine Einbusse erleiden, d. h. sie wird auch während dieser Momente gezwungen, langsamer zu schwingen.

Genau dieselben Betrachtungen würden für die Zunge Z_3 mit einer daranstossenden Luftsäule LZ_3 gelten. Ebenso lassen sich aber auch für den Fall II die nöthigen Ueberlegungen anstellen, und hiermit wäre die Begründung des ersten Gesetzes auf S. 328 geliefert.

Betrachten wir ferner die Zungen Z_2 und Z_4 . Sie konnten nur mit der Luftsäule eine stehende Wellenbewegung ausführen, wenn im Aussenraum eine Luftverdünnung eintrat, d. h. wenn man die Luft einsog. Es ist leicht zu erkennen, da beim Oeffnen der Zunge

jetzt links von ihr eine Verdünnung der Luft und beim Schliessen eine Verdichtung eintritt, dass nunmehr anstatt einem $E - e$ ein $E + e$ sich einstellt, d. h. die Zunge gezwungen wird, schneller zu schwingen, und dass hiernach der resultirende Ton höher werden muss. Dies ist der Fall IV. Beim Falle III gelten dieselben Schlussfolgerungen und hiermit ist auch das zweite Gesetz auf S. 328 begründet.

Wir schliessen hieraus, dass es unmöglich ist, zwei Zungen wie z. B. Z_1 und Z_2 , wenn sie, isolirt schwingend, unisono klingen, mit einer Luftsäule so in Verbindung zu bringen, dass die resultirenden Töne auch wieder unisono werden. Denn Z_1 würde vertieft, Z_2 erhöht, und somit der Einklang der resultirenden Töne in verstärktem Maasse gestört werden.

Was nun weiter die Abstufungen der Vertiefung und Erhöhung der resultirenden Töne gegenüber den Tönen der isolirt schwingenden Zungen anlangt, so lässt sich auch dieser hier bestehende Zusammenhang leicht übersehen. Denn offenbar müssen die resultirenden Töne von Z_1 und Z_3 um so tiefer werden, je mehr diese Zungen von den nächsten links liegenden Bäuchen entfernt, oder je näher sie an die nächsten rechts gelegenen Knoten gestellt werden. Ferner, es werden die Töne der Zungen Z_2 und Z_4 um so höher, je mehr diese in umgekehrter Richtung nach den nächsten Knoten links hin Stellung erlangen. Da nun das Stück Ln_1 , wenn es für sich als eine gedeckte Luftsäule tönt, denselben Ton liefert, wie der zweite Oberton von LR und unsere Zungen immer mit dem Ton der Luftsäule unisono schwingen müssen, so wird auch Z_1 , wenn es ganz in die Nähe von n_1 gekommen ist, unisono mit einer gedeckten Luftsäule von der Länge Ln_1 schwingen und somit nach dem, was wir auf S. 330 erörterten, gegenüber seinem isolirten Tone eine Vertiefung um eine Octave erfahren müssen. Wäre der zweite Oberton der nach den Abtheilungen der Fig. 85 schwingenden Luftsäule also z. B. $\bar{c}$, so müsste eine Zunge

Z_1 , welche in der Nähe von n_1 mit der Luftsäule unisono schwingen soll, im isolirten Zustande ein $\bar{c}$ liefern. Dasselbe gilt von Z_3 , wenn wir es in die nächste Nähe von n_2 gesetzt denken. Sollen diese Zungen aber ganz in der Nähe der Bäuche L und m mit dem Pfeifenton $\bar{c}$ unisono erklingen, so werden sie, isolirt schwingend, da jetzt die Luftsäule so gut wie gar keinen Einfluss auf die Zungen ausübt, keine Veränderung im Ton zu erwarten haben, und somit nicht $\bar{c}$, sondern c liefern müssen.

Ganz analoge Betrachtungen gelten aber nun auch, wenn wir voraussetzen, die Luftsäule LR solle nicht ihre zweite, sondern ihre erste Oberschwingung vollführen, wobei sie bei L und R Bäuche und bei m jetzt einen Knoten erhielte. Ihr Ton wäre hierbei gleich c , und die Zunge Z_1 , die wir zum Unterschiede vom vorausgehenden Z_1 mit Z'_1 bezeichnen wollen, müsste, wenn sie ganz in der Nähe von m unisono mit der Luftsäule schwingen sollte, einen Ton c , d. h. isolirt schwingend das $\bar{c}$ liefern.

Hier stehen wir aber an dem Punkte, wo wir auch den oben S. 330 besprochenen Sprung von einem Tone in seine nächste höhere Octave erklären können. Denn unsere Zunge $Z'_1 = \bar{c}$, wenn sie mit einer Luftsäule ein ganz klein wenig kürzer wie Lm verbunden wird, kann diese in eine Schwingung versetzen, welche der ersten Oberschwingung von LR entspricht und dieselbe Zunge $Z'_1 = Z_3 = \bar{c}$, wenn sie mit einer Luftsäule ein ganz klein wenig länger wie Lm verbunden wird, kann diese in eine Schwingung versetzen, welche der zweiten Oberschwingung von LR entspricht, im ersten Falle ist demnach der resultirende Ton gleich c , im zweiten gleich $\bar{c}$.

Ganz ähnliche Betrachtungen führen zur Erklärung des Tonhöhensprungs um eine Quarte, beziehungsweise Terz, welche Aenderungen wir oben S. 330 hervorhoben und durch die Fig. 84 versinnlichten.

In der vorausgehenden Darstellung der Lehre von

den Zungenpfeifen ist nur Rücksicht genommen worden auf einige bestimmte Hapterscheinungen, soweit sie sich namentlich aus der Weber'schen Theorie ergeben. Die Zungen, welche hierbei in Betracht kamen, waren starre Metallzungen. Wir verdanken Helmholtz eine weitere wichtige Untersuchung¹ nach der Richtung hin, dass auch auf weniger starre Zungen Rücksicht genommen wurde. Es gehören nach Helmholtz hierher Zungen von leichtem, wenig Widerstand leistendem Material, wie es die Rohrzungen der Clarinette, Oboe, des Fagotts, die menschlichen Lippen in den Trompeten, Posaunen und Hörnern sind. Sehr geeignet für solche Versuche sind nach Helmholtz auch membranöse Zungen aus vulkanisirtem Kautschuk, ähnlich den Stimmbändern des Kehlkopfs, die jedoch, damit sie gut ansprechen, schräg gegen den Luftstrom gestellt werden müssen.

94. Wir wollen nun noch derjenigen Tonerzeugung Rechnung tragen, wobei ein eigentlich selbsttönender Körper gar nicht vorhanden ist. Es gehören hierher die mannichfachsten Tonerzeugungen, vor allem die mit Hülfe der Sirenen und Stossapparate. Man verdankt die Erfindung der Sirenen dem französischen Forscher Cagniard de la Tour, der ausser andern akustischen Arbeiten im Jahre 1819 eine solche publicirte unter dem Titel² „Sur la Sirène, nouvelle machine d'acoustique destinée à mesurer les vibrations de l'air qui constituent le son“, deren Eingangsworte lauten: „Si le son produit par les instruments est dû principalement, comme le croient les physiciens, à la suite régulière des chocs multipliés qu'ils donnent à l'air atmosphérique par leurs vibrations, il semble naturel de penser qu'au moyen d'un mécanisme qui serait combiné pour frapper l'air avec la même vitesse et la

¹ „Zur Theorie der Zungenpfeifen“, Poggendorff's Annalen, CXIV, 321—327 (Jahrg. 1861).

² Annales de chim. et de phys., XII, 167—171.

même régularité, on pourrait donner lieu à la production du son."

Dieser Mechanismus möge durch unsere einfache Fig. 86 erläutert werden. *A* stellt eine Scheibe von Pappe oder Metall vor, die gegen den Rand hin von einer Anzahl gleich weit abstehender Löcher durchbohrt ist, und welche Scheibe auf irgendeine Weise eine Rotation um ihre Mittelachse *C* erhalten kann. Gegen die Löcherreihe ist weiterhin ein Röhrchen *R* gerichtet, in welches man bei *e* mit dem Munde blasen

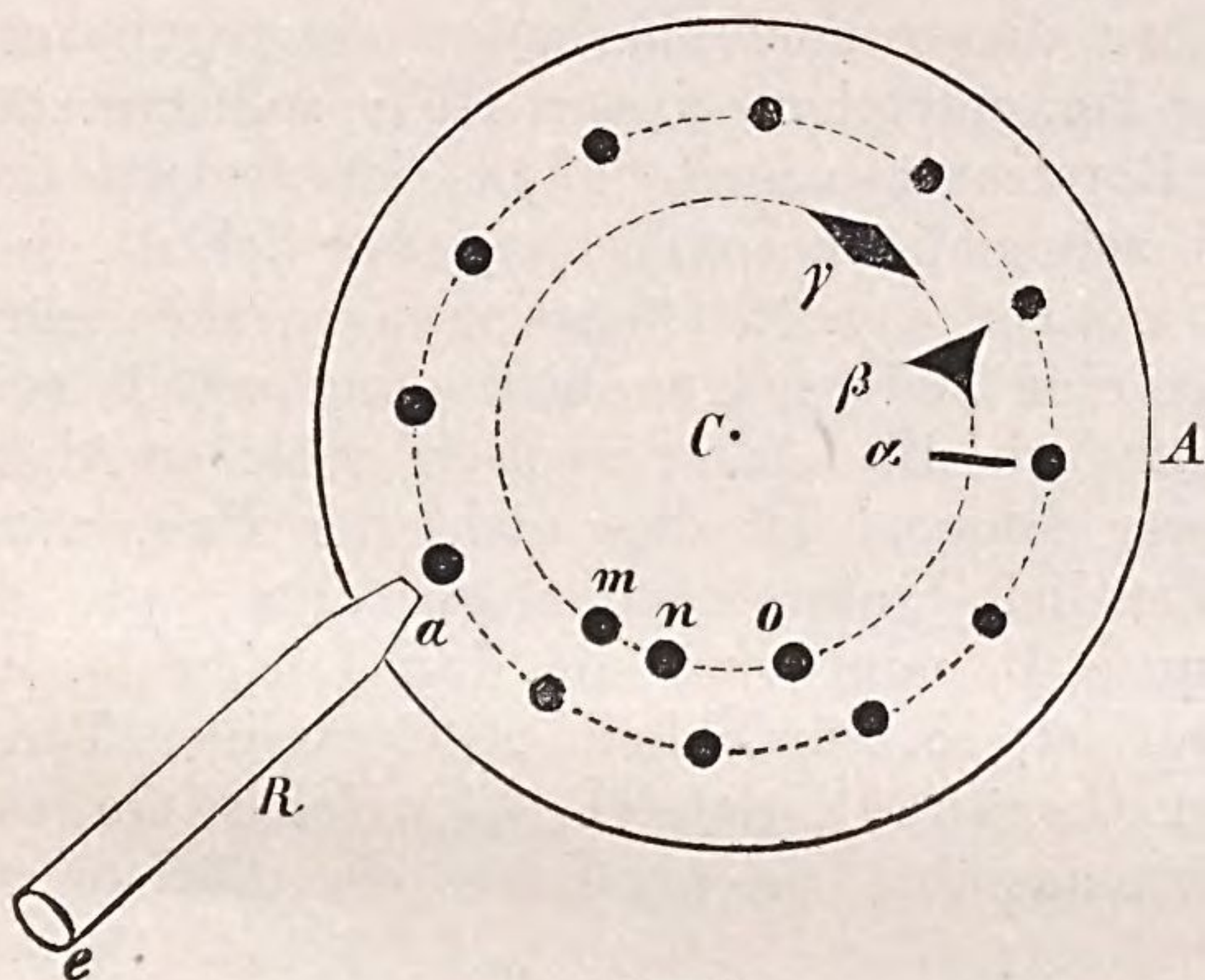


Fig. 86.

kann, um so am andern Ende *a* einen Luftstrom gegen die Scheibe zu treiben. Rotirt nun eine solche Lochscheibe mit constanter Geschwindigkeit, so leuchtet ein, wie der gegen die Scheibe gerichtete Luftstrom allemal, wenn ein Loch der Mündung *a* gegenüberkommt, durch dieses Loch nach der andern Seite der Scheibe hindurchbricht, während er sonst, solange ein zwischen zwei Löchern gelegenes Scheibenstück an *a* vorbeipassirt, einen Aufenthalt erfährt und an der Scheibe rings um *a* zurückgeworfen wird. Das Durchdringen der in Bewegung begriffenen Luftmasse durch die Löcher

erzeugt nun das, was man Luftstösse zu nennen pflegt.

Das, was sich mit einer solchen Einrichtung darthun lässt, ist zunächst der Beweis, dass überhaupt erst ein Ton entsteht, wenn eine bestimmte Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe vorhanden ist. Da wir in unserer Fig. 86 eine Scheibe mit 12 Löchern annehmen, so würde demnach der tiefste Ton eintreten, wenn die Scheibe sich zweimal in der Secunde umdrehte, denn wir sahen oben S. 36, dass zum tiefsten Ton etwa 24 Schwingungen erforderlich sind.

Soll aber dieser und überhaupt ein regelmässig anhaltender Ton entstehen, dessen Höhe selbstverständlich mit der Rotationsgeschwindigkeit sich ändert, und der z. B. bei zehnmaliger Umdrehung der Scheibe in einer Secunde ein Ton von 120 Schwingungen sein würde, so muss noch eine andere Grundbedingung erfüllt sein: Es müssen nämlich die Löcher auch in gleichen Abständen aufeinander folgen. Ist dies nicht der Fall, wären sie verschiedentlich hintereinander geordnet, wie dies in der Figur z. B. nur durch die drei Löcher *m*, *n* und *o* angedeutet ist, so würde kein regelmässiger Ton, vielmehr ein Geräusch entstehen, welches um so vollkommener ausfällt, je regelloser die Löcher gestellt sind.

Es können daher diese Apparate in vorzüglicher Weise benutzt werden, um die Grundbedingungen der Entstehung der Töne kennen zu lernen.

Die 12 Löcher der äussern Löcherreihe sind als kreisrunde angenommen. Die Sirenenscheiben, aus Pappe oder Blech gearbeitet, können aber noch in anderer Weise Aufklärung verschaffen. Man denke sich nämlich einmal anstatt der kreisrunden Löcher Schlitze, wie bei α einer gezeichnet ist, und denke ferner anstatt eines Röhrchens *R*, das bei *a* bisjetzt eine kreisrunde Oeffnung besass, ein solches, das bei α mit einer spaltförmigen Oeffnung etwa gerade von der Form der Oeffnung α mündet. Wird eine

solche Scheibe mit dem zuletzt bezeichneten Anblasrohr genau dasselbe hören lassen, wie die Scheibe vorhin es that? Dem ist nicht so. Die Höhe des Tons wird zwar, wenn in beiden Fällen die Rotationsgeschwindigkeit und auch die Anzahl der entsprechenden Oeffnungen dieselbe ist, auch dieselbe bleiben, aber der Charakter des Tons oder das, was man seit den Forschungen Helmholtz's die Klangfarbe des Tons nennt, wird sich ändern, und wir sind wol keinen Augenblick zweifelhaft, dass der zweite Ton etwas Scharfes in seinem Charakter erhält. Denn die Luftstösse sind kürzer und markirter, weil der Schlitz α rascher an der Anblasespalte vorbeikommt. Anders würde sich eine Scheibe mit Löchern wie bei β verhalten. Denn, wenn die Scheibe im Sinne der Zeiger der Uhr rotirte, würde der aus der Spalte dringende Luftstrom erst ein klein wenig, dann immer mehr durch die Scheibe dringen, um dann plötzlich rasch aufgehalten zu werden. Das Umgekehrte würde eintreten, wenn die Scheibe im entgegengesetzten Sinne rotirte, sodass man die Ueberzeugung gewinnt, es sei für die Qualität eines Tones nicht gleichgültig, wie die Lufterschütterungen erfolgen, und dass es bei Löchern, welche zur Richtung des Radius unsymmetrisch gestaltet sind, auch nicht gleichgültig ist, ob die Scheibe im einen oder andern Sinne gedreht werde. Eine Löcherreihe von der Form γ würde eine Lufterschütterung erzeugen helfen, wobei ein allmähliches Anwachsen und Wiederabnehmen derselben bemerklich ist, sodass diese Erregung eine Tonqualität liefert, wie wir sie namentlich bei Saiten beobachten.

Die Mechanismen, welche man eingerichtet hat zur Erreichung einer raschen Umdrehung, können verschiedener Art sein. Papp- und Metallscheiben steckt man einfach auf einen Rotationsapparat auf, wobei durch Schnurläufe in bekannter Weise die Rotationen übertragen und schneller gemacht werden. Eine andere Methode ist die, dass man die rotirende Lochscheibe

sich um eine verticale Achse drehen lässt, indem man sie über einem Windkasten anbringt, in dessen oberem festen Deckel sich auch Oeffnungen befinden, durch welche zuerst die Luft stürzen muss, ehe sie an die darüber stehende bewegliche Scheibe kommt. Diese Einrichtungen finden sich sehr verschiedentlich im Gebrauch und müssen wir bezüglich ihrer noch einen Punkt berücksichtigen. Wir haben in unserer Fig. 86 bloß ein Anblaseröhrchen verwendet gesehen. Infolge hiervon haben wir nur bei *a* die Luftstöße zu erwarten. Es hindert uns aber nichts, auch je an der Stelle eines zweiten, dritten Lochs ein Anblaseröhrchen anzubringen. Es würde dann selbstverständlich, wenn wir der Lochzahl unserer Scheibe (Fig. 86) entsprechend 12 Anblaseröhrchen verwendeten, gleichzeitig bei allen diesen Röhrchen ein Luftstoss erfolgen, demgemäss wir bei einer solchen Einrichtung eine zwölffache Intensität des Tons erzielen. Gerade dies Princip ist nun bei der zuletzt angedeuteten Art der Sirenen, wo die Luft erst in einen Windkasten, sodann durch eine Anzahl Löcher des festen Deckels, und dann erst auf die bewegliche Scheibe trifft, zur Anwendung gekommen. Hierbei zeigt sich ferner, dass man den Luftstrom, der die Sirene anblasen soll, ohne weiteres so dirigiren und verwenden kann, dass er zugleich auch die bewegliche Scheibe in Rotation setzt, und man eines besondern Mechanismus zur Umdrehung der Sirenenscheibe gar nicht bedarf. Man hat zu dem Ende nur nöthig, die Löcher im Deckel des Windkastens schief, also etwa unter 45° gegen den Horizont zu stellen. Träfe nun ein solcher schief gerichteter Luftstrom auf gerade, vertical stehende Löcher der beweglichen Scheibe, so würde diese ohne weiteres schon in Rotation gesetzt. Vollständiger und rascher kommt man aber zum Ziele, wenn man die Löcher der beweglichen Scheibe auch noch schief, und zwar conträr schief einbohrt, sodass, wenn z. B. in der Richtung eines Radius gesehen, das betreffende Loch in

der Deckelscheibe des Windkastens von links unten nach rechts oben verläuft, es in der beweglichen Scheibe von rechts unten nach links oben geht. Derartige Einrichtungen hat schon Cagniard de la Tour getroffen, und können solche Apparate auch leicht so benutzt werden, dass man anstatt eines Luftstroms einen Wasserstrom eintreten lässt. Für ihn gilt genau dasselbe wie für den Luftstrom. Der Apparat kann hierbei ganz unter Wasser getaucht sein, und lässt derselbe auch jetzt Töne hören, die ja gerade die Ursache waren, dass der Erfinder Cagniard de la Tour diesen Apparaten den Namen Sirenen beilegte.

Was die zuletzt beschriebene Art der Sirenen noch weiter anlangt, so gestattet die verticale Drehungsachse der rotirenden Scheibe leicht, durch eine am obern Ende angebrachte ewige Schraube ein Räderwerk in Bewegung zu setzen, mit welchem Zeiger umgedreht werden, die dann auf entsprechenden Zifferblättern die Anzahl der Umdrehungen messen. Die Sirene verdankt es dieser Hülfeinrichtung, wenn sie in erster Linie einen Apparat bildet zur Bestimmung der absoluten Zahl der Schwingungen eines Tons, sei es von ihrem eigenen oder vom Tone eines andern selbständig tönenden Körpers, also z. B. einer Stimmgabel oder einer Orgelpfeife. Um eine solche Tonhöhenbestimmung zu machen, ist es nur nöthig, den Sirenenton mit dem daneben erklingenden Ton, z. B. von einer Orgelpfeife, in Einklang zu setzen und diesen Einklang eine nicht zu kurze Zeit hindurch zu erhalten, was durch gehörige Regulirung des Luftstroms, der aus einem Blasebalg kommt und die Sirene anbläst, erzielt werden kann. Ist dieser Einklang erreicht, so stellt man das erwähnte Zeigerwerk ein, um es vielleicht eine Minute lang laufen zu lassen; genau am Ende dieser Zeit arretirt man dann das Zeigerwerk und ist so, wenn man die Anfangs- und Endstellung der Zeiger vergleicht, im Stande, die Anzahl Umdrehungen der Scheibe zu bestimmen. Wären

es in einer Minute z. B. 960 Umdrehungen, und hätte die Scheibe 16 Löcher, so würde die zu suchende Anzahl der Schwingungen $\frac{16 \cdot 960}{60} = 256$ sein.

Diese Thatsache beweist uns, dass eine solche Lochscheibe von Pappe oder Metall auch sehr wohl benutzt werden kann, um die Zeit der Umdrehung des Rades einer Rotationsmaschine oder vielleicht eines rasch rotirenden Kreisels zu bestimmen. Zu dem Ende legt man central auf einen solchen Kreisel eine Lochscheibe und bläst diese während der Rotation mit einem Glasröhrchen oder einem Gummischlauch an, indem man daneben ein Sonometer benutzt, oder vielleicht auch eine passend abgegrenzte Monochordsaite ertönen lässt. Kennt man die Schwingungszahl ihres Tons und ist er so regulirt, dass er unisono mit dem Ton der rotirenden Scheibe erklingt, so lässt sich, rückwärts schliessend, die Zahl der Umdrehungen der letztern, d. h. auch die des Kreisels bestimmen. Ein sogenannter Busolt'scher Kreisel, wie er vielfach in der Optik benutzt wird, wurde in möglichst rasche Rotation gesetzt und sofort eine Pappscheibe mit 24 Löchern aufgelegt, die angeblasen sehr bald mit einem Ton von 768 Schwingungen im Einklang war, und nach 35 Secunden die tiefere Octave hiermit bildete. Dividiren wir mit 24 in 768, so erhalten wir für die Secunde 32 als die Zahl der Umdrehungen des Kreisels kurz nach Beginn seiner Rotation, eine Zahl, die dann nach 35 Secunden auf die Hälfte, oder 16 herabgesunken war.

95. Es hat Savart anstatt der Lochscheiben sogenannte Zahnräder eingeführt, von denen wir eins in Fig. 87 versinnlicht haben. Lässt man an die Zähne einer solchen Scheibe ein Kartenblatt oder sonst eine dünne biegsame Lamelle *L* heranreichen, so leuchtet ein, wie diese Lamelle, so oft ein Zahn kommt, zunächst an diesen anschlägt, sodann ein Stück mitgenommen und dann wieder losgelassen wird, um sofort beim nächsten

heranrückenden Zahn dasselbe zu erfahren. Man hätte es also hierbei wol zunächst mit sogenannten trockenen Schlägen zu thun, im Moment, wo allemal der Zahn an die Lamelle anschlägt, aber jedenfalls wird die Lamelle auch jedesmal ihrer Länge nach eine Luftmasse verdrängen, sodass äusserst nahe gleichzeitig mit den trockenen Schlägen auch Luftstösse anzunehmen sind.

Auch jetzt leuchtet ein, wie wir es in unserer Gewalt haben, die mannichfachsten Abänderungen in der Form der Zähne, und ebenso in der Natur der Lamelle herbeizuführen, sodass auch die Zahnräder dazu dienen

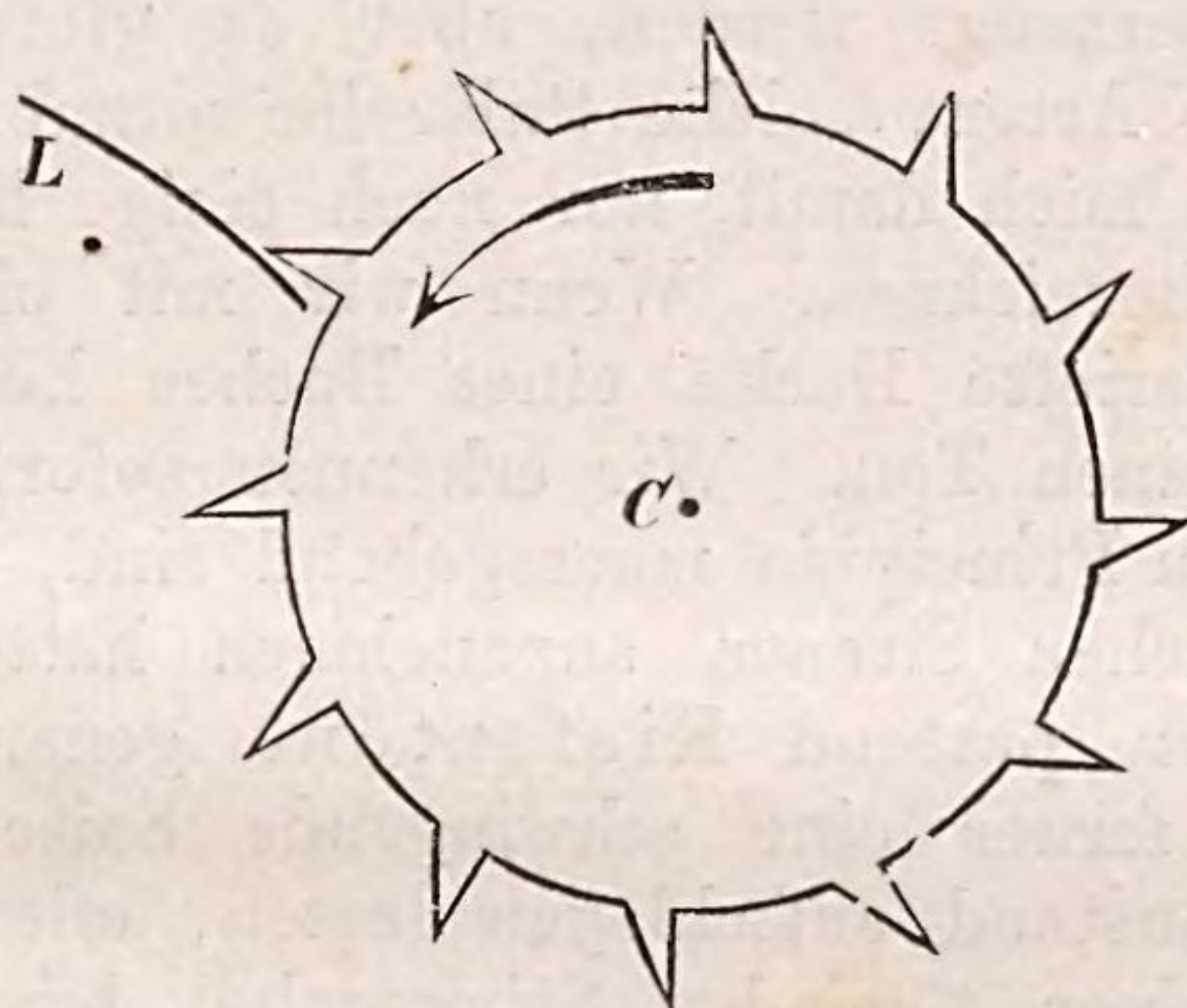


Fig. 87.

können, um Fragen bezüglich der Klangfarbe der Töne zu verfolgen.

Es verdankt die jüngste Zeit eine wesentliche Erweiterung in der Construction und Anwendung der Sirenen dem um die Akustik hochverdienten Forscher Rudolf König. Dieser richtet nämlich gegen die Zähne eines ebenen Zahnrades einen bandförmigen Luftstrom, dessen Längsrichtung bei einem Rade radial verläuft, oder auch, er construirt anstatt ebener Zahnräder Zahncylinder, deren obere oder untere Ränder zahnförmig ausgeschnitten sind, sodass, wenn ein sol-

cher Cylinder um eine verticale Achse rotirt, die Anblasespalte nunmehr mit ihrer Längsrichtung auch vertical gegenüber dem Zahnrande zu stehen kommt. Da anstatt einzeln stehender Zähne der Rand eines solchen Cylinders oder eines Rades nach mannichfachen Formen von Wellenlinien ausgeschnitten ist, so pflegt man derartige Sirenen auch Wellensirenen zu nennen und diese Apparate sind wichtig geworden bei verschiedenen Fragen bezüglich des Zusammenklingens zweier und mehr Töne, und namentlich auch bezüglich der sogenannten Combinationstöne.¹

Die Sirenen bilden blos nach einer Richtung hin Apparate, wobei gewissermaassen auf künstliche Weise Klangpulse erzeugt werden, aber es gibt noch sehr viele andere Arten, solche Pulse hervorzubringen, und ich begnüge mich damit, nur noch einige hier in aller Kürze zu bezeichnen. Wenn wir mit einem Nagel über die geriefte Decke eines Buches hinfahren, so hören wir einen Ton. Wir erkennen sofort, wie hierbei dieselben Principien maassgebend sind, die wir bei den eigentlichen Sirenen anzunehmen hatten. Solche Töne können passend Riefentöne genannt werden. Wenn wir ferner eine schwingende Saite auf einen harten Gegenstand aufschlagen lassen, oder wenn wir den Stiel einer tönenden Stimmgabel leise auf eine Tischplatte aufsetzen, so hören wir eigenthümliche Töne, die meistens mit dem Ton des primär schwingenden Körpers unisono sind, sehr häufig aber um eine Octave oder ein bestimmtes anderes Intervall tiefer sein können, und welche ihre Entstehung auch den von der Saite ausgeübten Schlägen oder den vom Stiel der Stimmgabel ausgeführten raschen Stössen auf die Tischplatte verdanken. Die Töne, welche hierbei zu Stande kommen, pflegt man Klirrtöne zu nennen. Auch Wärmeeinflüsse beim Aufliegen von bestimmt geformten

¹ Man vergleiche die oben S. 273 citirte wichtige Schrift König's.

Körpern auf heissen Platten können diese Körper in so rasche Bewegungen versetzen, dass Töne entstehen, und verdankt die Akustik Trevelyan aus Wellington in Northumberland im Jahre 1829 die Erfindung eines Instruments, das von seinem Erfinder rocker (Wackler, Wieger), von Andern mit dem allgemein beibehaltenen Namen Trevelyan-Instrument belegt wurde. Nicht besser aber kann ich meine Darstellung schliessen, als wenn ich hier noch hinweise auf die Mannichfaltigkeit der Töne, womit das Heer der Insekten bei seinem Fluge uns fesselt. Denn auch hier sind es wunderbare mechanische Einrichtungen am Körper dieser Thiere, wodurch sie rasche Pulse erzeugen, die durch die Luft hindurch zu unserm Ohre sich fortpflanzen und als Töne von uns wahrgenommen werden.



SACHREGISTER.

Aeoline 115.
Aeolsharfe 71.
Akustik, Eintheilung derselben 45; optische 42; physikalische 38; physiologische 39.
Amplitude 59; ihr Einfluss auf Schwingungen, 59, 322.
Art der Tonerregung, 41.

Bäuche 100; bei Luftsäulen 265, 274; bei Luftplatten 293.
Bewegung, periodische 3.
Bewegungscurven 209, 210, 224.
Brummkreisel 255.

Clavicylinder 162.
Collisionsschwingungen 109.
Compensation, bei Zungenpfeifen 322.
Cylinderflächen, gerade, ihre Schwingungen 223.
Cylindermundstück 317.

Eigenschwingungen 109, 111.

Elasticitätscoefficient 62.
Elasticitätserscheinungen 12.
Elektromonochord 83.
Elongationsgrenzen 5; ihr Einfluss auf die Schwingungsdauer 9.
Euphon 162.

Fäden, ihre Schwingungen 74; ihre Anwendung zur Bestimmung der Schwingungszahlen bei Stäben 88.
Flächen, krumme 219.
Flageolettöne 65.
Flammen, tönende 296; frei tönende 309.
Flammenbilder 303.
Flammenzähne 303.
Flüssigkeiten, ihr Einfluss beim Schwingen von Glocken, Cylindern 230.
Flüssigkeitsklangfiguren 217, 218, 229, 230.
Flüssigkeitsmembranen 131.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit, des Schalls, bei Saiten 102; bei Stäben 168; in der Luft 238, 241; in Röhren 275, 277, 280, 284.

Geräusch 344.

Glocken, ihre Form 220;
ihre Obertöne, 222.

Grenzen, der Tonwahrnehmung 36, 40.

Gypsstäbe 136; ihre Anfertigung 147; ihre Schwingungen beim Imprägniren mit Flüssigkeiten 147.

Harmonica, chemische 296;
Mundharmonica 312; Phys-
harmonica 313; Ziehhar-
monica 313.

Harmonium 313.

Insekten, Töne derselben
beim Fluge 351.

Instrumente, verschiedene
312, 313.

Interferenzerscheinungen,
beim Schall 44.

Juxtaposition bei den Klang-
figuren 203.

Klangfarbe 48, 250, 345.

Klangfiguren 41; Chladni's
188.

Klirrtöne 350.

Knoten 29, 63, 138; bedeckte
und unbedeckte bei Stäben
175, 176; bei Glocken 227;
bei Luftsäulen 265, 274;
bei Luftplatten 293.

Kraft 1; continuirliche, con-
stante 2; fernwirkende,
Molekularkraft 11.

Kreisel, Busolt'scher 348.

Labialpfeifen 246.

Labium 246.

Länge, reducirte bei Luft-
säulen 261.

Lichtenberg's Figuren 188.

Longitudinalbewegung 30;
ihre Versinnlichung 35;
ihr Zusammenauftreten mit
einer Transversalbewegung
bei Saiten 103; bei Stä-
ben 168.

Loth 9.

Luft, ihre Bedeutung bei der
Schallfortpflanzung 37,
233.

Luftplatten, ihre Schwin-
gungen 288; offene, ge-
schlossene 292.

Luftsäulen 242; ihre Ton-
erregung 242, 244, 245,
246, 249, 278; Analogie
mit Stäben 257; Versinn-
lichung ihrer Schwingun-
gen 261; ihre Partial-
abtheilungen und Ober-
töne 267, 268; Nachweis
der Lage der Knoten und
Bäuche 270, 273, 278; Fort-
pflanzungsgeschwindigkeit
bei ihnen 238, 281, 284.

Luftstöße, bei Membranen
117; bei Sirenen 312; bei
Zungenpfeifen 323.

Manometer, Anwendung zur
Untersuchung der Knoten
und Bäuche bei Luftsäulen
270.

Masse, ihre Bedeutung beim
Pendel 8.

Membranen 45, 105; ihre
Darstellung 106; ihre Ton-
erregung 107, 110, 111,
114, 131; Verschiedenheit
der Klangfiguren bei ihnen
109; Transversalschwin-

gungen derselben bei re-
tangulären 118; quadra-
tischen 118, 120; kreis-
förmigen 126; Einfluss des
Luftwiderstands hierbei
125, 130; Flüssigkeitsmem-
branen 131; Longitudinal-
schwingungen der Mem-
branen 133.

Metronom 10.

Monochord 54; Elektromo-
nochord 83.

Normalton 157, 158.

Oberlippe 246.

Obertöne 64; ihr gleichzei-
tiges Erklängen bei Saiten
68; bei Membranen 121;
bei Stäben 168; bei Schei-
ben 195, 204; bei Glocken
221; bei kreisförmigen Cy-
lindern 223; bei Luftsäu-
len 267, 268, 302.

Partialtöne 63.

Pendelbewegung 1; unter
dem Einfluss der Schwere
4; unter dem Einfluss an-
derer Kräfte 10.

Pendellänge 6.

Pfeifen 242; offene, 246, 267;
theilweise offene 247; ge-
deckte 268.

Phase 5.

Photophon 41.

Primitivbewegung 15; Dauer
derselben 20.

Pseudoknotenlinien 228.

Quecksilbertropfen, a.schwin-
genden Scheiben 209.

Reflexion der Wellen 27.

Reflexfiguren, Kundt'sche
213; bei der chemischen
Harmonica 303.

Reibungsgeräusch 250.

Reibungstöne 72, 249, 254.

Resonanz, ihr Gesetz 249;
stärkste 254; bei Flüssig-
keiten 233.

Resonanzfiguren 109, 114,
290.

Resonator, Wasserresonator
256.

Riefenfiguren, Rippenfiguren
279, 287, 293.

Riefentöne 350.

Ringe, Transversalschwin-
gungen derselben 155;
Obertöne derselben 157;
offene und geschlossene
157.

Röhren, ihre Transversal-
schwingungen 150, 151.

Saiten, Art der Tonerregung
ihrer Obertöne 65, 67, 70,
73; Gesetze der Trans-
versalschwingungen 50, 51,
52, 53; Einfluss der Dicke
der Saiten hierbei 59, 61;
Obertöne derselben 64;
gleichzeitiges Erklängen
der Obertöne 69; Longi-
tudinalschwingungen der
Saiten 93; Störungen der-
selben in der Musik 95;
ihre Gesetze 96; Obertöne
derselben 98; Anwendung
der Longitudinalschwin-
gungen zur Bestimmung der
Fortpflanzungsgeschwin-
digkeit des Schalls 102.

Schallausbreitung 108, 236.

Schallbecher, bei Zungen-
pfeifen 328.

Schallleitung 108, 281.
 Schallleitungsfiguren 109.
 Schallstrahlen 237.
 Scheiben, starre 188; ihre Begrenzung 191; Befestigung 196; Transversalschwingungen bei quadratischen 192; Verzerrungen hierbei 192; Eigenschwingungen 196; kreisförmige 203; Superposition der Schwingungen 198; Juxtaposition der Schwingungen 203; Verschiedenheit der Schwingungsfiguren 205; Savart's Staubfiguren 206; Wirbelhäufchen 207; Strehlke'sche Tropfen 208, 210; Faraday's Bewegungscurven 209; Luftströmungscurven 211; Reflexfiguren, 213; Rippenfiguren 215; Flüssigkeitsfiguren 217.
 Schwingungscurven 42.
 Schwingungsdauer 5.
 Schwingungszahl 7; des Lichts 24; absolute relative 39, 53, 347.
 Secunde, als Zeitmaass 6.
 Stimmgabeln 157, 159; zweite Schwingungsart derselben 161.
 Stimmritze 246.
 Stossapparate 342.

Taylor'sche Formel 39, 53, 83.
 Telephon 41.
 Tonempfindung 44.
 Torsionsschwingungen, Versinnlichungsmittel für dieselben 180; bei Stäben 180; cylindrischen 182; rechteckigen 183, 186; bei Lamellen 187.

Trevelyaninstrument 351.
 Tropfen, -Figuren 208, 210, 230.
 Tscheng 321.

Uebergangsformen, bei Fädenschwingungen 90.

Verbreitung der Schwingungen 43.
 Verzerrungen, bei Klangfiguren 192, 296.
 Vibrationsbewegung, 1; -grenzen 5.
 Violinbogen 67, 95.

Wellen, Wasserwellen, 14; Seilwellen 27; Vordertheile und Hintertheile derselben 25; Reflexion derselben 27, 108; -Verdichtung, -Verdünnung 31; gebrochene 85; -Berg, -Thal 16.
 Wellenapparate 34; für Flächenschwingungen, 201, 262.
 Wellenbewegung 14; Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben 20; Hauptgesetze derselben 21; fortlaufende, stehende 24, 28; longitudinale, transversale 32; Hauptarten und deren Versinnlichung 32, 34.
 Wellencylinder 349.
 Wellenlänge 19; bei Saiten 101; bei Stäben 167; bei Luftsäulen 267, 269.
 Wellenlinie 17, 350.
 Wellensirenen 350.

Zahncylinder 349.

Zahnräder 349.

Zungen 312; -Platte 314;
-Spalte 314; Innen- und
Aussenfläche derselben
315; durchschlagende, auf-
schlagende 320, 321.

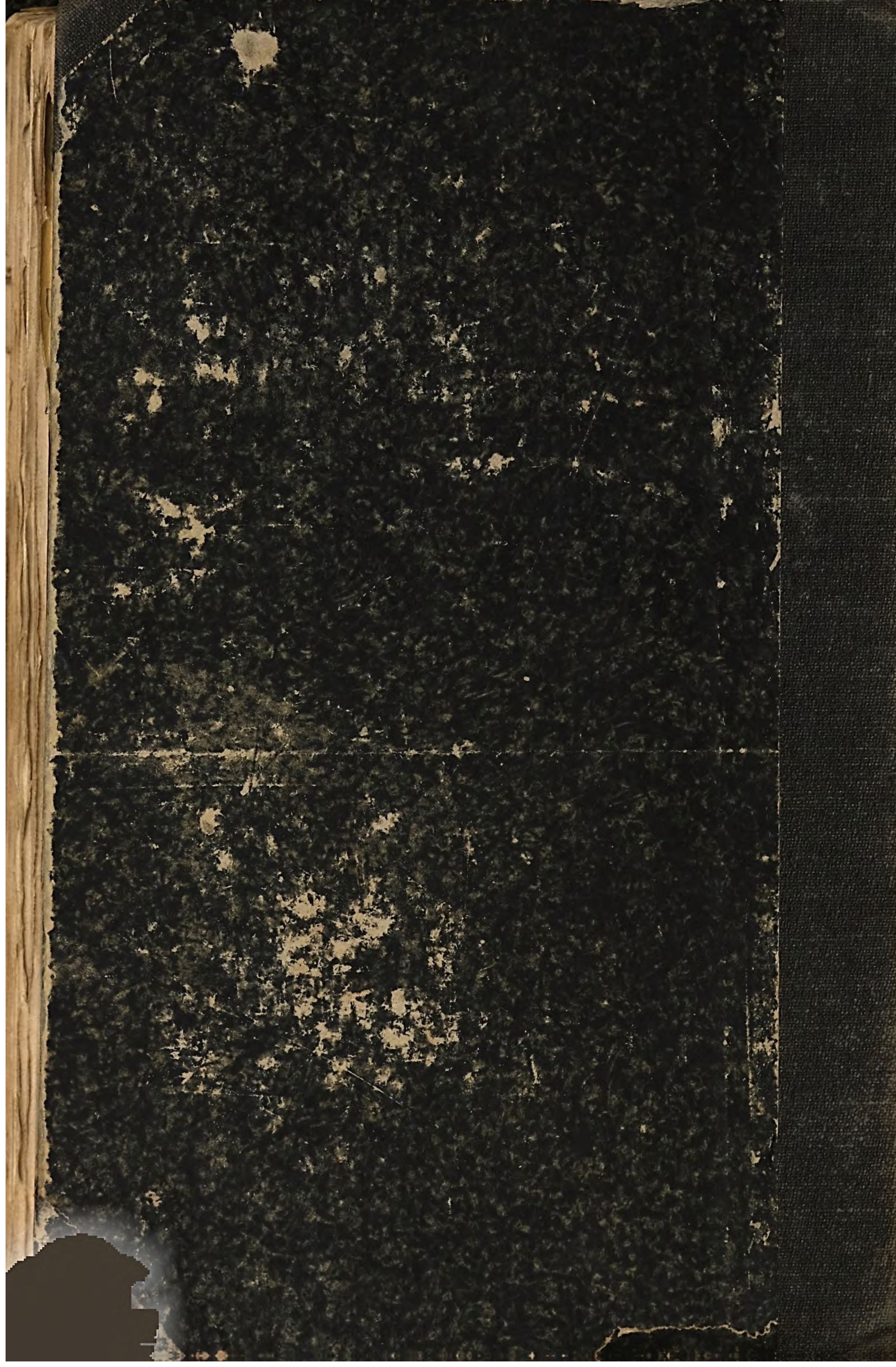
Zungenmundstück 316, 318.

Zungenpfeifen 312; vier Fälle
der Tonerregung 326, 328;
Gesetze hierbei 328, 330,
334, 337.

INTERNATIONALE WISSENSCHAFTLICHE BIBLIOTHEK.

1. TYNDALL, J. Das Wasser in seinen Formen als Wolken und Flüsse, Eis und Gletscher. Mit 26 Abbildungen. 2. verbesserte Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
2. SCHMIDT, O. Descendenzlehre und Darwinismus. Mit 26 Abbildungen. 2. verbesserte Auflage. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
3. BAIN, A. Geist und Körper. Die Theorien über ihre gegenseitigen Beziehungen. Mit 4 Abbildungen. 2. verbesserte Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
4. BAGEHOT, W. Der Ursprung der Nationen. 2. Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
5. VOGEL, H. Die chemischen Wirkungen des Lichts und die Photographie in ihrer Anwendung in Kunst, Wissenschaft und Industrie. Mit 96 Abbildungen in Holzschnitt und 6 Tafeln. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
6. 7. SMITH, E. Die Nahrungsmittel. 2 Theile. Mit 19 Abbild. Geh. 8 M. Geb. 10 M.
8. LOMMEL, E. Das Wesen des Lichts. Gemeinfassliche Darstellung der physikalischen Optik. Mit 188 Abbildungen und einer Spectraltafel. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
9. STEWART, B. Die Energie, das Grundgesetz der heutigen Naturlehre, gemeinfasslich dargestellt. Mit 14 Abbildungen. 2. Auflage. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
10. PETTIGREW, J. B. Die Ortsbewegung der Thiere. Nebst Bemerkungen über die Luftschiffahrt. Mit 131 Abbildungen. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
11. MAUDSLEY, H. Die Zurechnungsfähigkeit d. Geisteskranken. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
12. BERNSTEIN, J. Die fünf Sinne des Menschen. Mit 19 Abbild. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
13. DRAPER, J. W. Geschichte der Conflicte zwischen Religion und Wissenschaft. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
14. 15. SPENCER, H. Einleitung in das Studium der Sociologie. Herausgegeben von Dr. Heinrich Marquardsen. Zwei Theile. Jeder Theil geh. 4 M., geb. 5 M.
16. COOKE, J. Die Chemie der Gegenwart. Mit 31 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
17. FUCHS, K. Vulkane und Erdbeben. Mit 36 Abbild. u. 1 Karte. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
18. VAN BENEDEN, P. J. Die Schmarotzer des Thierreichs. Mit 83 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
19. PETERS, K. F. Die Donau und ihr Gebiet. Eine geologische Skizze. Mit 71 Abbildungen. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
20. WHITNEY, W. D. Leben und Wachsthum der Sprache. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
21. JEVONS, W. S. Geld und Geldverkehr. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
22. DUMONT, L. Vergnügen und Schmerz. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
23. SCHÜTZENBERGER, P. Die Gärungserscheinungen. Mit 28 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
24. BLASERNA, P. Die Theorie d. Schalls in Beziehung zur Musik. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
25. BERTHELOT, M. Die chemische Synthese. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
26. LUYS, J. Das Gehirn, sein Bau und seine Verrichtungen. Mit 6 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
27. ROSENTHAL, I. Allgemeine Physiologie der Muskeln und Nerven. Mit 75 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
28. BRÜCKE, E. Bruchstücke aus der Theorie der bildenden Künste. Mit 39 Abbildungen. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
29. MEYER, H. Grundzüge des Strafrechts nach der deutschen Gesetzgebung unter Berücksichtigung ausländischer Rechte. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
30. 31. DE QUATREFAGES, A. Das Menschengeschlecht. 2 Theile. Geh. 9 M. Geb. 11 M.
32. 33. BÖHMERT, V. Die Gewinnbetheiligung. Untersuchungen über Arbeitslohn und Unternehmergewinn. 2 Theile. Geh. 11 M. Geb. 13 M.
34. SECCHI, A. Die Sterne. Grundzüge der Astronomie der Fixsterne. Mit 78 Abbildungen und 9 Tafeln. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
35. LOCKYER, J. N. Studien zur Spectralanalyse. Mit 51 Abbildungen in Holzschnitt und 8 Tafeln in Photographie, Farbendruck und Holzschnitt. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
36. VIGNOLI, T. Ueber das Fundamentalgesetz der Intelligenz im Thierreiche. Versuch einer vergleichenden Psychologie. Geh. 4 M. Geb. 5 M.
37. WURTZ, A. Die atomistische Theorie. Mit einer Tafel. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
38. HARTMANN, R. Die Völker Afrikas. Mit 94 Abbildungen. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
39. 40. SEMPER, C. Die natürlichen Existenzbedingungen der Thiere. 2 Theile. Mit 106 Abbildungen und 2 Karten. Geh. 11 M. Geb. 13 M.
41. ROOD, O. N. Die moderne Farbenlehre mit Hinweisung auf ihre Benutzungen in Malerei und Kunstgewerbe. Mit 131 Abbild. und 1 Farbentafel. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
42. von MEYER, G. H. Unsere Sprachwerkzeuge und ihre Verwendung zur Bildung der Sprachlaute. Mit 47 Abbildungen in Holzschnitt. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
43. 44. THURSTON, R. H. Die Dampfmaschine. Geschichte ihrer Entwicklung. 2 Theile. Bearbeitet von W. H. Uhländ. Mit 188 Abbild. Geh. 10 M. Geb. 11 M.
45. BAIN, A. Erziehung als Wissenschaft. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
46. JOLY, N. Der Mensch vor der Zeit der Metalle. Mit 136 Abbild. Geh. 8 M. Geb. 9 M.
47. VIGNOLI, T. Mythos und Wissenschaft. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
48. HUXLEY, T. H. Der Krebs. Eine Einleitung in das Studium der Zoologie. Mit 82 Abbildungen in Holzschnitt. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
49. FRITZ, H. Das Polarlicht. Mit 2 Abbild., 1 Karte und 4 Tafeln. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
50. MORSELLI, H. Der Selbstmord. Mit 1 Karte. Geh. 6 M. Geb. 7 M.
51. FICK, A. Mechanische Arbeit und Wärmeentwicklung bei der Muskelthätigkeit. Mit 33 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
52. 53. BASTIAN, C. H. Das Gehirn als Organ des Geistes. 2 Theile. Mit 184 Abbildungen. Geh. 12 M. Geb. 14 M.
54. DE SAPORTA, G., und F. A. MARION. Die paläontologische Entwicklung des Pflanzenreichs. Die Kryptogamen. Mit 85 Abbildungen. 8. Geh. 5 M. Geb. 6 M.
55. LE CONTE, J. Die Lehre vom Sehen. Mit 131 Abbildungen. Geh. 5 M. Geb. 6 M.

W



Melde, Franz

Akustik Fundamentalserscheinungen und Gesetze einfach tönender Körper

Leipzig 1883

Phys.sp. 455 c

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11881874-5